Memorias de la II Jornada Ecuatoriana de GeoGebra COORDINADORES

Jose Enrique MARTINEZ Serra
Universidad Nacional de Educación

Marco Vasquez
Universidad Nacional de Educación

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN

GeoGebra

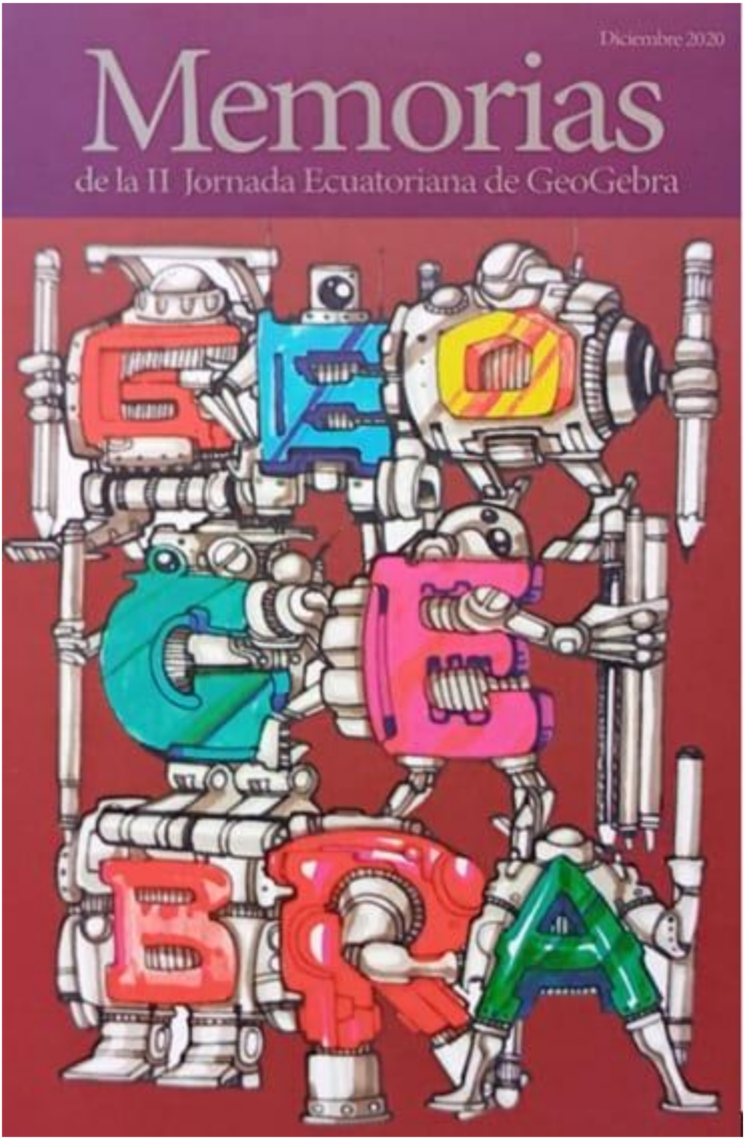
OEI

Ministerio de Educación

República del Ecuador

Gobierno del Encuentro

Juntos lo logramos



Memorias de la II Jornada Ecuatoriana de GeoGebra

COORDINADORES:

José Enrique Martínez Serra

Marco Vinicio Vásquez Bernal

Rosa Ildaura Troya Vásquez

♦ **UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN – UNAE**

Rectora: Rebeca Castellanos Gómez
Vicerrector Académico: Luis Enrique Hernández Amaro
Vicerrectora de Investigación y Posgrado: Graciela de la Caridad Urías Arbeláez

♦ **ORGANIZACIÓN DE ESTADOS IBEROAMERICANOS PARA LA EDUCACIÓN, LA CIENCIA Y LA CULTURA – OEI**

Directora y Representante Permanente OEI – Oficina Nacional del Ecuador: Sara Jaramillo Idrobo
Técnico de Proyectos OEI - Oficina Nacional del Ecuador: Henry Onel Ulloa Buitrón

Memorias de la II Jornada Ecuatoriana de GeoGebra
ISBN: 978-9942-40-199-1
9 789942 401991

Coordinadores: José Enrique Martínez Serra, Marco Vinicio Vásquez Bernal, Rosa Ildaura Troya Vásquez

Diseño y diagramación general: José Enrique Martínez Serra

♦ **CASA DE LA CULTURA ECUATORIANA, NÚCLEO DEL CAÑAR – CCE**

Director: Edgar Palomeque Cantos
Diseño y Edición: Editorial Alonso María Arce de la CCE, Núcleo del Cañar

Índice

PRÓLOGO 9

José Enrique Martínez Serra 9

CONFERENCIAS 15

Comprender mejor las fracciones con GeoGebra 16

Better understand fractions with GeoGebra 16

Abdón Pari Condori 16

Desarrollando Simuladores con GeoGebra 27

Developing Simulators with GeoGebra 27

Curvas y lugares geométricos con GeoGebra 39

Curves and Geometric Locations with GeoGebra 39

Agustín Carrillo de Albornoz Torres 39

La planificación didáctica del profesor de matemáticas en el uso de tecnologías digitales: posibilidades con el software GeoGebra 52

The didactic planning of the mathematics teacher in the use of digital technologies: possibilities with GeoGebra software 52

Claudia Lisete Oliveira Groenwald 52

Fotografía y GeoGebra, una estrategia posible para descubrir la matemática que nos rodea 59

Photography and GeoGebra, a possible strategy to discover the mathematics that surrounds us 59

Karina Amalia Rizzo 59

PONENCIAS 68

GeoGebra para la inclusión de estudiantes con discapacidad auditiva 69

GeoGebra for the inclusion of students with hearing disabilities..69

Génesis Dayanara López Varela 69

Vinicio Alexander Chávez Vaca...69

Aprendizaje de cónicas con la realidad y GeoGebra 81

Learning conics with reality and GeoGebra 81

Rolando Morocho...81

El software GeoGebra como recurso didáctico para el aprendizaje de vectores y sus operaciones...93

GeoGebra software as a didactic resource for learning about vectors and their operations..93

Fernández Ortega Claudia Margarita 93

Freddy Patricio Guachún Lucero 93

Mapeo crítico sobre OA elaborados con GeoGebra en Latinoamérica 105

Critical mapping on LO elaborated with GeoGebra in Latin America 105

Stephanie Díaz-Urdaneta..105

Superficies regladas en GeoGebra como vínculo entre la Matemática y la Arquitectura 118

Ruled surfaces in GeoGebra as a link between Mathematics and Architecture..118

Andrés Esteban Merino Toapanta..118

Mario Edmundo Cueva Almeida...118

Cristian Andrés Guachamín Arguello......................................118

Curvas de Bézier en GeoGebra para el diseño de tipografías 127

Bézier curves in GeoGebra for font design.................................127

Mario Edmundo Cueva Almeida 127

Andrés Esteban Merino Toapanta 127

Cristian Andrés Guachamín Arguello.....................................127

GeoGebra como herramienta de transformación educativa en matemática 136

GeoGebra as an educative tranformation tool in maths 136

Juan Carlos Mora Saavedra 136

Conceptualización del producto de funciones lineales mediante el uso de GeoGebra 150

Conceptualization of the product of linear functions using GeoGebra 150

Alfonso Gabriel Armendáriz Zambrano..................................150

Diego Alejandro Pilay Cedeño 150

Proyecto club GeoGebra: una oportunidad para fomentar el aprendizaje geométrico..161

Projeto clube GeoGebra: uma oportunidade para promover a aprendizagem geométrica...161

Ivonne Coromoto Sánchez Sánchez 161

Aproximación a la Geometría y Medida con GeoGebra............172

Approximation to Geometry and Measurement with GeoGebra 172

Diana Isabel Rodríguez Rodríguez 172

Charly Marlene Valarezo Encalada..172

Marcela Verónica Garcés Chiriboga 172

El software GeoGebra como recurso para la enseñanza de la Integral definida: Una propuesta didáctica 182

GeoGebra software as a resource for teaching the Defined Integral: a didactic proposal 182

Guachún Lucero Freddy Patricio 182
Rojas Rojas Marco Alejandro..182
Rojas Rojas Irma Alicia..182
GamiGebra para la enseñanza de geometría en el 9no EGB......193
GamiGebra for the teaching of geometry in the 9no EGB 193
Luis Miguel Quito Suco..193
Edwin Alcivar Sánchez Sánchez 193
GeoGebra y el sentido numérico..207
GeoGebra and number sense...207
Roxana Auccahuallpa Fernández...207
TALLERES 218
Papel de GeoGebra en el desarrollo de la intuición matemática 219
GeoGebra's role in the development of mathematical intuition.219
José Enrique Martínez Serra...219
Arelys García Chávez 219
GeoGebra como herramienta para desarrollar procesos de metacognición...234
GeoGebra as a tool to develop metacognition processes 234
Marco Vinicio Vásquez Bernal 234
Aproximación a la Geometría y Medida para el subnivel de Preparatoria con la herramienta de GeoGebra 241
Geometry Approach and Measurement for the High School sublevel with the GeoGebra tool 241
Diana Rodríguez Rodríguez..241
Charly Marlene Valarezo Encalada..241

Creación del Tangram en GeoGebra para desarrollar el pensamiento lógico - matemático en estudiantes de Básica 252

Creation of Tangram in GeoGebra to develop logical - mathematical thinking in Basic students.....................................252

Rosa Ildaura Troya Vásquez..252

Los primeros días de la covid19 en Ecuador analizados con GeoGebra 262

The first days of covid19 in Ecuador analyzed with GeoGebra 262

Fredy Rivadeneira Loor...262

PRÓLOGO

Por

José Enrique Martínez Serra

En los dos últimos años 2020 y 2021 de la existencia humana, tanto nuestro planeta en su condición de ente físico, como todos los procesos sociales que concomitan con la vida inteligente, han sufrido transformaciones significativas; algunos en mayor medida que otros, pero todos, como consecuencia de una situación sin precedentes que hemos experimentado debido a la conocida pandemia producida por el nuevo coronavirus SARS-CoV-2, causante de la enfermedad conocida como COVID 19, de cuya existencia se conoce desde el 31 de diciembre de 2019, cuando las autoridades sanitarias de China dieron a conocer al mundo la ocurrencia, en la ciudad de Wuhan, de una afección respiratoria aguda cuya etiología y manifestaciones clínicas y evolutivas se desconocían hasta el momento, y que al 31 de marzo de 2021 ha cobrado cerca de 3 millones de muertes a nivel planetario.

Ante esta compleja situación mundial, los diferentes procesos sociales, han debido adaptarse a la nueva realidad, tomando las medidas higiénico sanitarias adecuadas para evitar el contagio, entre ellas, el aislamiento domiciliario para evitar una de sus fuentes de trasmisión a través de gotículas respiratorias.

Uno de estos procesos que ha sufrido transformaciones drásticas en muchos países, incluido el Ecuador, ha sido la Educación en los diferentes niveles de enseñanza, la cual ha debido emigrar, de una modalidad presencial a una modalidad virtual, donde el papel de los medios y recursos tecnológicos, así como sus metodologías activas y didácticas innovadoras asociadas, han tomado total vigencia y han evolucionado considerablemente en los dos últimos años.

Al respecto, también se han desarrollado múltiples investigaciones pedagógicas con buenos resultados, tal es el caso de Cruz y Benítez (2020), donde se concluye que:

> "La descripción de esta experiencia nos permitió repensar, criticar y aprender de nuestra propia práctica docente; nos

> facilitó la indagación sobre lo que hicimos y hacemos en estos momentos de crisis, y la reflexión acerca de por qué hacemos lo que hacemos en el aula virtual y presencial. Con el análisis autocrítico y la revisión por pares podemos concluir que todos nuestros procesos son mejorables; las clases presenciales no son enemigas de la educación virtual o viceversa, ambas pueden ser complementarias: pero se necesita la adecuada capacitación de los docentes, así como el correcto análisis de los planes de estudio. Es probable que existan temas en los que sea más conveniente y significativo para los alumnos la experiencia en el aula, por lo que resulta imperativo buscar nuevas estrategias de aprendizaje durante la pandemia."[1]. p.300

En esta misma línea de trabajo, el Ecuador ha debido potenciar el empleo de las nuevas tecnologías y sus metodologías asociadas en el proceso de enseñanza aprendizaje de las diferentes materias en todos los niveles de enseñanza en general, y de la asignatura de Matemática, en particular.

Uno de los recursos didácticos que mayor repercusión favorable ha tenido en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en el Ecuador, ha sido el software GeoGebra, el cual es un programa de matemática dinámica, de libre acceso y multiplataforma que combina de forma dinámica e interactiva: geometría, álgebra, aritmética, análisis, estadística y probabilidades en un solo paquete, mientras que muchos otros programas, tratan estas ramas por separado.

La plataforma GeoGebra fue creada por Markus Hohenwarter en 2001, desde el departamento de Didáctica de la Matemática como parte de su tesis de maestría en Educación Matemática e Informática en la Universidad de Salzburgo, Austria. Este programa relaciona un entorno sencillo, amigable y potente con el que podemos realizar fácilmente construcciones geométricas y analíticas. Además, es extremadamente fácil de manejar y se encuentra disponible en la dirección

---

[1] Cruz, O. & Benítez, J. (2020). Las crisis también pueden promover el aprendizaje, impacto del Covid-19 en prácticas docentes. Revista Latinoamericana de Estudios Educativos (México), vol. L, núm. Esp.-, pp. 291-302. Universidad Iberoamericana, Ciudad de México.

www.GeoGebra.org a través de la cual, se ha creado una comunidad alrededor de GeoGebra, en la que se comparten materiales de forma gratuita y voluntaria.

En correspondencia con esa perspectiva, se fundó el Instituto Ecuatoriano de GeoGebra (IEG) en el año 2018, con sede en la Universidad Nacional de Educación (UNAE), que ha mantenido, desde su fundación, un desarrollo ascendente, impulsando la integración de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de las matemáticas en el país, para todos los niveles del Sistema Educativo, desde la educación Inicial, Básica, Bachillerato y Superior. A la vez, el IEG, motiva a los investigadores, matemáticos, profesores de matemáticas y estudiantes universitarios, a conformar una comunidad de usuarios y expertos en GeoGebra con miras a su integración a la práctica en el aula de clases.

Una de las actividades fundamentales que se ha propuesto desarrollar anualmente el IEG, es la celebración de una Jornada Ecuatoriana de GeoGebra, cuya primera edición tuvo lugar los días 21 y 22 de mayo de 2019, con un rotundo éxito y que aglutinó a poco más de 300 participantes.

Recientemente, el 4 de diciembre de 2020, tuvo lugar La II Jornada Ecuatoriana de GeoGebra, esta vez, mediante la modalidad virtual, la cual fue organizada por el Instituto Ecuatoriano de GeoGebra, con el apoyo de la Organización de Estados Iberoamericanos (OEI). Esta edición también contó con una asistencia masiva, que superó más de 200 participantes de todo el país, entre docentes y estudiantes.

En este libro de Memorias de las segundas jornadas, se compilan los diversos aportes de expertos en GeoGebra, tanto nacionales como internacionales, cuyos aportes quedan registrados en conferencias, plenarias, ponencias y talleres.

Entre los expositores internacionales, participaron especialistas de Alemania, España, Argentina, Uruguay y Brasil. Entre los expertos nacionales participaron de diferentes instituciones del país como: la Universidad Tecnológica Equinoccial, la Pontificia Universidad Católica del Ecuador, la Universidad de Cuenca, la Universidad de Guayaquil, la Universidad Nacional de Educación, la Unidad Educativa

Rafael Aguilar Pesantez, la Unidad Educativa Santa Rosa, la Unidad Educativa Presidente Jaime Roldós.

Los lectores podrán encontrar temas presentados en el evento nacional, que van desde las actividades más elementales, hasta las más avanzadas, las cuales confirman a GeoGebra como una herramienta poderosa para el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

Como parte de las conferencias, pueden encontrarse, por ejemplo, una que propone interacciones con la geometría y el empleo de material concreto para comprender mejor las fracciones con GeoGebra. Otra de las conferencias nos ofrece una introducción a la impresionante temática del desarrollando de Simuladores mediante GeoGebra, muy útil en procesos económicos e ingenieriles, con ejemplificaciones muy oportunas.

Otra de las conferencias nos ofrece las innumerables posibilidades del software GeoGebra para la planificación didáctica del profesor de matemáticas, usando las tecnologías digitales. Finalmente, se ofreció otra conferencia donde se muestra una estrategia posible para descubrir la matemática que nos rodea mediante el procesamiento geométrico y algebraico de fotografías tomadas de la realidad circundante.

Por otra parte, la mayoría de las ponencias presentadas, relacionan las experiencias en el aula, en las que se presentan múltiples formas efectivas de emplear GeoGebra, tales como: actividades a realizar con GeoGebra para lograr la inclusión de estudiantes con discapacidad auditiva; la consideración de recursos oportunos de GeoGebra para contribuir favorablemente al aprendizaje de las secciones cónicas, incluyendo situaciones de la realidad circundante.

Otra de las ponencias presenta al software GeoGebra como recurso didáctico para el aprendizaje de vectores y sus operaciones, de manera didáctica y constructivista. En otro trabajo se proponen actividades didácticas para que los estudiantes lleguen a realizar la conceptualización del producto de funciones lineales empleando GeoGebra. También se expone un artículo donde se proponen actividades en GeoGebra para desarrollar el sentido numérico en los alumnos.

Además, una de las ponencias presenta una propuesta didáctica basada en el empleo del software GeoGebra como recurso para la enseñanza de la Integral definida, además, se expone un artículo en el que se presenta a GeoGebra como herramienta para desarrollar procesos de metacognición, mediante la construcción y manipulación de material concreto con GeoGebra.

Paralelamente, se presentan variantes más consolidadas de empleo de GeoGebra mediante organizaciones o paquetes basados en GeoGebra, tales como: el Proyecto club GeoGebra: una oportunidad para fomentar el aprendizaje geométrico y GamiGebra para la enseñanza de geometría en el 9no EGB.

Otras ponencias, en cambio, presentan aplicaciones más profundas de GeoGebra a ramas de la arquitectura, como la realización de mapeos críticos sobre objetos de aprendizaje con un alcance latinoamericano, las maneras de conformar superficies regladas en GeoGebra, como vínculo entre la Matemática y la Arquitectura; así como, el proceso de realización de curvas de Bézier mediante GeoGebra para el diseño de tipografías.

Finalmente, en el último bloque del libro, se presentan los Talleres que tuvieron lugar en la tarde de la cita académica. Entre ellos se encuentra uno donde se demuestra el importante papel que puede jugar GeoGebra en el desarrollo de la intuición matemática de los estudiantes, a la hora de ir acometiendo tareas parciales, que, mediante el empleo de recursos heurísticos, les permiten a los estudiantes llegar a formular y/o demostrar nuevas proposiciones matemáticas, como, por ejemplo: la suma de los ángulos exteriores sobre obtusos de un triángulo, la existencia de la recta de Euler, la existencia de la circunferencia de Feuerbach.

Otros talleres incitan a sus participantes a realizar reflexiones didácticas en torno a: el empleo de GeoGebra en el subnivel de Preparatoria para el bloque curricular de Geometría y Medida; la creación del Tangram en GeoGebra para desarrollar el pensamiento lógico - matemático en estudiantes de Básica; al empleo GeoGebra en el celular para el aprendizaje de las matemáticas; diferentes demostraciones del teorema de Pitágoras empleando GeoGebra; el trabajo con 3D y sólidos de revolución.

También se presenta un Taller donde se exponen varios análisis y reflexiones en torno a los primeros días de la covid19 en Ecuador, analizados con GeoGebra.

Después de ofrecer una panorámica de los principales resultados que se presentan, vale la pena destacar que este libro constituye una fuente importante y útil de información para profesores y estudiantes de los diferentes niveles del sistema educativo ecuatoriano, y en particular para los interesados en iniciarse y profundizar en el conocimiento, uso y aplicación de GeoGebra como un recurso didáctico para aprender, enseñar e investigar en las diferentes áreas de las matemáticas.

Finalmente, destacamos el hecho de que las II Jornadas de GeoGebra se realizaron con gran calidad, gracias al esfuerzo conjunto entre docentes, investigadores y estudiantes que conforman la comunidad de aprendizaje de la UNAE, y de los directivos y funcionarios de la OEI y el MINEDUC del Ecuador. En particular, expresamos nuestro agradecimiento a Sara Jaramillo y a Henry Ulloa de la OEI, por su apoyo incondicional para la publicación de este libro.

También hacemos extensivo nuestro inmenso agradecimiento a cada uno de los autores y/o conductores de las conferencias, ponencias y talleres, a la Editorial de la UNAE, a la Comisión Académica del evento por la revisión y selección de los trabajos y a los revisores internacionales que han contribuido con sus observaciones y recomendaciones para perfilar de la mejor manera, las actividades y acciones del IEG, en aras de encaminar un mejor futuro de la Educación Matemática en el Ecuador, de tal forma que vayamos facilitando el tránsito de nuestros estudiantes en el camino trazado por Charles Caleb Colton con su aforismo[2]

> "El estudio de las matemáticas, como el Nilo, comienza con minuciosidad, pero termina con magnificencia"

[2] Charles Caleb Colton (1777 - 1832) clérigo inglés, escritor y aforista

CONFERENCIAS

Comprender mejor las fracciones con GeoGebra

Better understand fractions with GeoGebra

Abdón Pari Condori[3]

Resumen

Introducción: Las dificultades de los estudiantes con fracciones usualmente se derivan de una falta de comprensión conceptual se presenta en todos los países del mundo. Incluso, en países donde la mayoría de los estudiantes obtienen una comprensión conceptual razonablemente buena, como Japón o China (Fazio y Siegler, 2011) consideran el tema como difícil. **Objetivo:** presentar el GeoGebra como una herramienta didáctica que facilita la comprensión del concepto de fracciones en estudiantes de educación Básica. **Materiales y métodos**: se basa en una investigación cualitativa de

[3] Universidad Adventista de Bolivia. apariducho@gmail.com

análisis documental y las reflexiones personales de la experiencia de implementar GeoGebra con estudiantes de formación docente y profesores en servicio. **Resultados**: se han encontrado más de una decena de concepciones e interpretaciones de fracciones que todavía es desconocido por la mayoría de los docentes de educación Básica. Los estudiantes alcanzan una comprenden del concepto cuando utilizan interpretaciones y transformar de una representación en otra.

Palabras Clave: *fracciones, comprensión, GeoGebra, docentes.*

Abstract

Introduction: Students' difficulties with fractions usually stem from a lack of conceptual understanding is present in all countries of the world. Even, in countries where most students obtain a reasonably good conceptual understanding, such as Japan or China (Fazio and Siegler, 2011) consider the subject as difficult. **Objective:** to present GeoGebra as a didactic tool that facilitates the understanding of the concept of fractions in elementary school students. **Materials and methods**: based on a qualitative research of documentary analysis and personal reflections of the experience of implementing GeoGebra with teacher training students and in-service teachers. **Results:** more than a dozen of conceptions and interpretations of fractions have been found that are still unknown by the majority of elementary school teachers. Students reach an understanding of the concept when they use interpretations and transform from one representation to another.

Keywords: *fractions, understanding, GeoGebra, teachers.*

Introducción

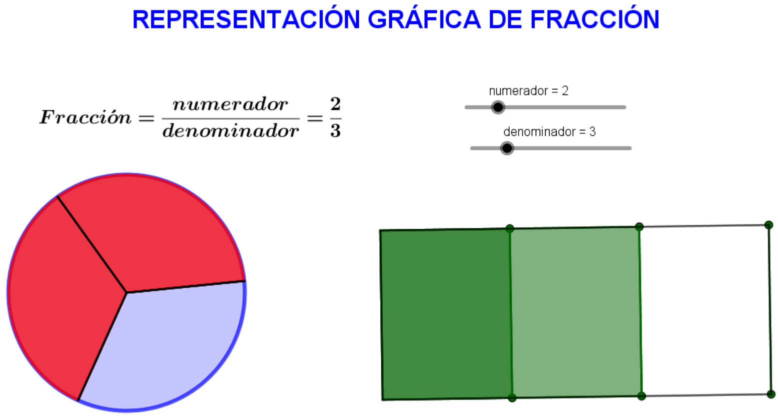
Quiero comenzar esta conferencia, agradeciendo en primer lugar, al comité organizador de la II Jornada Ecuatoriana de GeoGebra por la invitación hecha a mi persona, al director del Instituto Ecuatoriano de GeoGebra (IEG) y a la Universidad Nacional de Educación por haberme permitido ser parte de la creación de IEG, al Ministerio de Educación por haberme invitado como facilitar de varios curso o talleres para profesores de matemáticas en diferentes ciudades del Ecuador y a la Organización de Estados Iberoamericanos (OEI) por haberme considerado como facilitador de GeoGebra en el país.

Las investigaciones han demostrado que "estudiantes de todo el mundo tienen dificultades en el aprendizaje de fracciones." (Fazio y Siegler, 2011: 6). Incluso "países donde la mayoría de los estudiantes obtienen una comprensión conceptual razonablemente buena, como Japón o China." (Ibid). Si bien los estudiantes pueden tener cierta facilidad con las fracciones, pero muchos de ellos parecen no haber desarrollado completamente la comprensión de que las fracciones son números (Amato, 2005). Kerslake (1986), ya enfatizaba la necesidad de que los estudiantes comprendan las fracciones al menos como una extensión del sistema numérico y sugería que muchas de esas dificultades ocurren porque los estudiantes ven las fracciones solo como partes de una forma o cantidad y no como números. El modelo familiar para los estudiantes (entre 12 a 14 años) que participaron del estudio era el modelo de Parte-todo.

Por otro lado, en la Matemática hay conceptos matemáticos que se conserva y otros que se transforma en la educación matemática. Según Ríos (2019) el concepto de fracciones es el que se transforma, porque "en el universo Matemático, el concepto asociado a la fracción es el número racional y en el mundo de la Matemáticas Escolares el concepto asociado al número racional es la fracción" (p. 142).

Los estudios consideran que el problema comienza en la educación Básica cuando se introduje por primera vez simplemente como partes de dibujos geométricos (Kerslake, 1986; Amato, 2005). Kerslake (1986), sostiene que la práctica escolar no les da suficientes pistas a los estudiantes de que las fracciones son números.

Las representaciones más comunes y familiares a los estudiantes podrían ser, la que se muestra a continuación.



Gráfica 1: Representación gráfica de fracción. Elaboración propia

Objetivo

El objetivo de esta conferencia es presentar el GeoGebra como una herramienta facilita la conexión entre diferentes concepciones, interpretaciones o significados de fracciones y ayuda a comprender mejor a los estudiantes el concepto de fracciones.

Metodología

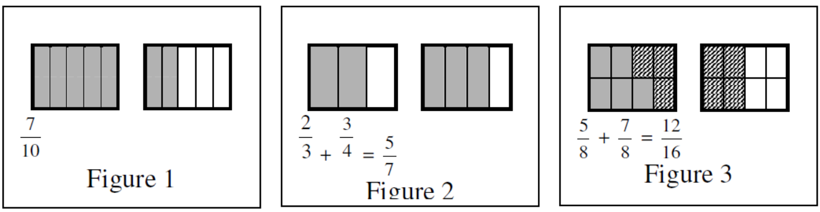
Este estudio se realizó bajo el enfoque de investigación cualitativa de tipo documental con un alcance exploratorio, complementado con reflexiones personales en base a las experiencias vividas en los cursos de GeoGebra como recurso didáctico con docentes en servicio y profesores en formación. Las fuentes de información que se utilizaron fueron fuentes primarias como libros, revistas, presentaciones de conferencias, manuales, tesis artículos y actividades desarrolladas por estudiantes. También se ha utilizado fuentes secundarias como sitios Web relacionados con las fracciones, Repositorio de GeoGebra, revistas electrónicas y archivos PDF.

También en esta investigación se utilizó la revisión trabajos elaborados por los estudiantes del curso de formación continua en uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de la matemática en Educación básica.

Marco teórico

Los conceptos básicos en los cuales se fundamente esta conferencia comprender mejor las fracciones con GeoGebra las dificultades de los estudiantes en el aprendizaje de las fracciones, diferentes interpretaciones y concepciones de fracciones y el uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de la matemática. La era de la tecnología exige cambios en el mundo educativo y los profesionales en educación tienen múltiples razones y oportunidades para aprovechar las nuevas posibilidades que ofrece GeoGebra.

Las fracciones son uno de los conceptos matemáticos más complejos que los niños, en la educación Básica. La mayoría de los docentes de educación básica y estudiantes tiene la idea de que $\frac{2}{3}$ significa que la unidad o el entero se dividen en tres partes iguales y se colorea 2 de esas partes divididas. El numero 3 es el denominador y el 2 es el numerado de la fracción. Bajo esta concepción de las fracciones, los estudiantes tienen dificultades para la identificar la unidad en diagramas de parte completa que muestren más de una unidad. Un caso tomado de Dikson et al. (1984) en Amato (2005) se presenta tres casos y dice: “cuando se representa una fracción mayor que uno en un diagrama como el de la Figura 1, muchos estudiantes responden $\frac{7}{10}$ en lugar de $\frac{7}{5}$. Surgen problemas similares cuando se separan partes. Los diagramas se utilizan para ilustrar la suma de dos fracciones propias (Figura 2) o cuando el total es mayor que una unidad (figura 3)”



Gráfica 2: Representaciones de fracciones (Amato, 2005: 2).

Seguramente, muchos de los profesores presentes han observado más de una vez estas dificultades con sus estudiantes cuando enseñan fracciones y operaciones con fracciones. Muchos profesores usan los diagramas a veces como ayuda en la solución de problemas con fracciones, o para verificar si la respuesta encontrada es factible.

Sin embargo, en esta conferencia quiero enfatizar que uno de los principales factores a esta complejidad es que las fracciones comprenden una noción multifacética que abarque varios constructos interrelacionados. A principios de la década de los ochenta del siglo pasado se desarrolló un modelo teórico que vinculaba cinco interpretaciones de fracciones a las operaciones de fracciones y la resolución de Problemas (Charalambous y Pitta, 2005). Aquí, no se prende hacer un estudio exhaustivo de las diferentes interpretaciones de fracciones, sino motivar a los docentes a revisar sus concepciones de forma voluntaria y consciente, bajo el supuesto de que las múltiples representaciones de las fracciones pueden ayudar a los estudiantes a comprender mejor y a darse cuenta de que las fracciones son números.

En la misma línea, Ríos (2019), señala: "esta diversidad de significados asociados a cualquier concepto matemático implica problemas en su aprendizaje y, por ende, en su enseñanza" (p. 143). Además, ella presenta un estudio de Macera (1992) sobre las diversas interpretaciones, significados o concepciones que el concepto de fracciones a lo largo del tiempo:

a) Dienes (1972) considera dos concepciones: estados de comparación y como operador.
b) Kieren (1976) refiere las concepciones de cociente (numeración decimal) y razones de enteros. El mismo autor en 1981 redefine su clasificación y establece cuatro subconstructos: medida (relación parte – todo), razón, división indicada y operador.
c) Rasimba–Rajón (1982) estudia métodos de medidas: conmensuración y fraccionamiento. d) Behr, Lesh, Post y Silver (1983) establecen siete subconstructos: medida, razón, tasa, cociente, coordenada lineal, decimal y operador.
d) Freudenthal (1983) realiza las siguientes interpretaciones: operador, parte todo, razón externa, razón interna, medida no exacta, operador inverso de la multiplicación y decimal.
e) Ohlsson (1988) considera las siguientes: razón, partición y operador o función.
f) Mancera (1992) establece los siguientes significados con diferentes subcontructos: cociente o parte todo (partición, extracción, disminución y cociente cartesiano); números racionales (fracción y medida); vectores binarios (razón, cantidades intensivas, proporción y rapidez); y funciones compuestas (operador).

g) Linares (2000) refiere las nociones de parte todo, medida, cociente, razón y operador asociadas a la fracción.

Las investigaciones relativas al proceso de enseñanza y aprendizaje de las ideas de fracciones indican que los niños pueden conseguir una comprensión amplia y operativa de todas las ideas relacionadas con el concepto de fracciones que se planteen en forma secuencias de modo que proporcionen a los niños la adecuada experiencia con la mayoría de los significados (Kieren, 1976).

Resultados

Entre los resultados destacamos, los cinco constructos de Kieren (1976) que son parte-todo, proporción, operador, cociente y medida. Sin embargo, en la actualidad aparecen más de catorce interpretaciones de fracciones que no desarrollamos por falta de tiempo y espacio.

Interpretación de la fracción como parte-toda (la más usual).

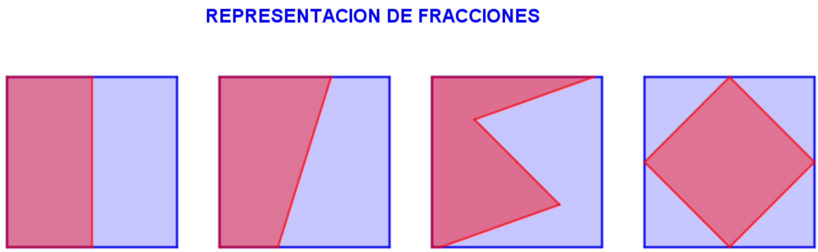
"La fracción bajo esta interpretación hace referencia a la relación entre un número determinado de partes, y todas las partes congruentes en que ha sido divida la unidad. Es decir, la fracción es una parte del todo" (Ríos, 2019:143).

Interpretación de la fracción como cociente indicada (reparto)

Esta noción hace referencia a repartir algo en partes equitativas, donde el resultado del reparto no es entero. En este sentido existen dos tipos de respuestas ante situaciones de reparto equitativo asociado a la división de números enteros: aquellas donde el cociente o el resultado de la división puede ser expresado como un número decimal. A Esta noción llamamos división indicada. (ibíd.)

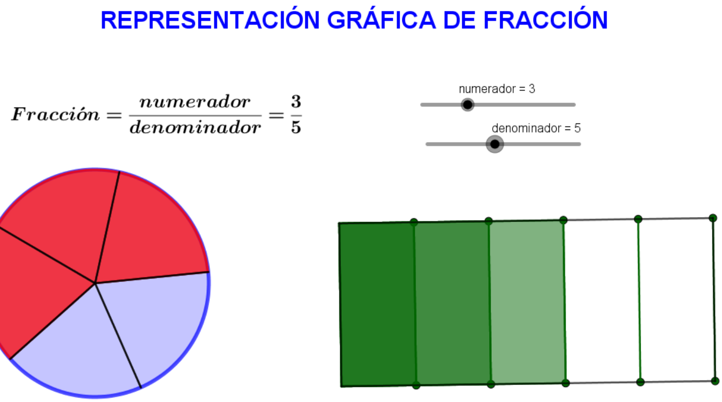
Interpretación de la fracción como razón

Toda razón expresa la relación (comparación) entre dos cantidades de una misma magnitud o de magnitudes diferentes.



Gráfica 3: sombrear la mitad del área de un cuadrado de diferentes formas.

La representación gráfica de $\frac{1}{2}$ con el apoyo de GeoGebra y utilizando la herramienta de animación se pude observar que existe una infinidad de representaciones. Aunque se pude, la representación parezca más cercano al constructo parte-todo también se puede asociar con la interpretación de medida que tiene que ver con la mitad del área del cuadrado.

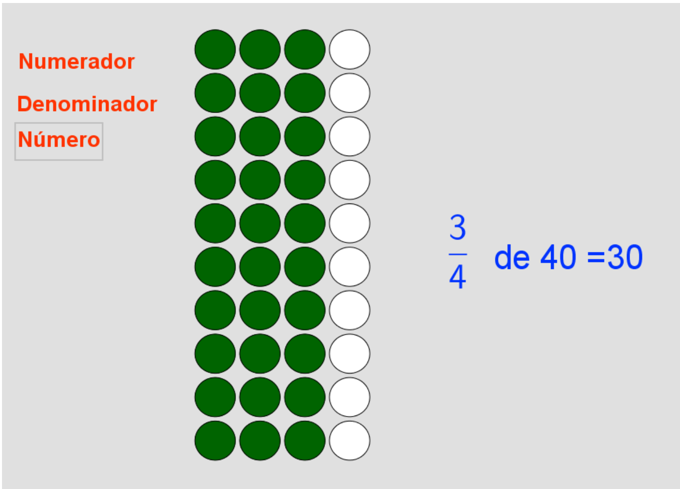


Gráfica 4: Relacionar la representación rectangular con la representación circular.

Esta representación que se pueda asociar con parte todo, o con la división indicada, incluso con el uso de los deslizadores se puede a la razón o porcentaje y probabilidades.

Interpretación de la fracción como operador

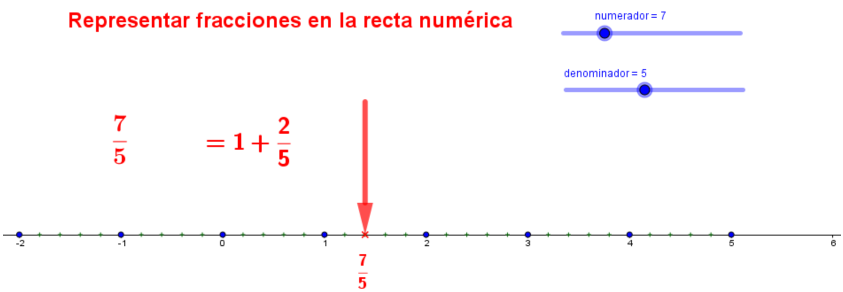
Según Bernard (1972) en Ríos (2019: 144) La fracción puede ser interpretada como el orden de ejecución de dos operaciones sobre una totalidad discreta. Nos referimos a la multiplicación y dependiendo del orden en que se apliquen las dos operaciones se tiene dos procedimientos. Si primero aplícanos la división y luego la multiplicación. Esto se muestra en la Grafica 5.



Gráfica 5: Representación de fracción como operador

Interpretacion de la fraccion como parte de la recta real

Finalizaremos, con la representación de la fracción en la recta numérica para que el estudiante comprender que la fracción es un numero racional. Es decir, utilizamos las fracciones como un recurso para comprender las propiedades de los números racionales.



Gráfica 6: representación de fracciones en la recta real

Conclusiones

Es interesante terminar esta conferencia destacando las diferentes concepciones, interpretaciones y significados de las fracciones y motivar a los docentes a considerar y revisar sus de forma consciente y voluntaria, y continuar en nuestra formación en el uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de la matemática, y en particular para la enseñanza y aprendizaje del concepto de las fracciones.

En la actualidad, GeoGebra se ha convertido en una herramienta imprescindible especialmente para las clases virtuales. En sus inicios fue creado para conectar de forma dinámica Geometría y Algebra, sin embargo, no ha quedado ahí, sino que, cada día va aumentando más usuarios en todos los países. También, sigue aumentado su potencial e incorporando más herramientas como GeoGebra Note y GeoGebra Classroom.

Además, GeoGebra podrá convertir en una herramienta permita la conexión dentro de la metodología de estudios llamado STEM (Ciencias, Tecnología, Ingeniería y Matemática). Finalmente, diremos que la representación múltiple a través de GeoGebra genera en el estudiante una mejor compresión del concepto de fracciones.

Referencias Digitales

Amato, S. (2005). Developing Students' understanding of the concept of Fraction as Numbers. Disponible en https://www.researchgate.net/publication/241057560

Charalambous, C. y Pitta, D. (2005). Revisiting a Theoritical Modelo n Fracion: Implication for Teaching and Research. In Chick, H. L. & Vicent, J. L. (Eds.). Proceeding of the 29TH Conference of the international Grupe for the Psychology of Mathematics Education, vol. 2, 233-240. Melbourne: PNE.

Fazio, L. y Siegler, R. (2011). Enseñanza de las fracciones. Oficina Internacional de Educación de UNESCO (IBE) y Academia.

Freudenthal, H. (1983). Didactical Phenomelology of Mathematical Structures. The Netherlands: D Reidel Publishing Company

Kerslake, D. (1986). Fractions: Children's Strategies and Errors, London: NFER-Nelson.

Kieren, T.E. (1976). On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In R. Lesh (Ed.), Number and Measurement: Papers from a Research Workshop (pp. 101-144). Columbus, OH: ERIC/SMEAC.

Pari, A., Mendoza, D. Auccahuallpa, R. (2020). GeoGebra as a Technological Tool in the Process of Teaching and Learning Geometry. In: Rodriguez Morales G. Fonseca, C. E. R., Salgado J, P., Orellana Coordero M., Berrezueta, S. (eds) Information and Communication Technologies. TICEC 2020. Communications in Computer and Information Science, vol 1307. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-62833-8_20

Ríos, Y.J. (2019). Diversas interpretaciones de las fracciones. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 32(1), 141-150.

Desarrollando Simuladores con GeoGebra

Developing Simulators with GeoGebra

Agostinho Iaqchan Ryokiti Homa [4]

Resumen

La conferencia presenta la importancia de los simuladores digitales educativos como objetos de aprendizaje que permiten situaciones problemáticas en entornos virtuales que permiten la experimentación, llevando al estudiante a formar hipótesis, conjeturas y, interactuando con el simulador, la generalización de conceptos. La posibilidad de construcciones en el plano y en el espacio con GeoGebra, permite el desarrollo de objetos de aprendizaje ricos en información visual que ayudan al estudiante en la organización del pensamiento, apoyando la comprensión de los conceptos involucrados, permitiendo la construcción de conocimiento en detrimento de los procesos algorítmicos. Las representaciones dinámicas y la animación son recursos visuales que hacen atractivos los objetos de aprendizaje y GeoGebra es una herramienta útil para el desarrollo de este. Cabe señalar que los simuladores digitales ayudan al proceso de construcción del conocimiento cuando se utilizan correctamente como actividades

[4] Doctor en Enseñanza de las Ciencias y Matemáticas por el Programa de Postgrado en Enseñanza de las Ciencias y Matemáticas (PPGECIM) de la Universidad Luterana do Brasil (ULBRA). Profesor del curso de Licenciatura en Matemáticas y de los cursos de Ingeniería da ULBRA. Correo electrónico: iaqchan@hotmail.com; iaqchan@ulbra.br

didácticas dentro de una secuencia didáctica en un contexto educativo organizado por el profesor.

Introducción

Como alternativa a la educación tradicional con sus clases magistrales, las metodologías activas colocan al alumno como protagonista de su aprendizaje, desarrollando la responsabilidad, el gusto por el estudio, la iniciativa y el aprendizaje para aprender. En este contexto, la organización didáctica que brinda situaciones experimentales e investigativas permite al alumno formular conjeturas, verificar y generalizar, llevándolo a dar sentido a los conceptos y contenidos aprendidos.

Al integrar las matemáticas al mundo que lo rodea, el alumno comienza a dar sentido a lo que aprende, siendo el modelado matemático el proceso que combina teoría y práctica para la interpretación de la realidad. Para Bassanezi (2002) la modelización matemática es la transformación de los problemas de la realidad en problemas matemáticos y su solución en el lenguaje del mundo real.

La modelización matemática aporta la racionalidad de la realidad que nos rodea, permite su análisis e interpretación, así como acciones para transformarla. En la educación matemática, la síntesis de la realidad, al formalizarla en un modelo, permite comprenderla de manera más eficiente cuando separa lo relevante de lo que, aunque está presente, dificulta la abstracción de un mayor conocimiento.

Simuladores digitales

Los simuladores se consideran modelos matemáticos que representan la realidad de forma simplificada. Pero más que una mera representación del mundo para los sentidos humanos, los simuladores se caracterizan por la posibilidad de interacción humana con la realidad virtual en la que se inserta el modelo.

Cuando se trata de entornos virtuales para el aprendizaje, existe la simulación digital, la visualización por computadora y los juegos digitales, cada uno con sus propias características particulares. Los juegos digitales en entornos virtuales utilizan escenarios con reglas específicas de interacción, con acciones y reacciones que no necesariamente representan el mundo real, siendo ampliamente utilizados en juegos de batalla terrestres, marítimos y aéreos, en juegos de fútbol, carreras de autos y motocicletas.

Diferenciando los simuladores de los juegos digitales, destaca que sus objetivos son diferentes, el simulador en sí representa un objeto o fenómeno en un entorno virtual sin un objetivo en sí mismo, y los juegos buscan involucrar y retener al jugador en su entorno virtual. Los juegos siempre intentan cumplir con la condición de flujo (Kirriemuir and McFarlane 2004) que tiene como objetivo mantener el interés del jugador en seguir jugando, por curiosidad, atractivo visual y desafíos. Para eso, las acciones, tareas y objetivos intermedios, o de fase, no pueden ser muy fáciles o difíciles, por lo que los objetivos son dinámicos definiéndose según la interacción del jugador. La educación ha visto las características posibles para ser utilizadas en la educación y ha generado investigaciones sobre los juegos en la educación.

Los simuladores digitales se desarrollan para que el hombre haga uso de sus sentidos y los manipule, de modo que en una acción cíclica de observar, interactuar, observar y analizar, comprenda cómo el modelo y el entorno virtual reaccionan a su acción. En educación, esta interacción permite al alumno formar conjeturas y realizar experimentos y luego generalizar conceptos.

La visualización computacional está presente en los simuladores y suele ser la principal fuente de información para comprender las acciones sobre el modelo del entorno virtual, al representar gráficamente el modelo y el entorno virtual en el que se inserta.

Es de destacar que la visualización computacional es una característica funcional del simulador asociada al sentido de la visión y difiere de la visualización. Flores, Wagner y Burato (2012) explican que ver y visualizar son distintos, en los que la capacidad de ver utiliza el sentido de la vista para identificar un objeto y sus características visibles, mientras que visualizar es comprender lo que no se ve, no es aparente, implica la abstracción de conceptos. La visualización integra imágenes mentales, representaciones externas, procesos y habilidades de visualización, y puede definirse como una actividad de razonamiento que se basa en elementos visuales o espaciales para resolver problemas, o para generalizar características y propiedades. (Gutiérrez 1996)

La industria del entretenimiento utiliza simuladores para juegos virtuales. En educación, los simuladores se utilizan para aprender conceptos o procedimientos como simuladores de aviones, autos en autoescuelas, cirugías, porque los errores resultantes de interacciones inapropiadas en entornos virtuales no causan daños reales.

En estas situaciones el foco está en la formación para el manejo de equipos virtuales, desarrollando las habilidades necesarias para el posterior manejo de equipos reales en entornos reales. Estos simuladores son de gran valor, ya que permiten un manejo sin riesgos físicos para el alumno, además de no causar daños a dispositivos o equipos, ya que al estar en un entorno virtual no existe posibilidad de daño físico al hombre o máquina.

Otro objetivo de los simuladores en educación es su uso para el aprendizaje de conceptos mediante la observación y análisis de las características y propiedades de los objetos manipulados en el entorno virtual, llevando al alumno de la simple acción de ver a la visualización. Los desarrollos tecnológicos, las capacidades de procesamiento computacional y la alta resolución de las pantallas de los dispositivos personales, como teléfonos celulares y computadoras portátiles, tienen un impacto positivo en la calidad visual de los simuladores.

Esta misma evolución permitió el desarrollo de herramientas de simulación, que no necesariamente representan un fenómeno o equipo real, pero que utilizan representaciones dinámicas o representaciones múltiples que traen a los ojos del observador, las características y propiedades a estudiar con el objetivo de desarrollar la capacidad de visualizar para comprender, analizar y resolver otras situaciones problemáticas.

En este trabajo, el término simuladores digitales se utiliza para designar equipos simuladores o fenómenos, así como herramientas computacionales para la representación dinámica, ya que el objetivo de este trabajo es acercar el pensamiento computacional a la construcción de objetos de aprendizaje interactivos denominados aquí simuladores digitales.

Desarrollo de simuladores digitales educativos

Los simuladores digitales que utilizan GeoGebra son particularmente útiles en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las disciplinas STEM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas), al ser un software matemático dinámico, integrando geometría y matemáticas, es una poderosa herramienta para el desarrollo de actividades exploratorias interactivas. en situaciones didácticas en las que el alumno plantea hipótesis y pone a prueba sus conjeturas que le llevan a la generalización y construcción de conceptos.

El desarrollo de objetos educativos en forma de simuladores digitales comienza con la definición de conceptos a aprender o habilidades a desarrollar por los estudiantes y un tema o actividad exploratoria que se utilizará como objeto de aprendizaje.

El acto de ver fenómenos es una forma de ayudar a organizar el pensamiento y apoyar la comprensión de los conceptos involucrados que valoran la construcción del conocimiento en detrimento de los procesos algorítmicos. Por tanto, es necesario definir situaciones problema para la aplicación práctica de contenidos o habilidades matemáticas dentro del objeto de aprendizaje a construir.

Homa (2019) considera importante definir el grado de realidad del simulador digital, estableciendo qué características serán representadas, quitando del simulador variables o características no relevantes al objetivo didáctico establecido, realizando una representación parcial del fenómeno o del objeto simulado. La simplificación del modelo resalta las propiedades y características importantes que el alumno debe observar, reduciendo el análisis de las correlaciones entre su interacción y el comportamiento del objeto simulado.

Entendiendo que las acciones de interactuar y observar son parte del proceso de experimentación, es importante definir qué variables son capaces de interactuar y cuáles son las dependientes u observables. Junto a las variables independientes, también se idealizan los controles o las formas en que se llevarán a cabo las interacciones con las variables. GeoGebra permite la manipulación de objetos geométricos, el control deslizante o la edición de etiquetas, queda a criterio del desarrollador definir qué tipo de control se asociará a cada variable independiente.

Una vez definidas las variables independientes y sus interacciones, comienza la construcción del propio objeto de aprendizaje. Para ilustrar este proceso algorítmico, aquí se presenta la construcción del objeto de aprendizaje para el estudio de la flotabilidad de un objeto colocado en un líquido. Este contenido se presenta en las disciplinas de Física y Matemáticas que presentan los conceptos de densidad específica de materiales y volumen.

Para el estudio de la flotabilidad, se definió el objeto de aprendizaje que presentaría un tanque con líquido en el que se coloca un objeto en forma de cubo, verificando su flotabilidad. Como el objeto cotidiano asociado a la flotabilidad es el bote, que tiene la característica de no ser sólido, sino un caparazón, se creó la posibilidad de transformar el cubo, creando una cavidad en el mismo.

La información de densidad fue diseñada para ser ingresada en forma numérica para que el estudiante pueda usar los valores de densidad de materiales conocidos y proporcionados por el maestro. Con el fin de facilitar la identificación de las relaciones de peso, densidad y flotabilidad, se consideró el uso de una balanza para que el estudiante compare las fuerzas de peso del objeto fuera del líquido y cuando está sumergido.

Para hacer atractivo el objeto de aprendizaje para la realización de las actividades, se definió que estaría animado y requirió la definición de tres comandos: reiniciar, cambiar la posición de la báscula y colocar el objeto en el líquido. La figura 1 muestra el objeto de aprendizaje con un cubo, con un borde 6, con una cavidad y densidad mayor que el líquido.

Después de enumerar las funcionalidades del objeto de aprendizaje, se definieron las variables y la forma de interacción:

- Borde del cubo: control deslizante - valores [1, 8];
- Borde de la base de la cavidad: control deslizante - valores [0, Borde del cubo-0.5], para que el área de la base de la cavidad no sea igual o mayor que el área de la base del cubo;
- Profundidad de la cavidad: control deslizante - valores [0, Borde del cubo-0.5], para que la profundidad de la cavidad no sea igual o mayor que la altura del cubo;
- Densidad del líquido: campo de entrada numérica;
- Densidad de objeto: campo de entrada numérica;

- Aceleración de la gravedad: campo de entrada numérica, de modo que sea posible explorar las fuerzas de peso con otras aceleraciones gravitacionales;
- Comando de reinicio - botón;
- Botón de comando Colocar objeto en el líquido - botón;
- Botón de comando Cambiar posición de equilibrio - botón.

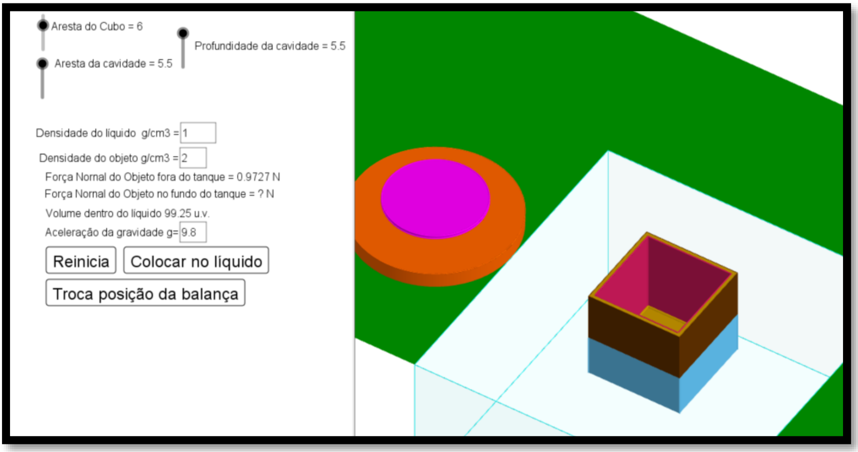


Figura1 - Simulador digital para el estudio de flotabilidad

Animación

Al trabajar con objetos animados, es necesario definir una variable que será la referencia para la animación. En GeoGebra trabajamos con un control deslizante "t" con intervalo [0.15] y animación "Crescente (Una vez)", para que el objeto se mueva y se detenga, esperando el comando de reinicio.

El recorrido del cubo durante la animación se dividió en 4 etapas (Figura 2) el ascenso fuera de la escala (0, 0, 2) hasta que está sobre el líquido (0, 0, 12), el descenso hasta el contacto con el líquido (0, 0, 0) y, después de contar con líquido, los movimientos de hundirse lentamente (0, 0, -10) u oscilar hasta estabilizarse en la posición flotante (0, 0, hl) siendo hl la profundidad sumergida del cubo.

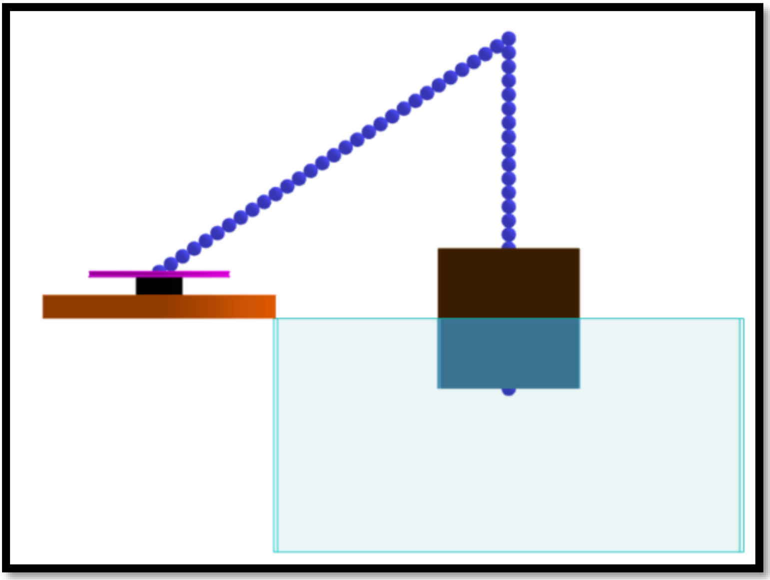


Figura 2 - Ruta de animación

B se definió como un punto de referencia para la construcción del cubo, por lo que para la animación en el espacio las coordenadas de B están dadas por las funciones compuestas para x, y y z, basadas en la variable de animación (t) y la profundidad sumergida del cubo (hl).

$$x = \begin{cases} -15\left(1 - \frac{t}{3}\right), t < 3 \\ 0, \quad t \geq 3 \end{cases}$$

$$y = 0$$

$$z = \begin{cases} 10\frac{t}{3} + 2, t < 3 \\ 12 + 6\,(3 - t), 3 \leq t < 5 \\ t > 5 \begin{cases} 5 - t, si\ no\ flota \\ hl\left(0.65^{(t-5)}(\mathrm{sen}(2.04\,(t-5) - pi) + 1) - 1\right), si\ flota \end{cases} \end{cases}$$

La oscilación del objeto en el líquido agrega una característica de realidad al simulador, ya que este es el comportamiento del fenómeno en una situación real. La función de oscilación viene dada por la función sinusoidal ajustada para tener 3.25 ciclos en el intervalo [5, 15] de la variable de animación y con atenuación dada por la función exponencial, el gráfico de oscilación se muestra en la Figura 3, en la cual se observa cómo la oscilación de la profundidad sumergida del objeto, que se estabiliza en t = 15.

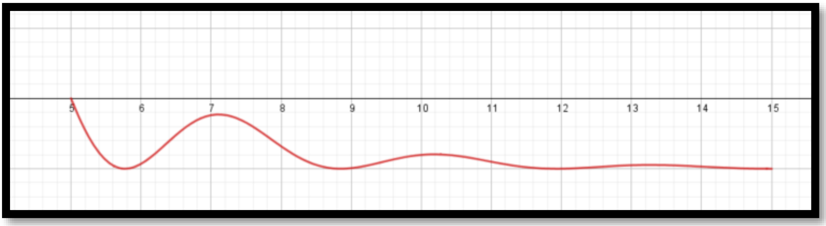


Figura 3 - Representación de la oscilación del punto de referencia del cubo.

El control del comportamiento de hundimiento o flotación se realiza comparando el peso del objeto con el peso del volumen de líquido que será desplazado por el sólido al ser colocado en el agua (Figura 4), es decir, la comparación de fuerza del peso del objeto con la fuerza de flotación. Como el simulador permite crear una cavidad en el objeto, la fuerza del peso está dada por el producto de la densidad del objeto y la diferencia en el volumen del cubo y su cavidad, mientras que la fuerza de flotabilidad está dada por el producto de la densidad del líquido y el volumen del cubo.

$$\begin{cases} n = arista\ del\ sólido \\ m = arista\ de\ la\ cavidad \\ pf = profundidad\ de\ la\ cavidad \\ dl = densidad\ del\ líquido \\ ds = densidad\ del\ sólido \\ g = aceleración\ de\ la\ gravedad \\ Vl = Volumen\ del\ líquido \\ Vs = Volumen\ del\ material\ sólido \end{cases}$$

$$\begin{cases} Fuerza\ de\ flotación = dl.Vl.g \\ Fuerza\ peso\ del\ objeto = ds.Vs.g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ds\ (n^3 - m^2pf) > dl\, n^3 \longrightarrow hunde \\ ds\ - m^2pf) < dl\, n^3 \longrightarrow flota \end{cases}$$

Figura 4 - Variables independientes y prueba de flotabilidad

La profundidad sumergida (hl) se define por el producto de la altura del cubo y la relación entre las fuerzas peso y flotabilidad, que se define por:

$$hl = n\frac{ds(n^3 - m^2pf)g}{dl\ \ n^3g} \Rightarrow hl = n\frac{ds}{dl}\left(1\ -\ \frac{m^2pf}{n^3}\right)$$

Este valor hl se usa en la función que define la coordenada z del cubo después del contacto con el líquido.

Botones de comando

El simulador tiene una balanza que se coloca dentro y fuera del líquido mediante el botón "Cambiar posición de la balanza". El botón tiene la programación “Si (flagbalanca, falso, verdadero)” en la pestaña “On Click”, de esta manera cuando se presiona el botón, el valor de “flagbalanca” alterna entre falso y verdadero. El uso de la balanza permite al alumno realizar experimentos y comprobar la fuerza del peso del objeto dentro y fuera del líquido. Para comprender el desempeño de la fuerza de flotación, se recomienda que, al inicio, las actividades se realicen con el cubo sólido, sin cavidad.

Para la construcción de la balanza se utilizaron cilindros en base al punto de referencia con coordenada “Se (flagbalanca, (-15, 0, 0), (0, 0, -12))”. En esta definición, las coordenadas del punto alternan entre fuera del líquido (-15, 0, 0) y sumergido en el fondo del tanque (0, 0, -12) cuando flagbalanca cambia de falso a verdadero.

El botón de reinicio tiene una programación asociada que cancela la animación con StartAnimation[falso], pone a cero la variable t que cambia la coordenada del objeto fuera del líquido y cambia el balance de la bandera a verdadero haciendo que la coordenada del punto de referencia de la escala cambie a (- 15, 0, 0) automáticamente.

El botón "Poner en líquido" inicia la animación, pone a cero la variable t y desactivando la animación. Los comandos de los botones se muestran en la Figura 5, con el izquierdo para reiniciar y el derecho para activar la animación.

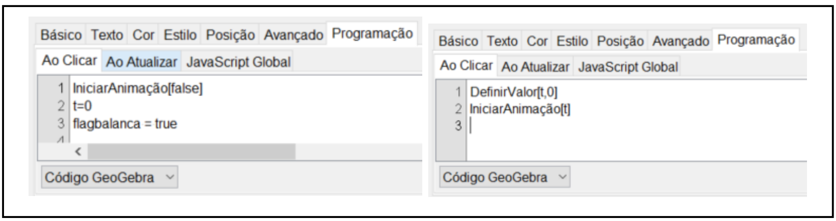


Figura 5 - Reiniciar y animar horario

Para las construcciones de cubos y cavidades se utilizó el comando "Polígono" de GeoGebra para cada cara, basado en el punto de referencia (B) que es la base de toda la animación, creando la dependencia de los polígonos para que todos se muevan siguiendo la posición de B en el espacio virtual del simulador.

Es de destacar que la construcción de conceptos no se da por el simple uso de objetos de aprendizaje interactivos, ya que la actividad didáctica en la que se insertan, así como la organización de la secuencia didáctica, es de suma importancia. Corresponde al profesor presentar adecuadamente los objetos de aprendizaje, sus funcionalidades y limitaciones, así como presentarlos en el momento oportuno y adecuado tomando como referencia los conocimientos del alumno.

Para el desarrollo de objetos interactivos es necesario conocer los comandos de línea para la construcción de objetos geométricos y los comandos de control como animación, sonido, valoración de variables y la ejecución de comandos condicionales, ya que el panel de herramientas de construcción geométrica de GeoGebra presenta solo una parte de los comandos se restringe a los más utilizados.

El grupo de investigación de la Universidad Luterana de Brasil trabaja continuamente en el desarrollo de objetos de aprendizaje interactivos como juegos y simuladores digitales utilizando GeoGebra, estando en constante expansión de la red de socios para que estén interesados en los estudios de integración de tecnologías en el plan de estudios de Matemáticas.

Referencias

Bassanezi, Rodney Carlos. 2002. Ensino - Aprendizagem Com Modelagem Matemática. 3a. São Paulo: Editora Contexto.

Flores, Cláudia Regina, Débora Regina Wagner, and Ivone Catarina Freitas Buratto. 2012. "Pesquisa Em Visualização Na Educação Matemática: Conceitos, Tendências e Perspectivas." Educação Matemática Pesquisa 14(1):31–45.

Gutiérrez, Ángel. 1996. “Visualization in 3-Dimensional Geometry: In Search of a Framework.” Pp. 3–19 in Proceedings of the 20th PME Conference. Vol. 1.

Homa, Agostinho Iaqchan Ryokiti. 2019. “Robotics Simulators in STEM Education.” Acta Scientiae 21(5):178–91. doi: 10.17648/ACTA.SCIENTIAE.5417.

Kirriemuir, J., and A. McFarlane. 2004. “Literature Review in Games and Learning.” A NESTA Futurelab Research Report 8(July 2004):1–40.

Curvas y lugares geométricos con GeoGebra

Curves and Geometric Locations with GeoGebra

Agustín Carrillo de Albornoz Torres[5]

Resumen

De todos son conocidas las opciones que GeoGebra ofrece para representar cualquier función o para obtener la representación de un lugar geométrico a través de la herramienta del mismo nombre, cuando el lugar está determinado por un punto.

Cuando el lugar no está determinado por un punto hay que recurrir a las opciones que permiten la animación y el trazo para simular el lugar generado a través de envolventes, lo que ofrece un amplio abanico de posibilidades para generar nuevas curvas a través del movimiento.

GeoGebra también ofrece la posibilidad de obtener la ecuación de un lugar generado con la herramienta Lugar geométrico e incluso el construido a través de envolventes. Como estas opciones no siempre devuelven la ecuación hay que buscar nuevos métodos como puede ser recurrir a las posibilidades que ofrece la Vista CAS para determinar dichas ecuaciones.

Palabras clave: curva, ecuación, lugar geométrico

---

[5] España. Embajador de GeoGebra para Iberoamérica. Instituto GeoGebra de Andalucía (España). agustincarrillo@fespm.es

Abstract

The options that GeoGebra offers to represent any function or to obtain the representation of a geometric place through the tool of the same name are known by all, when the place is determined by a point.

When the place is not determined by a point, it is necessary to resort to the options that allow animation and the stroke to simulate the place generated through envelopes, which offers a wide range of possibilities to generate new curves through movement.

GeoGebra also offers the possibility of obtaining the equation of a place generated with the Geometric Place tool and even that built through envelopes. As these options do not always return the equation, it is necessary to look for new methods such as using the possibilities offered by the CAS View to determine these equations.

Keywords: curve, equation, locus

Introducción

Suponemos que por todos es conocida la herramienta Lugar geométrico, así como las opciones que permiten construir un lugar descrito por un punto que se mueve a partir de unas determinadas condiciones, siendo necesario recurrir a otras opciones como son la animación y el trazo para representar lugares descritos por otros objetos como rectas, segmentos, circunferencias, etc.

En el siguiente texto expondremos algunos ejemplos de construcción de lugares geométricos utilizando las opciones anteriores, ampliando con otras posibilidades, quizás menos conocidas, que esperamos sirvan para ampliar el campo de acciones que se podrán realizar con GeoGebra a través de las distintas vistas que ofrece, para finalizar con un proceso para generar nuevas curvas a partir de la vista CAS y por supuesto, de la vista gráfica para su representación.

Trazado de curvas como lugares geométricos

Comenzaremos utilizando la herramienta lugar geométrico para construir una curva; para la que necesitamos un punto que será el que describa el lugar, otro nuevo punto que será el que vaya cambiando su posición y por tanto, modificando las condiciones. Este segundo punto no puede ser un punto libre, debe ser un punto que se mueva sobre otro objeto.

Por ejemplo, si deseamos obtener el lugar geométrico descrito por el punto Q que resulta de la intersección de la recta tangente a la circunferencia por un punto A de ella y la recta perpendicular a la tangente anterior por un punto P exterior a la circunferencia, realizaremos los pasos siguientes: en primer lugar, creamos los objetos necesarios como son la circunferencia, un punto A sobre ella y un punto P exterior.

A continuación, trazamos la recta tangente a la circunferencia por el punto A (herramienta Tangente) y la recta perpendicular a la tangente anterior por el punto P (herramienta Recta perpendicular), determinando el punto Q intersección de las dos rectas (herramienta Intersección).

Por último, solo queda seleccionar la herramienta Lugar geométrico marcando el punto P (punto que describirá el lugar) y el punto A que será el punto que se mueva sobre la circunferencia, que hará que las condiciones vayan cambiando.

El resultado será una curva denominada caracol de Pascal que aparece representada en la figura siguiente.

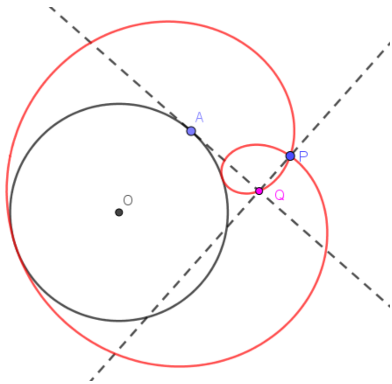


Figura 6. El caracol de Pascal como lugar geométrico.

A partir del lugar obtenido con la herramienta Lugar geométrico o con el comando LugarGeométrico, que en el caso anterior tendría sería LugarGeométrico(Q, A), también se pude determinar la expresión de su ecuación con ayuda del comando EcuaciónLugar, escribiendo como argumentos el nombre asignado al lugar o los puntos que lo determinan, es decir EcuaciónLugar(Q, A), devolviendo como resultado la ecuación implícita del lugar representado.

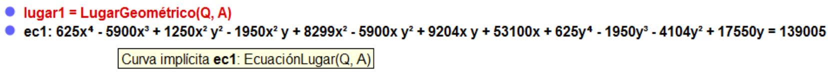


Figura 2. Ecuación del lugar geométrico.

Pero ¿qué ocurre cuando el lugar que se desea obtener no está generado por un punto? En estos casos hay que recurrir a las opciones descritas anteriormente de animación y trazo.

Supongamos los objetos siguientes: una circunferencia, un punto A en la circunferencia y un punto P interior a la circunferencia. Para obtener el lugar geométrico que describen las mediatrices del segmento AP cuando A recorre la circunferencia, la única opción que nos queda es usar la animación de A, activando previamente el trazo de la mediatriz para que aparezca el lugar descrito por las envolventes de las mediatrices.

El lugar aparece representado en la figura 3, cuyo resultado es una elipse cuyos focos son el punto P y el centro de la circunferencia inicial.

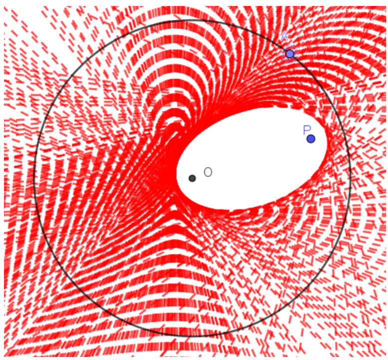


Figura 3. Elipse obtenida como envolvente

Cuando se utiliza la herramienta Lugar geométrico, al cambiar las condiciones iniciales el lugar se actualizará, algo que no ocurre cuando se usa animación y rastro ya que el resultado del rastro no es un objeto reconocible por GeoGebra. En este caso, si deseamos determinar qué ocurre con el lugar cuando el punto P es exterior a la circunferencia, será necesario, antes de volver a animar el punto A, borrar el trazado anterior, para lo que bastará con pulsar Ctrl-F.

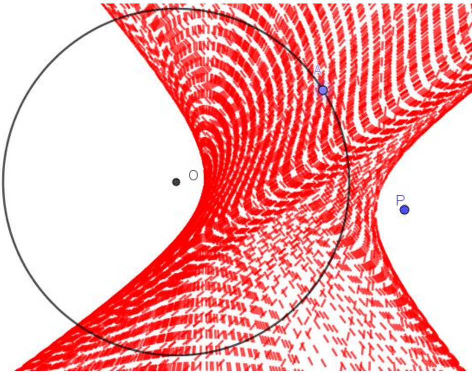


Figura 4. Hipérbola obtenida como envolvente

Solo queda obtener la parábola siguiendo el mismo proceso, para lo que bastara con utilizar una recta, un punto A en la recta y un punto P que no pertenezca a ella.

Estás curvas se pueden obtener directamente utilizando el comando Envolvente, indicando como argumentos el objeto que describe la envolvente y el punto que se mueve, en el caso anterior, será la mediatriz y el punto A. El resultado aparece en la imagen 5.

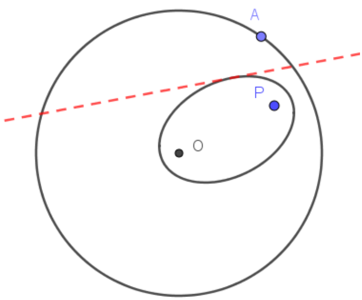


Figura 5. Lugar geométrico obtenido a partir de envolventes.

Apareciendo además su ecuación en la vista algebraica.

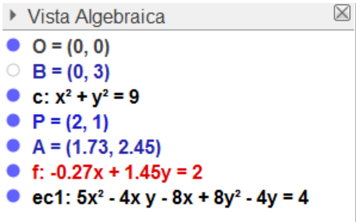


Figura 6. Ecuación del lugar geométrico obtenido a partir de envolventes.

Con procesos similares, según cada caso, se podrán construir algunas curvas famosas o curvas con nombre, por ejemplo, la bruja de Agnesi, lo que facilitará que además de trabajar sobre su construcción, permita introducir conceptos históricos.

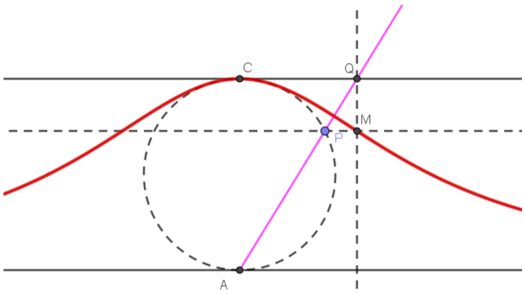


Figura 7. La bruja de Agnesi.

Curvas en movimiento

Otros procesos que permiten obtener nuevos lugares geométricos serán aquellos en los que se parte de unos objetos en movimiento para determinar que curva describirá un determinado punto o para determinar qué ocurre cuando cambian las velocidades del movimiento de los objetos que interviene en la construcción.

Por ejemplo, a partir de una circunferencia deseamos crear una nueva circunferencia que ruede sobre la anterior. La dificultad de estas construcciones radica en el proceso para simular el desplazamiento de una circunferencia sobre la otra.

Una vez establecido el movimiento se podrá determinar la curva que describe un punto de la segunda circunferencia cuando rueda por el exterior o por el interior de la circunferencia inicial; incluyo con ayuda de deslizadores observar qué efectos produce el cambio en los radios de las respectivas circunferencias.

En las imágenes 8 y 9 aparecen las curvas descritas cuando la circunferencia rueda exteriormente o interiormente.

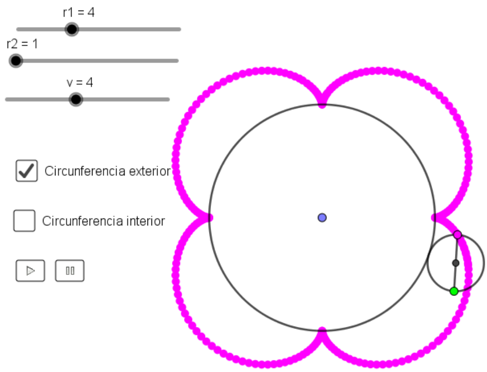


Figura 8. Circunferencia exterior.

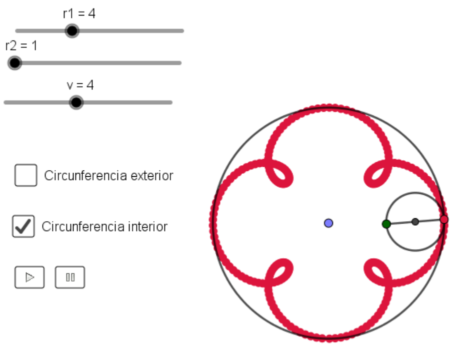


Figura 9. Circunferencia interior.

La misma curva se puede obtener siguiendo procedimientos distintos, tal y como aparecen en las imágenes 10 y 11, en la que el astroide se obtiene siguiendo el movimiento anterior de una circunferencia que rueda interiormente sobre otra circunferencia, y en el segundo caso a partir de envolventes (https://www.geogebra.org/m/TJeNNMsC).

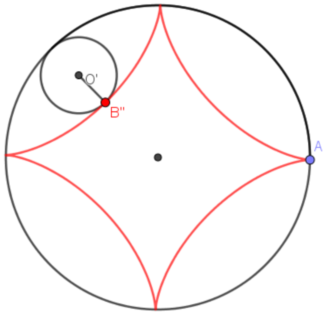


Figura 10. Astroide.

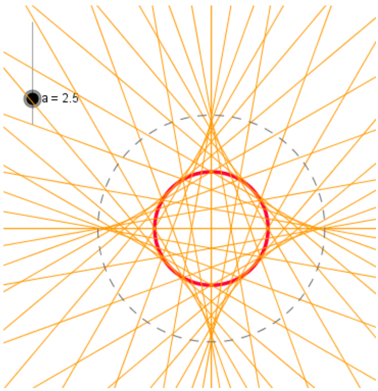


Figura 11. Astroide como envolvente.

Establecer condiciones para un lugar geométrico

Hasta ahora estamos acostumbrados a determinar un lugar geométrico a partir de un punto que depende de otro objeto, pero no de un punto libre.

Por ejemplo, si tenemos tres puntos libres A, B y C, podemos pensar en qué lugar se debe encontrar C para que las distancias AC y BC sean iguales. Es evidente que C se debe encontrar en la mediatriz del segmento AB, pero lo que queremos es que GeoGebra sea capaz de determinar esa condición.

Cada vez le pedimos más a GeoGebra, pero hasta ahora su equipo de desarrollo está logrando muchos avances y en este sentido el equipo que está desarrollando opciones de demostración automática, en el que se encuentra mi buen amigo Tomás Recio Muñiz, ha logrado resolver este problema.

Para ello, utilizaremos el comando EcuaciónLugar, indicando la condición que deseamos establecer y el punto que buscamos que lo cumpla. Escribiremos:

EcuaciónLugar(Distancia(A,C)==Distancia(B,C),C)

El resultado como era de esperar será la mediatriz del segmento AB, lo que nos indica que C se tiene que encontrar en esa recta para que se cumpla la condición pedida, apareciendo además su ecuación en la vista algebraica.

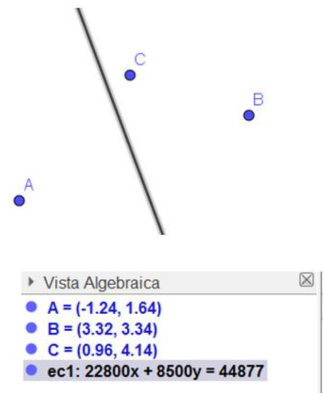


Figura 12. Condición para determinar un lugar.

Un nuevo ejemplo podemos obtener también a partir de tres puntos libres A, B y C, buscando la condición que debe cumplir C para que el triángulo ABC sea rectángulo en el vértice C. En este caso, la condición que debemos establecer en el comando EcuaciónLugar será:

EcuaciónLugar(a²+b²==c²,C)

Como resultado aparecerá la circunferencia cuyo diámetro es AB, por lo que C tendrá que estar sobre dicha circunferencia para que se cumpla la condición de ser un triángulo rectángulo.

Otras curvas como lugares geométricos

El caracol de Pascal obtenido como primer lugar geométrico es una curva que pertenece al grupo de curvas denominadas podarías.

Una podaría o curva pedal d una curva "c" con respecto al punto B, se denomina al lugar geométrico de los puntos de intersección de la recta tangente a "c" por el punto A, con la recta perpendicular a dicha tangente por el punto B.

Supongamos como curva la función cuadrática $f(x) = x^2$, tomando como punto B el origen de coordenadas, siendo A un punto cualquiera de la parábola anterior. Utilizando las herramientas disponibles, podemos obtener la podaría con respecto a B, trazando la recta tangente a la función cuadrática por el punto A; determinando a continuación, el punto P de intersección de la recta perpendicular por B a la recta tangente anterior.

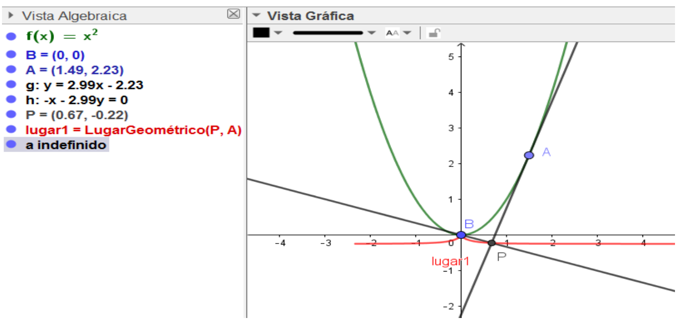


Figura 13. Podaria de la función cuadrática con respecto al origen.

Podemos observar en la imagen anterior que si pedimos la ecuación del lugar obtenido aparece como indefinido, por lo que GeoGebra no ha sido capaz de obtener su expresión. Eso no significa que no sea posible determinar la ecuación, aunque para ello, es necesario recurrir a la vista CAS para aplicar los comandos correspondientes a cada uno de los pasos que previamente se han realizado para representar la podaría.

En la vista gráfica y algebraica el punto A era un punto concreto, aunque estaba sobre la función cuadrática, sus coordenadas en cada momento eran valores numéricos. Sin embargo para iniciar este proceso, necesitamos un punto genérico que será (t, t^2).

Para obtener la recta tangente a la función f por el punto genérico anterior, bastará con ejecutar, no olvidemos que estamos en la vista CAS, el comando Tangente((t,t2),f), obteniendo como resultado la recta $y = -t^2 + 2\,t\,x$.

El siguiente paso será determinar la recta perpendicular a la recta anterior por el punto B que era el origen de coordenadas. Para ello, basta con ejecutar el comando Perpendicular(B, $1) ya que la expresión de la tangente se encuentra en la línea 1 de la vista CAS. El resultado será la recta $y = \frac{-1}{2t}x$.

A continuación, el punto de intersección entre las dos rectas se obtiene usando el comando Interseca. El resultado será un punto cuyas coordenadas corresponden a las ecuaciones paramétricas de la curva buscada, es decir de la podaria, tal y como aparece en la imagen siguiente que recoge las instrucciones ejecutadas en la vista CAS.

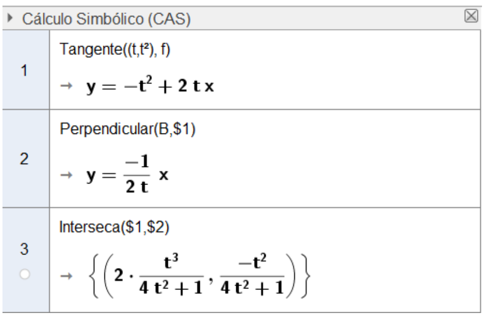


Figura 14. Secuencia de comandos para obtener la podaría desde la vista CAS.

Por último, solo queda convertir la expresión anterior en otra que nos permita determinar la ecuación implícita de la podaría que previamente no había aparecido.

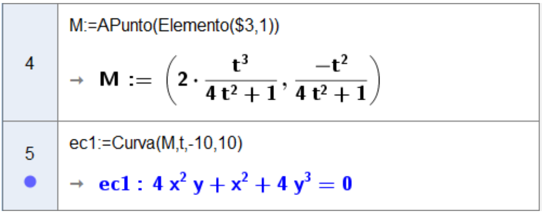


Figura 15. Ecuación implícita de la podaria.

Curva que evidentemente aparecerá representada en la vista gráfica.

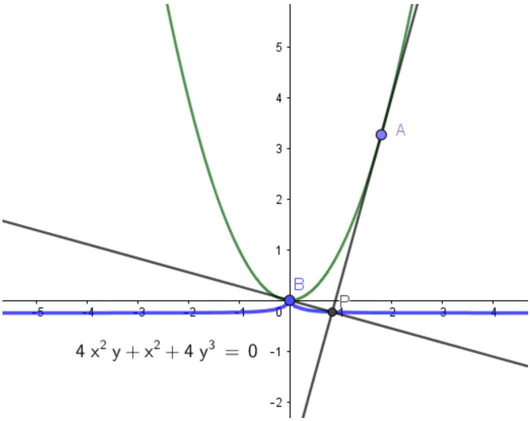


Figura 16. Secuencia de comandos para obtener la podaría desde la vista CAS.

Conclusión

Hemos intentado mostrar distintas opciones, quizás menos conocidas que la herramienta Lugar geométrico, animación y trazo, mostrando ejemplos sencillos para llevarlos al aula, intentando buscar las opciones disponibles para solucionar aquellas respuestas que GeoGebra no devuelve de forma directa.

Además, el último proceso que hemos seguido recurriendo a la vista CAS para ejecutar paso a paso todas las tareas seguidas en la construcción de un lugar, constituye un método que es válido para cualquier función sin más que cambiar el punto genérico que dicha vista requiere.

Los pasos seguidos no resultan excesivamente complicados, por lo que estas construcciones se podrán exponer al alumnado de niveles educativos como Secundaria, Bachillerato y por supuesto Educación Superior.

GeoGebra siempre nos asombra y aquello que no se obtenga directamente, basta aplicar las matemáticas que conocemos para poder logarlo.

Referencias Bibliográficas

Carrillo de Albornoz, A. & Llamas, I. (2009). *GeoGebra. Mucho más que geometría dinámica*. Madrid: RA-MA Editorial.

Carrillo de Albornoz, A. & Recio, T. (2020). De curva a curva con GeoGebra.Boletín Sociedad "Puig Adam" de Matemáticas, 110, 8-25.

Hohenwarter, M. & Kovács, Z. & Recio, T. (2019). Determinando propiedades geométricas simbólicamente con GeoGebra. *Números, Revista de Didáctica de las Matemáticas, Vol 100, 79-84*.

La planificación didáctica del profesor de matemáticas en el uso de tecnologías digitales: posibilidades con el software GeoGebra

The didactic planning of the mathematics teacher in the use of digital technologies: possibilities with GeoGebra software

Claudia Lisete Oliveira Groenwald[6]

[6] Universidade Luterana do Brasil – ULBRA. claudiag@ulbra.br

Resumen

En la conferencia se presenta los resultados de la investigación del proyecto Educación Matemática y Tecnologías Digitales, desarrollado en el grupo de investigación de Estudios Curriculares de Educación Matemática (GECEM), del Programa de Posgrado en Enseñanza de Ciencias y Matemáticas (PPGECIM), de la Universidad Luterana del Brasil (ULBRA), en Canoas, provincia del Rio Grande del Sur, Brasil. Se entiende que las tecnologías han cambiado la forma en que los seres humanos interactúan y piensan en relación con el mundo que los rodea y la Educación Matemática necesita adaptarse a esta realidad.

El problema que impulsa el estudio con las Tecnologías Digitales, del grupo GECEM, es: ¿Cuáles son las posibilidades didácticas de las tecnologías digitales para la educación matemática en la educación básica y superior? Se ha llevado el análisis sobre el potencial pedagógico de las tecnologías digitales en educación matemática, tanto en educación básica como en educación superior (formación de docentes y cursos que utilizan las matemáticas como apoyo en la instrucción profesional). La propuesta es discutir y reflexionar sobre las posibilidades y dificultades en la planificación didáctica de los docentes de Matemáticas cuando proponen utilizar el software GeoGebra en su planificación didáctica. Además, se presentarán objetos de aprendizaje desarrollados que se pueden utilizar en la planificación didáctica.

Palabras clave: Educación Matemáticas. Software GeoGebra. Planificación didáctica.

Abstract

The conference presents the results of the research of the Mathematical Education and Digital Technologies project, developed in the research group of Curricular Studies of Mathematical Education (GECEM), of the Postgraduate Program in Teaching of Sciences and Mathematics (PPGECIM), of the Lutheran University of Brazil (ULBRA), in Canoas, Rio Grande do Sul province, Brazil. Technologies are understood to have changed the way human beings interact and think in relation to the world around them and Mathematics Education needs to adapt to this reality.

The problem that drives the study with Digital Technologies, of the GECEM group, is: What are the didactic possibilities of digital technologies for mathematics education in basic and higher education? An analysis has been carried out on the pedagogical potential of digital technologies in mathematics education, both in basic education and in higher education (teacher training and courses that use mathematics as support in professional instruction). The proposal is to discuss and reflect on the possibilities and difficulties in the didactic planning of Mathematics teachers when they propose to use the GeoGebra software in their didactic planning. In addition, developed learning objects will be presented that can be used in didactic planning.

Key words: Mathematics Education. GeoGebra software. Didactic planning.

Introducción

En esta conferencia nos proponemos discutir los resultados de la investigación del proyecto Educación Matemática y Tecnologías Digitales, del Grupo de Estudios Curriculares de Educación Matemática (GECEM) vinculado al Programa de Postgrado en Enseñanza de las Ciencias y las Matemáticas (Maestría y Doctorado) de la Universidad Luterana del Brasil (ULBRA), en el municipio de Canoas, en el estado de Rio Grande do Sul, Brasil.

El objetivo que orienta el desarrollo de la investigación del grupo GECEM es reflexionar sobre criterios y posibilidades que puedan orientar una transformación curricular en Matemática teniendo como supuesto básico el desarrollo de competencias, en los estudiantes de Educación Básica, que permitan una participación ciudadana, activa y comprometida en la sociedad en la que operan, considerando las teorías pedagógicas, didácticas y de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas.

Las investigaciones de los investigadores del GECEM sobre el potencial pedagógico de las Tecnologías Digitales para la Educación Matemática, tanto en Educación Básica como en Educación Superior (Formación de docentes y cursos que utilizan las Matemáticas como soporte en la formación profesional) buscan dar respuesta a la pregunta: ¿Cuáles son los Posibilidades didácticas de las Tecnologías Digitales para la Educación Matemática en Educación Básica y Educación Superior?

Entendemos que en una sociedad de bases tecnológicas, con continuos cambios, ya no es posible ignorar el potencial pedagógico que presentan las Tecnologías Digitales (TD) cuando se incorporan a la educación.

También es muy importante que el docente incorpore el uso de tecnologías digitales en su planificación didáctica.

Exemplos de objectos de aprendizage con lo software GeoGebra

Kampff et al (2004) afirman que, en una sociedad de bases tecnológicas, con continuos cambios, ya no es posible desconocer el potencial pedagógico que presenta la TD cuando se incorpora a la educación. Así, las computadoras, tabletas, calculadoras son instrumentos relevantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje, y le corresponde a la escuela utilizarlos de manera coherente, con una propuesta pedagógica actual y comprometida con el aprendizaje significativo, que favorezca diferentes formas de construir conocimiento.

Las tecnologías han cambiado la forma en que los seres humanos interactúan y piensan en relación con el mundo que los rodea. En este período de informatización masiva, en el que las actividades han migrado al formato digital, la Educación y la Educación Matemática, también necesitan adaptarse a esta realidad. Con los avances tecnológicos, la reducción de costos involucrados ha facilitado el acceso a la tecnología; Sin embargo, además del acceso, se necesitan conocimientos para utilizarlo en todo su potencial (Homa e Groenwald, 2016).

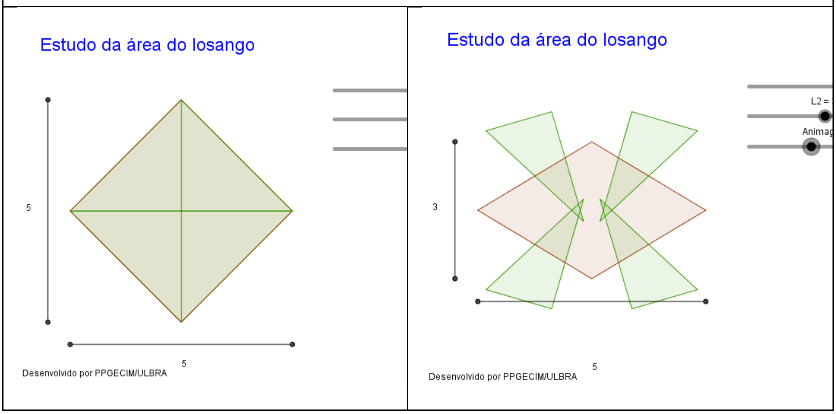
La evolución tecnológica, según Kenski (2012), no se limita al uso de equipos y productos. Para la autora, el uso de cierta tecnología se impone a la cultura existente y transforma el comportamiento individual y social, transformando sus formas de pensar, sentir, actuar, formas de comunicarse y adquirir conocimientos, creando una cultura y un nuevo modelo de sociedad. Kenski (2012) afirma que las personas están viviendo un nuevo momento tecnológico, basado en la cultura digital.

Insertarse en la sociedad de la información no significa solo tener acceso a la tecnología, sino principalmente, saber utilizar esta tecnología para buscar y seleccionar información que permita a cada persona resolver problemas cotidianos, comprender el mundo y actuar en la transformación de su contexto (Almeida, 2008). En este sentido, para NCTM (2014) todos los estudiantes deben tener acceso a tecnologías y otras herramientas que apoyen la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas.

Se presentará, en esta conferencia, una secuencia didáctica con objetos de aprendizaje desarrollados en el software GeoGebra. Son objetos educativos con los siguientes conceptos: polígono, triángulos, cuadriláteros y área de figuras planas.

A continuación, presentamos el objeto de aprendizaje, desarrollado por los investigadores de GECEM, construido en el software GeoGebra, para visualizar el área del rombo (Figura 1).

Área del Rombo



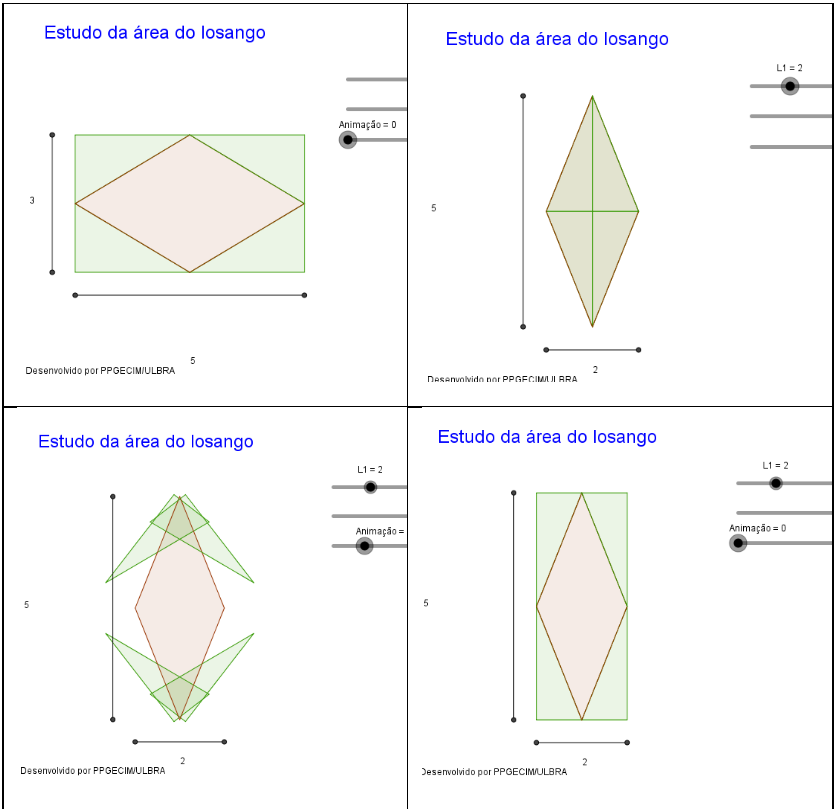


Figura 1 – Área del Rombo em el software GeoGebra
Fonte: http://ppgecim.ulbra.br/laboratorio

Este objeto de aprendizaje permite a los estudiantes visualizar el modelo matemático del área de un rombo.

Los objetos de aprendizaje se construyeron con las figuras planas: cuadrados, rectángulos, triángulo, paralelogramo, rombo, trapecio y círculo.

Todos los objetos de aprendizaje fueron desarrollados por investigadores de GECEM y se pueden encontrar en el laboratorio virtual de matemáticas en: http://ppgecim.ulbra.br/laboratorio.

Conclusiones

Los resultados encontrados, con el uso de recursos digitales con estudiantes de la educación básica, han mostrado resultados positivos y demuestran un potencial para ser utilizado por los docentes en el aula, el cual puede ser explorado en la planificación didáctica, tanto en Educación Básica como en cursos de formación docente.

También destacamos que el software GeoGebra ha demostrado ser adecuado para el desarrollo de actividades interactivas sin necesidad de conocimientos avanzados de programación, siendo así poderosas herramientas didácticas para su uso en el aula.

Es importante enfatizar que los objetos desarrollados no deben ser presentados individualmente, ya que se basan en el conocimiento matemático de los conceptos involucrados, por ello, enfatizamos la importancia de construir una secuencia didáctica que presente los objetos enlazados, de manera que permita la visualización, el desarrollo conjetura y generalización de los estudiantes.

Referencias

Homa, A. I. R.; Groenwald, C. L. O. (2016). Incluindo tecnologias no currículo de matemática: planejando aulas com o recurso dos tablets. Revista Unión, 48(dez), 22-40.

Homa, A. I. R.; Groenwald, C. L. O. (2016). Área de figuras planas com objetos de aprendizagem no GeoGebra. Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia, 9, 123-147.

Kampff, A. J. C.; Machado, J. C.; Cavedini, P. (2004). Novas Tecnologias e Educação Matemática. In: X Workshop de Informática na Escola e XXIII Congresso da Sociedade Brasileira de Computação. Bahia. Recuperado de http://www.cinted.ufrufgs.br/renote/nov2004/artigos/a12_tecnologias_matematica.pdf .

Kenski, V. M. (2012). Tecnologias e Ensino Presencial e a Distância. São Paulo: Papirus.

NCTM. (2014). Principles to actions: ensuring mathematical sucess for all. Reston: National Council of Teachers of Mathematics. México.

Fotografía y GeoGebra, una estrategia posible para descubrir la matemática que nos rodea

Photography and GeoGebra, a possible strategy to discover the mathematics that surrounds us

Karina Amalia Rizzo[7]

[7] Instituto Superior de Formación Docente y Técnica Nº 24, Bernal. (Argentina). Instituto Nuestra Señora del Perpetuo Socorro, Quilmes (Argentina). Instituto Sagrada Familia, Quilmes (Argentina). karinarizzo71@gmail.com

Resumen

El propósito de esta comunicación es descubrir la matemática que nos rodea, a través del trabajo que se puede llevar a cabo mediante el uso de fotografías y el software GeoGebra. Se compartirán diversos ejemplos de fácil implementación, que permitirán advertir el potencial del programa GeoGebra como recurso didáctico en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

Finalmente, se mostrará cómo esta alternativa, es utilizada en el marco de un concurso denominado FotoGebra (www.fotogebra.org), invitándolos a llevar a cabo esta u otras experiencias similares que permiten a los estudiantes desarrollar competencias digitales, matemáticas, de trabajo en equipo y artísticas.

Palabras clave: Matemática, Fotografía, GeoGebra, Modelación, Concurso

Abstract

The purpose of this communication is to discover the mathematics that surrounds us, through the work that can be carried out through the use of photographs and the GeoGebra software. Several examples of easy implementation will be shared, which will allow us to realize the potencial of the GeoGebra program as a didactic resource in the teaching and learning of mathematics.

Finally, it will be shown how this alternative is used in the framework of a contest called FotoGebra (www.fotogebra.org), inviting them to carry out this or other similar experiences that allow students to develop digital, mathematical, teamwork skills and artistic.

Keywords: Mathematics, Photography, GeoGebra, Modeling, Contest.

Introducción

Con el propósito de propiciar el interés hacia la Matemática, en el año 2016, se convoca a estudiantes de Escuelas Secundarias de Quilmes, Provincia de Buenos Aires (Argentina) a participar en un concurso llamado FotoGebra, pues conjuga la fotografía y el programa GeoGebra (https://www.GeoGebra.org/m/dupdmbtw).

GeoGebra es un software gratuito de geometría dinámica y multiplataforma, que suministra un medio para explorar, conjeturar, descubrir y aprender por medio de la prueba y el error. Además, posibilita realizar construcciones que en lápiz y papel no podrían efectuarse, por lo que su utilización en la educación matemática se hace imprescindible (Carrillo, 2012). Asimismo, es importante destacar que dicho software, permite incorporar imágenes y objetos matemáticos sobre ella de un modo fácil e intuitivo, entre muchas otras características. Esta cualidad, según Furner and Marinas (2014) facilita que los docentes puedan explicar conceptos matemáticos y hacer que el aprendizaje de las matemáticas sea más real y relevante.

El concurso, propone descubrir la matemática que nos rodea, a partir de la exploración de fotografías y dicho software, para dar respuesta a las diversas preguntas que el participante proponga. Esto permite de una forma motivadora, estudiar conceptos matemáticos, mientras se matematiza la imagen y realizan análisis adicionales.

Es importante señalar que, debido a los resultados obtenidos, en dicho evento, en cuanto a la participación y logros matemáticos observados (https://www.GeoGebra.org/u/fotogebra), se decidió repetirlo anualmente, incorporar a estudiantes de formación docente y paulatinamente extenderlo a países de Iberoamérica, incluyendo España y Portugal.

En el año 2020, atravesados por la pandemia y las condiciones que son de público conocimiento, se comenzó a diseñar actividades para el aula (https://www.GeoGebra.org/m/kmkajvhh), buscando proporcionar recursos para los docentes que se encontraban en ejercicio y que repentinamente se vieron obligados a llevar adelante de manera virtual sus clases.

En las próximas líneas se compartirán algunas actividades para el aula y reflexiones sobre el concurso.

Detalle de algunas “actividades para el aula”

En este contexto de cambio permanente, se decide diseñar recursos para el aula y así de algún modo incentivar a la participación en una nueva edición del concurso FotoGebra.

Para ello, aprovechando el hecho de tener que “estar en casa”, se los invita a redescubrir el hogar y transformarlo en un lugar de aprendizaje. En particular, a dejar volar la imaginación y hacerse preguntas en “la cocina”.

A continuación, se exponen algunas actividades donde se pueden abordar mediante fotografías y GeoGebra, diversos conceptos matemáticos.

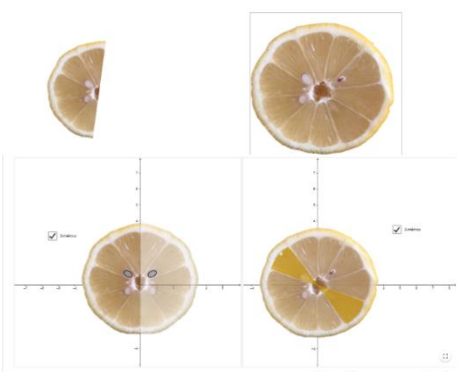
Simetrías en las frutas y verduras

En las figuras que se exponen a continuación, se muestran tres actividades que se diseñaron con la intención de posibilitar la investigación de los conceptos de simetría axial y central, a través de un acercamiento intuitivo y manipulativo.

Las mismas, favorecerían que los estudiantes observen, identifiquen, comparen, conjeturen y descubran figuras simétricas, ejes de simetría y posibles propiedades, para luego con la ayuda del docente arribar a regularidades.

Es de destacar que estas actividades, pueden constituirse como un primer acercamiento a dicho concepto, para dar paso luego, a la simetría como transformación, mediante otras actividades que proponga el docente.

Asimismo, estimamos que propiciará un espacio para que sean los estudiantes quienes reconozcan contenidos matemáticos en otros alimentos y mediante la exploración de fotografías, sean capaces de



plantear sus propias preguntas e intentar responderlas, como se solicita en el concurso.

Figura 1. Simetría
https://www.GeoGebra.org/m/nes8zhnh

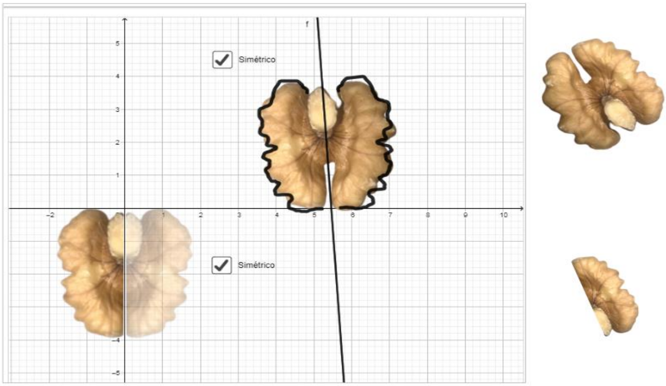


Figura 2. Simetría
https://www.GeoGebra.org/m/qarbttx4

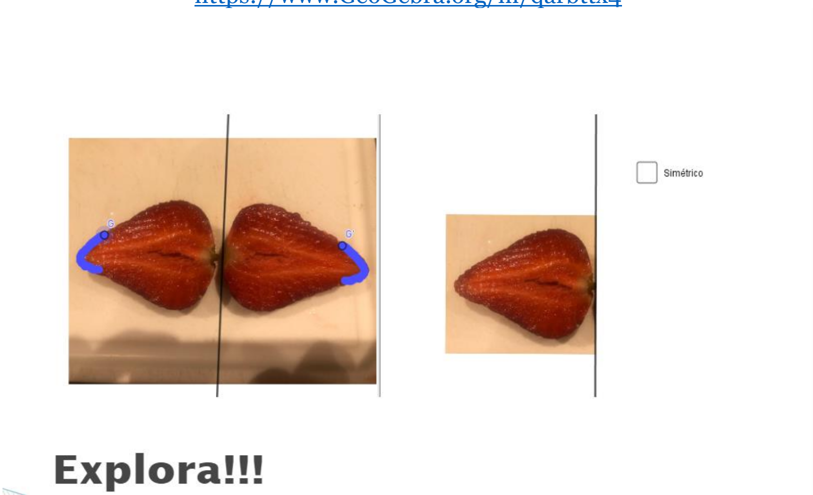


Figura 3. Simetría
https://www.GeoGebra.org/m/nmuz53bd

Cónicas en la cocina

Muchos son los objetos cotidianos y próximos a los estudiantes que pueden ayudar a advertir las diversas curvas que se obtienen al cortar un cono con un plano.

En las actividades seleccionadas, se observan circunferencias y elipses en frutas, verduras y también en repostería hogareña.

Asimismo, podemos advertir una parábola, al mirar por nuestra ventana y encontrar una hipérbola, al observar la luz creada por una lámpara.

Ciertamente, podemos encontrar muchas más cónicas en la cocina, si miramos atentamente los vegetales, utensilios y el mobiliario que nos acoge, cuestión que consideramos importante para acercar las cónicas a nuestros estudiantes.

Figura 4. Circunferencia y Elipse
https://www.GeoGebra.org/m/m7hn7z8d
https://www.GeoGebra.org/m/yt3ndfsd

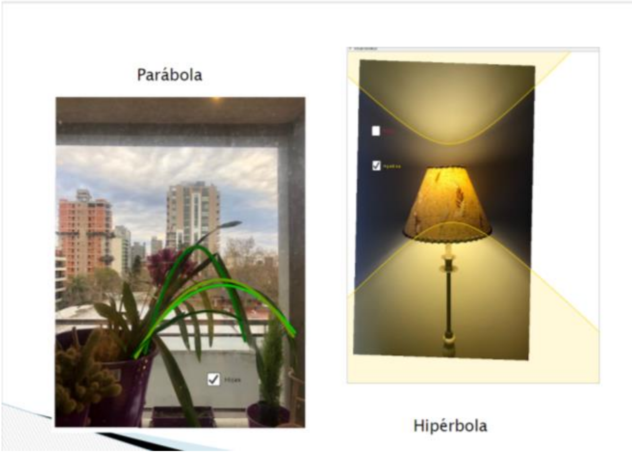


Figura 5. Parábola e Hipérbola
https://www.GeoGebra.org/m/sahhecuy
https://www.GeoGebra.org/m/gtph6uh5

Reflexión final

En las líneas precedentes se pone a consideración algunas actividades diseñadas para llevar al aula, pretendiendo con ellas brindar una estrategia metodológica que facilitaría el acercamiento de conceptos matemáticos, a los estudiantes, mediante la exploración de fotografías y el software GeoGebra, y al mismo tiempo brindar recursos para los docentes que deseen implementarla.

Asimismo, deseamos sea una invitación a participar del concurso FotoGebra, pensando en que éste puede brindar de forma innovadora oportunidades de aprendizaje más real a los estudiantes.

Referencias Bibliográficas

Carrillo, A. (2012). El dinamismo de GeoGebra. Unión Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 29.

Furner, J. M., & Marinas, C. A. (2014). Addressing Math anxiety in teaching Mathematics using photography and GeoGebra. In 26th International Conference on Technology in Collegiate Mathematics (pp. 134–143). San Antonio.

Hohenwarter, M. Kovács, Z y Recio, T. (2019). Determinando propiedades geométricas simbólicamente con GeoGebra. Números Revista de Didáctica de la Matemática. Nº100. Pag. 79-84. Disponible en: http://www.sinewton.org/numeros

Rizzo, K (2020). Concurso Fotogebra = Matemática + Fotografía + GeoGebra. Reflexión Académica en Diseño & Comunicación Año XXI. Vol 44. noviembre 2020. Bs As. Argentina. Disponible en: https://fido.palermo.edu/servicios_dyc/publicacionesdc/archivos/821_libro.pdf

Rizzo, K ; Del Río, L. y Manceñido; M (2019) Looking at Mathematics through the Lens of a Camera. Bridges 2019 Conference held at Johannes Kepler University in Linz, Austria, 15–20 July. Isbn: 978-1-938664-27-4, issn:1099-6702. Disponible en: http://archive.bridgesmathart.org/2019/bridges2019-559.html

Rizzo, K Costa, V (2020) Cuáles competencias digitales favorece desarrollar el concurso FotoGebra? X Congreso Internacional sobre Enseñanza de las Matemáticas 20, 21 y 22 de febrero de 2020. PUCP Lima Perú. Disponible en: http://repositorio.pucp.edu.pe/index/handle/123456789/171568

Rizzo, K y Volta, L (2018) Funciones, GeoGebra y Situaciones cotidianas. SOAREM. Disponible en: https://scholar.google.es/scholar?cluster=14407957809913774185&hl=es&as_sdt=0,5

Rizzo, K. (2019). FotoGebra y competencias digitales: análisis de un caso. Revista épsilon, nº103. 35-44.Disponible en: https://thales.cica.es/epsilon/sites/thales.cica.es.epsilon/files/epsilon103_3.pdf

Rizzo, K., Volta, L. (2014). Una alternativa para la motivación y la visualización de la matemática en lo cotidiano. Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación. Madrid, España: OEI, 2014. Disponible en: http://www.oei.es/congreso2014/contenedor.php?ref=memorias#30

Rizzo, K., Volta, L. (2015). Matemática cotidiana, tic y funciones polinómicas. II JECICNaMa (Segundas Jornadas de Enseñanza, Capacitación e Investigación en Ciencias Naturales y Exactas). Disponible en: https://jornadasjecicnama.wordpress.com/ponencias/

Rizzo, K.; Costa, V. (2019). Matemática, GeoGebra y fotografía, combinados para motivar la enseñanza y el aprendizaje. V Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales, 8 al 10 de mayo de 2019, Ensenada, Argentina. EN: Actas. Ensenada: Universidad Nacional de La Plata. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación. Departamento de Ciencias Exactas y Naturales. Disponible en: http://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/trab_eventos/ev.11960/ev.11960.pdf

Rizzo, K.A., del Río, L S., Manceñido, M E., Lavicza, Z and Houghton, T. (2019) "Linking Photography and Mathematics with the Use of Technology" Open Education Studies, vol. 1, no. 1, 2019, pp. 262-266. https://doi.org/10.1515/edu-2019-0020

Rizzo, K.; Volta, L. (2018). Funciones, GeoGebra y situaciones cotidianas. En Lestón, Patricia (Ed.), ACTAS DE LA XII CONFERENCIA ARGENTINA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA (pp. 667-675). Buenos Aires, Argentina: SOAREM. Disponible en: http://funes.uniandes.edu.co/19316/

Sánchez González, L., Juárez Ruiz, E. L. y Juárez López. J. A. (2020) Análisis de creatividad en el planteamiento de problemas de ecuaciones. UNIÓN. Año XVI. Número 60.

Segal, S. y Giuliani, D. (2008). Modelización matemática en el aula. Posibilidades y necesidades. Buenos Aires. Argentina.

Memorias

de la II Jornada Ecuatoriana de

GeoGebra

PONENCIAS

GeoGebra para la inclusión de estudiantes con discapacidad auditiva

GeoGebra for the inclusion of students with hearing disabilities

Génesis Dayanara López Varela[8]

Vinicio Alexander Chávez Vaca[9]

Resumen

El artículo analiza el empleo del software GeoGebra para la inclusión de estudiantes con discapacidad auditiva, a partir de una revisión bibliográfica. En un primer momento se presentan los fundamentos teóricos sobre las necesidades educativas especiales, los beneficios del software para atender esas exigencias en el marco de la educación inclusiva y los problemas de estos alumnos en Matemática. En un segundo momento se describen los resultados del análisis bibliométrico realizado donde se comprueba que la investigación al respecto no ha sido prolífera y se centra en menciones muy generales sobre el uso de GeoGebra, sin delimitar en su mayoría estrategias o actividades específicas para su incorporación y generalización en el proceso de

[8] Universidad Oberta de Cataluña. genesis_day_1309@hotmail.com

[9] Universidad Tecnológica Equinoccial. vinicio.chavez@ute.edu.ec

enseñanza-aprendizaje de diferentes contenidos en todos los niveles de escolarización formal.

Palabras claves: GeoGebra, discapacidad auditiva, educación inclusiva, proceso de enseñanza-aprendizaje, necesidades educativas especiales

Abstract

The article analyzes the use of GeoGebra software for the inclusion of hearing impaired students, based on a literature review. At first, the theoretical foundations about special educational needs, the benefits of the software to meet those demands in the framework of inclusive education and the problems of these students in Mathematics are presented. The second part describes the results of the bibliometric analysis carried out, which shows that research on this subject has not been prolific and focuses on very general mentions of the use of GeoGebra, without defining specific strategies or activities for its incorporation and generalization in the teaching-learning process of different contents at all levels of formal schooling.

Keywords: GeoGebra, hearing disability, inclusive education, teaching-learning process, special educational needs

Introducción

La literatura científica sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas y sobre la actualización de la dinámica educativa ha destacado los beneficios del GeoGebra para los estudiantes, los profesores, las instituciones educativas y la sociedad en general (Hohenwarter, y Lavicza, 2009; Arteaga, 2019). También se ha señalado que su empleo incrementa en los últimos años a nivel mundial, lo cual ha contribuido a la calidad de los procesos educativos (Arteaga, 2019). Sin embargo, las propuestas sobre su aplicación y resultados para la inclusión de estudiantes con discapacidad auditiva no son prolíferas.

A pesar de esta falta de estudios sobre el uso y los resultados del software GeoGebra para la enseñanza y el aprendizaje de estos alumnos, son varios los problemas que presentan en su progreso en la asignatura de Matemática. Por ejemplo, se ha identificado un bajo rendimiento en general en esta materia con problemas acentuados en las habilidades numéricas, en álgebra y en geometría (Castro, 2013; Serra, 2018). Ante esta situación, estudios aislados han señalado la importancia del empleo de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) para activar la vista y propiciar el rol activo de los estudiantes con discapacidad auditiva ante cada uno de los contenidos de los diferentes niveles de enseñanza (Castro, 2013; Rodríguez, Ayala y López, 2019). De acuerdo con Naranjo (2013), para que la calidad educativa en el marco de la inclusión no figure como una utopía no solo se debe promover la capacitación de los docentes para trabajar con estudiantes sordos, sino también han de incorporarse estrategias y recursos que permitan su inclusión.

Este estudio pretende ubicarse como un primer acercamiento a las propuestas existentes sobre el tema. Específicamente, se persigue el objetivo de analizar el empleo del software GeoGebra para la inclusión de estudiantes con discapacidad auditiva, a partir de una revisión bibliográfica sobre el tema. Ante este interés, el artículo se estructura en tres grandes partes. En un primer momento se presentan los fundamentos teóricos sobre los aportes del software para la atención a los alumnos con necesidades educativas especiales, así como los problemas que presentan estos estudiantes en la asignatura de Matemática. En un segundo momento se detalla el procedimiento metodológico del estudio. Finalmente, se presentan los hallazgos principales a partir de la descripción de aspectos teóricos y metodológicos de la investigación previa y de las propuestas sobre el empleo del software educativo, lo cual permite plantear las conclusiones y algunas líneas futuras de indagación científica.

Marco teórico

GeoGebra para la inclusión de alumnos con necesidades educativas especiales

En el marco del aula, las necesidades de los alumnos son diversas. Ante un cambio de concepción en la dinámica educativa donde los estudiantes asumen un rol protagónico, se requiere de metodologías activas y flexibles para dar respuesta a las exigencias de los verdaderos protagonistas del proceso de enseñanza-aprendizaje. Estas transformaciones son más incidentes en un contexto marcado por el fomento de una educación inclusiva, donde se debe propiciar atención a estudiantes con características muy diversas. Por ejemplo y de acuerdo con el tema del actual estudio, existen alumnos con necesidades educativas especiales al presentar capacidades específicas en el ámbito sensorial, neurológico, cognitivo, comunicativo, psicológico y físico-motor, entre otras (Luque, 2009). Sin embargo, muchas de las disposiciones o modificaciones realizadas a favor de una educación inclusiva de calidad resultan en apariencias, más que en impactos positivos para el proceso de construcción de conocimiento de estos estudiantes.

Ante este panorama se requiere de la implementación de un cúmulo de estrategias que involucre a una serie de actores y herramientas para lograr el aprendizaje significativo también en estudiantes con necesidades educativas especiales (Naranjo, 2013). Por ejemplo, un empleo adecuado de la tecnología permite dar respuesta a las exigencias de estos alumnos, sin que ello implique un deterioro de la calidad y el nivel de exigencia del proceso educativo. El empleo de las TIC en el ámbito de la educación ha generado mejores condiciones para los procesos interactivos y la atención diversificada a los alumnos (Rodríguez et al. 2019). Pero lograrlo implica que la escuela se adapte a las exigencias de los estudiantes y no los estudiantes a las disposiciones curriculares existentes previamente sin considerar sus capacidades.

Dentro de los medios y recursos tecnológicos disponibles, el software GeoGebra permite superar algunas de las limitaciones que se presentan en el proceso de enseñanza-aprendizaje de estudiantes con necesidades educativas especiales, debido a que facilita la comprensión de conceptos teóricos y/o abstractos que a través de los métodos tradicionales son percibidos como muy difíciles. Por ejemplo, para estudiantes con discapacidad auditiva, el software permite la visualización de las simulaciones correspondientes a temas específicos y propicia una mejor demostración de los conceptos y teoremas, lo cual incrementa la motivación (Bohórquez, 2015).

Siguiendo a Hernández y Medina (2012), al modelarse dificultades cotidianas se fomenta la contextualización de los contenidos y un manejo del software consolida la autonomía, pero también el trabajo colaborativo en dependencia de las orientaciones y tareas que se diseñen. Además, GeoGebra promueve la investigación y la experimentación, lo cual favorece el interés y la atención, así como la participación activa de los alumnos en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Su uso permite que los estudiantes avancen o se detengan en correspondencia con sus capacidades, lo cual favorece la atención a la diversidad.

Aprendizaje de las Matemáticas y discapacidad auditiva

A pesar de los avances de la tecnología, las exigencias respecto a la educación inclusiva y la transformación de la dinámica educativa tradicional centrada en el docente en detrimento de la respuesta a las necesidades de los estudiantes, destaca en la literatura científica que estas modificaciones no se han generalizado de manera eficiente y efectiva en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas para alumnos con discapacidad auditiva (Bull et al., 2018). Como consecuencia presentan una serie de problemas ante estos contenidos, lo cual no solo incide en su rendimiento académico, sino también en su desarrollo integral.

De acuerdo con Bull et al. (2018), los estudiantes con discapacidad auditiva tienen en común bajos niveles de logro matemático. Las dificultades al respecto no son consecuencia únicamente de problemas en los procesos de enseñanza que inician desde el nivel primario. Los autores determinaron que se muestran retrasos importantes antes de la escolarización formal. Entre estos alumnos, los mayores inconvenientes radican en la comprensión de los conceptos matemáticos (Kritzer, 2009), lo cual se encuentra relacionado con sus limitaciones para el aprendizaje incidental auditivo. Por ello, resulta un imperativo identificar las necesidades específicas de estos estudiantes y realizar intervenciones académicas o propuestas de diversas adaptaciones curriculares, ya sean significativas o no significativas.

Otras investigaciones han señalado que cuando mejora la interacción y las posibilidades de comunicación de estos alumnos en las aulas y en el ámbito educativo general se reporta un desarrollo de las habilidades matemáticas. Específicamente, Grabauskienė y Zabulionytė (2018) corroboraron que una de las mayores dificultades se presenta al momento de comprender los enunciados de los problemas. De ahí que avanzar en la comunicación o en el empleo de estrategias más acordes con sus necesidades permitirá un progreso en esta asignatura al reducir la frustración que genera la falta de comprensión. Por ejemplo, en tiempos de desarrollo tecnológico y beneficios comprobados para la dinámica educativa, se debe dar prioridad al uso de sus medios y recursos.

Además, resulta necesario que se avance en la implementación de metodologías activas y colaborativas de enseñanza que estimulen otras capacidades sensoriales de los estudiantes con discapacidad auditiva. Luego de la revisión y análisis de estos fundamentos teóricos se puede plantear que las estrategias que incorporen representaciones gráficas parecieran ser más adecuadas, que aquellas centradas solo en lo verbal. El software GeoGebra aporta a esta dinámica, siempre que se emplee de manera adecuada y creativa. Su simple empleo no conlleva a la promoción de una educación inclusiva. Se requiere de la combinación de fundamentos teóricos, resultados empíricos y experiencias previas para garantizar el rol activo de los estudiantes con discapacidad auditiva en la construcción del conocimiento.

Metodología

Tras el interés de analizar el empleo del software GeoGebra para la inclusión de estudiantes con discapacidad auditiva, se realiza un estudio bibliométrico sobre el tema. Para garantizar la viabilidad y factibilidad de la indagación se reduce la búsqueda a Google Scholar y a investigaciones en idioma español. La identificación de los estudios previos fue posible por una combinación de las palabras claves: GeoGebra, discapacidad auditiva, estudiantes sordos, TIC en la enseñanza de las Matemáticas, software educativo y educación inclusiva. Solo se encontraron cinco estudios que se analizan a partir de la recopilación de la siguiente información: país, año de publicación, contenido, nivel de enseñanza y aporte (se califica de general cuando no se establecen estrategias o actividades y específico cuando sucede lo contrario).

Debido a la ausencia de estudios previos que realizan un análisis bibliométrico, la actual investigación presenta un alcance exploratorio y descriptivo. A partir de la revisión bibliográfica se aporta un primer acercamiento al tema objeto de estudio para motivar la indagación futura. Luego con la presentación de las principales particularidades de los estudios se pueden obtener conclusiones respecto al estado actual de la investigación sobre el uso del software GeoGebra para la inclusión de alumnos con discapacidad auditiva, así como sus beneficios y limitaciones.

Resultados

La inclusión de estudiantes con discapacidad auditiva no es resultado de una metodología específica. No obstante, ante sus capacidades se requiere de medios y recursos visuales, así como de estrategias que favorezcan el aprendizaje significativo. Sin dudas, el software GeoGebra aporta estos elementos y estimula otros canales sensoriales, pero la investigación científica no ha avanzado en la identificación de sus beneficios o en propuestas de mejoras para su empleo ante la presencia de estos alumnos. Ello se corrobora al presentar los resultados de la revisión bibliográfica realizada sobre el tema.

Como ya se planteó, solo se encontraron cinco estudios sobre la aplicación del GeoGebra para la inclusión de los alumnos con discapacidad auditiva. La mayoría de estas investigaciones se realizaron en los últimos siete años (Figura 1), pero no han incrementado casi al cierre de los primeros 20 años del siglo XXI cuando ha existido una mayor generalización del empleo del software, según Arteaga (2019).

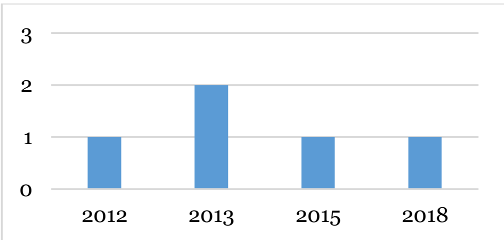


Figura 7. Estudios revisados por año de publicación

Los estudios revisados se realizaron fundamentalmente en Colombia (Figura 2). Esto conlleva a plantear que si bien no es un tema con mucha publicación, tampoco se comporta de manera equilibrada entre los países. Aun cuando puedan existir algunas limitaciones por la opción de búsqueda señalada en la metodología, se señala que para el caso específico de Ecuador se realizó una búsqueda primaria en sus repositorios , revistas y no se encontraron resultados. Así se evidencia que no es un tema prioritario en las agendas de investigación en el marco de la educación inclusiva.

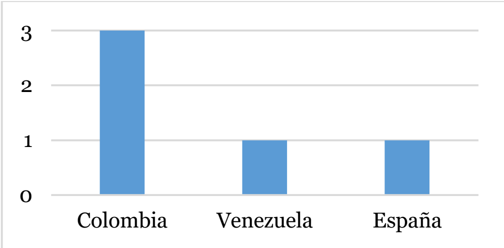


Figura 8. Estudios revisados por país

Al revisar los estudios se identifica que existe diversidad en el contenido que se investiga para transformar las estrategias metodológicas que emplean los docentes en beneficio del aprendizaje de los estudiantes con discapacidad auditiva, aun cuando dos estudios son generales (Figura 3). Al considerar esta variación, puede plantearse que se encuentra relacionada con los múltiples aportes del software para el proceso de enseñanza-aprendizaje.

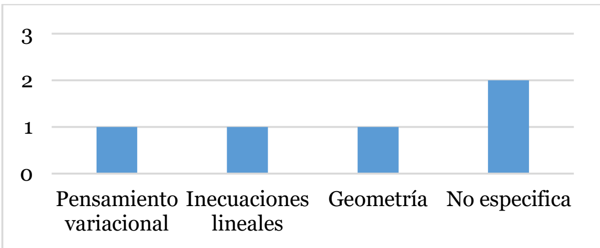


Figura 9. Contenidos que investigan

Aun cuando en la literatura se han reconocido las dificultades que presentan los estudiantes con discapacidad auditiva antes y desde el inicio del escolarización formal (Kritzer, 2009; Bull et al., 2018), los estudios sobre el tema investigado se centran en la enseñanza secundaria y media (Figura 4).

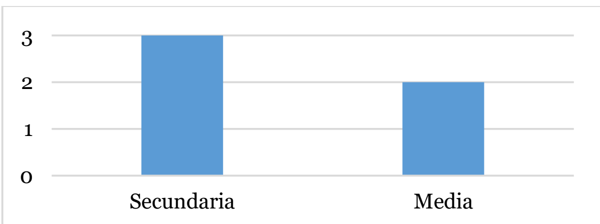


Figura 10. Niveles de enseñanza investigados

Algunas de las investigaciones realizan sus propuestas a partir de problemas existentes en un contexto educativo específico. Sin embargo, la mayoría de los estudios son generales, lo cual significa que no delimitan orientaciones específicas sobre el tema (Figura 5).

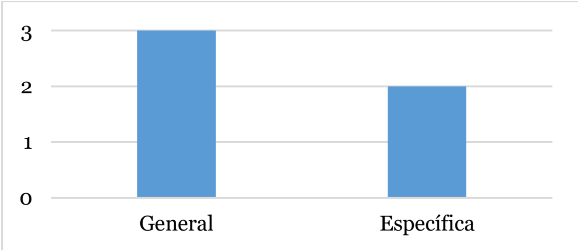


Figura 11. Tipos de propuestas de los estudios realizados

Por ejemplo, Córdoba (2013) y Serra (2018) hacen mención al software de manera general como estrategias encaminadas a la formación docente en el empleo de las TIC o al desarrollo del aprendizaje de estudiantes con discapacidad auditiva en la asignatura de Matemática. Castro (2013) socializa una dinámica, sin puntualizaciones específicas, para impartir contenidos de esta asignatura entre estudiantes sordos y oyentes donde se emplea GeoGebra. Contrario a estos estudios, Bohórquez (2015) realiza una propuesta de actividades para la enseñanza de las inecuaciones lineales a partir del empleo del software en el marco de la acción, proceso, objeto y esquema (APOE) para desarrollar en los alumnos con discapacidad auditiva las siguientes competencias: interpretación y representación, formulación y ejecución, y argumentación. Aldana y González (2012) incluyen al software en el blog educativo que diseñan para la enseñanza de la Geometría a estudiantes con esta necesidad educativa especial.

Conclusiones

Luego de la revisión bibliográfica realizada se demuestra que las investigaciones sobre el empleo de GeoGebra para la inclusión de estudiantes con discapacidad auditiva no son prolíferas y se centran en menciones muy generales al software, sin delimitar en su mayoría estrategias o actividades específicas para su incorporación en el proceso de enseñanza-aprendizaje en diferentes niveles educativos. Ninguna de las investigaciones diserta teóricamente sobre los beneficios y aportes del GeoGebra para que estos alumnos asuman un rol activo en la construcción de sus conocimientos, pero reconocen de manera muy puntual sus beneficios al estimular una capacidad sensorial de estos estudiantes: la visión, así como la interacción.

A pesar de los beneficios del software para la atención a las necesidades educativas especiales, las investigaciones sobre este tema no aumentan de manera sostenida en todos los niveles de enseñanza para el caso de los alumnos con discapacidad auditiva en un contexto marcado por la incorporación y expansión de las TIC en el ámbito educativo. Ante estos antecedentes, se requiere que a futuro exista la posibilidad de incrementar la investigación empírica y el diseño de propuestas sobre el empleo del GeoGebra para diferentes contenidos, lo cual beneficiaría su generalización a favor del aprendizaje significativo y del proceso de construcción de conocimientos en estos alumnos, lo cual aporta a la consolidación de la calidad de la educación inclusiva.

Referencias bibliográficas

Aldana, M., y González, J. (2012). Blog educativo para la enseñanza de la geometría a estudiantes con deficiencia auditiva del Liceo Bolivariano "Antonio José Pacheco" del municipio Valera, estado Trujillo . Trujillo: Universidad de los Andes.

Arteaga, E. (2019). El GeoGebra: una herramienta tecnológica para aprender Matemática en la Secundaria Básica haciendo matemática. Revista Conrado, 15(70), 102-108.

Bohórquez, L. F. (2015). Diseño de una propuesta para un proceso de enseñanza-aprendizaje de las inecuaciones lineales, con mediación de las TIC, para los estudiantes sordos. Medellín: Universidad Nacional de Colombia.

Bull, R., Marschark, M., Nordmann, E., Sapere, P., y Skene, W. (2018). The approximate number system and domain-general abilities as predictors of math ability in children with normal hearing and hearing loss. British Journal of Developmental Psychology, 36(2), 236-254.

Bull, R., Marschark, M., Sapere, P., Davidson, W., Murphy, D., y Nordmann, E. (2011). Numerical estimation in deaf and hearing adults. Learning and Individual Differences, 21(4), 453-457.

Castro, C. A. (2013). Las Matemáticas en silencio. Educación Cientifica y Tecnológica, 177-179.

Córdoba, C., Gómez, V., y Zúñiga, L. (2013). Propuesta para la integración a las TIC a las prácticas de enseñanza que favorezca el desarrollo del pensamiento varacional de los estudiantes sordos en el área de Matemática. Medellín: Universidad Pontificia Bolivariana.

Edwards, A., Edwards, L., y Langdon, D. (2013). The mathematical abilities of children with cochlear implants. Child Neuropsychology, 19(2), 127-142.

Grabauskienė, V., y Zabulionytė, A. (2018). The employment of verbal and visual information for 3rd grade deaf students in arithmetic story problem solving. PedagogikaOpen Access, 129(1), 171-186.

Hernández, E., y Medina, F. (2012). La Pizarra Digital Interactiva y el programa GeoGebra como herramientas que facilitan la atención a la diversidad en el aula de Matemáticas. En Navarro, J; Fernández, M; Soto, F y Tortosa, F. (coord), Respuestas flexibles en contextos educativos diversos (págs. 1-6). Murcia: Consejería de Educación, Formación y Empleo.

Hohenwarter, J., Hohenwarter, M., y Lavicza, Z. (2009). Introducing Dynamic Mathematics Software to Secondary School Teachers: the Case of GeoGebra. Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching, 28(2), 135-146.

Kritzer, K. (2009). Barely started and already left behind: A descriptive analysis of the mathematics ability demonstrated by young deaf children. Journal of Deaf Studies and Deaf Education, 14(4), 409-421.

Luque, D. (2009). Las necesidades educativas especiales como necesidades básicas. Una reflexión sobre la inclusión. Revista Latinoamericana de Estudios Educativos, 39(3-4), 201-223.

Naranjo, C. S. (2013). Una aproximación sociocultural hacia una educación Matemática para sordos. Revista Sigma, 10(2), 27-42.

Rodríguez, J., Ayala, G., y López, M. (2019). Aprovechamiento escolar en aritmética: Objeto de aprendizaje en lengua de señas mexicana para sordos. Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo, 10(19), 1-28.

Serra, E. (2018). Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en alumnos con deficiencias auditivas. Recuperado de https://didactia.grupomasterd.es/blog/numero-14/ensenanza-y-aprendizaje-de-las-matematicas-en-alumnos-con-deficiencias-auditivas

Twining, P. (2001). Planning to use ICT in schools? Education, 29(1), 9-17.

Aprendizaje de cónicas con la realidad y GeoGebra

Learning conics with reality and GeoGebra

Rolando Morocho[10]

Resumen

Como docente de matemática se busca la forma de hacer adaptaciones a través de la flexibilidad del currículo para que el aprendizaje sea activo y reflexivo. Por lo que se plantea el análisis de figuras arquitectónicas que están relacionadas con las cónicas, que se utilizan en la ciencia e ingeniería. Con este trabajo se pretende que los estudiantes asimilen los contenidos de las cónicas con la realidad mediante el análisis de una figura arquitectónica con la ayuda de las Tics en especial GeoGebra, de esta manera los estudiantes conseguirán un aprendizaje significativo. Además, las evaluaciones se desarrollan en todo el proyecto de enseñanza-aprendizaje, tomando en cuenta sus habilidades y competencias y no solo una evaluación sumativa, discriminatoria.

Palabras claves: GeoGebra, cónicas, aprendizaje significativo, proyectos.

Abstract

As a mathematics teacher, we look for a way to make adaptations through the flexibility of the curriculum so that learning is active and reflective. Therefore, the analysis of architectural figures that are related to conics, which are used in science and engineering, is

[10] Unidad Educativa Rafael Aguilar Pesántez. rmorochoq_88@hotmail.com

proposed. With this work it is intended that the students assimilate the contents of the conics with the reality the analysis of an architectural figure through the help of the Tics, especially GeoGebra, in this way the students will achieve significant learning. In addition, the evaluations are developed throughout the teaching-learning project, taking into account their skills and competencies and not just a summative, discriminatory evaluation.

Keywords: GeoGebra, conics, meaningful learning, projects.

Planteamiento del problema o descripción de la experiencia

Los estudiantes al estudiar la temática referente a las cónicas reciben clases demostrativas de fórmulas y teóricas, más no referente a su verdadera aplicación en la vida cotidiana, ciencia e ingeniería. Así mismo, los estudiantes son evaluados en la retención de los contenidos o formulas, y no en la aplicación de las mismas, debido a que las fórmulas o teoremas se puede encontrar en los libros o en la intranet, pero lo importante radica en cómo aplicar las definiciones matemáticas para el bien común. Además, al momento de enseñar matemáticas juega un rol importante las Tics, aún más en cónicas debido que se puede plasmar de manera gráfica sus ecuaciones e irlos dando su verdadero significado y aplicación.

Es por ello que se planteó la siguiente pregunta: ¿los estudiantes saben relacionar los teoremas o contenidos matemáticos de las cónicas con la realidad?

Y se ha establecido como **objetivo general:** interactuar en el proceso de enseñanza-aprendizaje de cónicas con la realizad y GeoGebra para los estudiantes.

Objetivos específicos:

- Instaurar en los estudiantes la importancia de la geométrica “cónicas” en la ciencia e ingeniería.
- Diseñar una estrategia didáctica para que los estudiantes desarrollen un proyecto de análisis de una figura arquitectónica.
- Desarrollar las estrategias didácticas en el desarrollo del proyecto.
- Evaluar la incidencia de las estrategias didácticas.

Marco teórico

El estudiante adquiere sus conocimientos dependiendo de cómo se presenta la información, ya que procesa todo lo que ocurre en su entorno. Los estudiantes partirán de una conceptualización abstracta a indagar, experimentar, y reflexionar mediante un proyecto de análisis de una figura arquitectónica. Según mencionan Blank, Dickinson, Harwell (como se citó en Galeana, 2006) el Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP). "Es un modelo de aprendizaje en el que los estudiantes planean, implementan y evalúan proyectos que tienen aplicación en el mundo real más allá del aula de clase" (p.1). Este método permite que los estudiantes desarrollen sus habilidades y capacidades, en donde el docente es el mediador de los procesos de aprendizaje.

Además, este método se puede aplicar en cualquier materia aprovechando la flexibilidad del currículo, debido a que ayuda a la adquisición de elementos cualitativos necesarios para alcanzar las planificaciones curriculares de cualquier asignatura (Hernández & Martín, 2014).

El uso de las Tics en la enseñanza es muy utilizado cuando se trabaja con proyectos ya que ayuda para la investigación y análisis. Según Galeana (2006) el ABP ha sido investigado y aplicado por el Dr. Davod Moursund, utilizando las TICs con proyectos de aprendizaje y con fundamento ha propuesto el uso del mismo en el currículo.

Dentro de las Tics para la enseñanza de la matemática tenemos GeoGebra. Misma que es un software libre para la educación de matemática para todos los niveles escolares en donde se conglomera la aritmética, geométrica, algebra y cálculo, entre otras (Hernández, 2010). Además, este autor menciona que GeoGebra permite la representación de vistas gráficas, algebraicas y estadísticas, así mismo la organización de tablas, planillas y hojas de datos que se relacionan dinámicamente.

Metodología

El enfoque de investigación es mixto; cuantitativo porque se empleará estadística para tabular los resultados de la investigación y cualitativo porque se busca conocer las opiniones de los estudiantes a través de las conclusiones y recomendaciones de los proyectos presentados.

La población consiste en 27 estudiantes de la Unidad Educativa Indanza en dos periodos lectivos; 10 estudiantes (7 hombres, 3 mujeres) del tercero de bachillerato en el periodo 2017-2018 y 17 (8 hombres, 9 mujeres) estudiantes del 2do de bachillerato en el periodo Lectivo 2018-2019.

Los métodos a utilizarse es la etnográfica y positivista debido a que se desarrolla un conocimiento científico, en donde los estudiantes trabajaran en grupo siguiendo una sistematización para conseguir el mejor resultado posible a asemejarse a la figura arquitectónica seleccionada.

Técnicas e instrumentos

Las técnicas a manejarse en esta investigación son: tareas de ejecución (proyecto), la observación (lista de cotejo) y de comunicación personal (diario). La recopilación y revisión documental de estos nos servirán para contrastar las experiencias generadoras del conocimiento en los estudiantes.

Los instrumentos a utilizarse se basan acorde a las técnicas planteadas por lo que utilizaremos:

Instrumento de evaluación por tareas de ejecución. Proyecto, los estudiantes en grupo seleccionaran la figura arquitectónica que será su proyecto a desarrollar o a demostrar de que cónicas están compuestas dicha figura arquitectónica.

Instrumento de evaluación por observación: Lista de cotejo, esta nos ayudara a verificar si los estudiantes están analizando de manera sistemática las figuras arquitectónicas.

Instrumento de evaluación de comunicación personal: Diario, los estudiantes deben de ir almacenando toda la información recabada y los intentos por llegar a conseguir la Figura arquitectónica.

Desarrollo

Para iniciar esta implementación, se presentó a los estudiantes las instrucciones a seguir para el desarrollo del proyecto, que consiste en seleccionar una figura arquitectónica y corroborar las posibles cónicas que lo componen.

UNIDAD EDUCATIVA "INDANZA"	CÓNICAS	

NIVEL: Bachillerato Superior	ÁREA: MATEMÁTICAS	ASIGNATURA: MATEMÁTICAS		AÑO LECTIVO 2018-2019
SEGUNDO DE BACHILLERATO	GRUPOS/PARALELOS: "A"	QUIMESTRE	II	
DOCENTE: ING. ROLANDO MOROCHO		Parcial II		

TRABAJO DE ANÁLISIS DE SUPERFICIES CÓNICAS EN LA CIENCIA E INGENIERÍA

Integrantes:	Fecha:

¡Bienvenidos jóvenes científicos e ingenieros!

Les invitamos a participar en este importante proyecto de ciencia e ingeniería. En este proyecto deben de analizar y construir una figura arquitectónica a su elección y dar a conocer de las superficies que lo componen.

¡Éxitos!

OBJETIVOS:

- Conocer las cónicas que pueden llegar a conformar una figura arquitectónica.
- Emplear los conocimientos de cónicas para representar superficies cónicas de revolución reales.
- Establecer las ecuaciones canónicas de la superficie que componen la figura arquitectónica.
- Aproximar las gráficas de las superficies mediante los programas matemáticos GeoGebra y derive para realizar los cálculos.
- Construir la figura arquitectónica con las medidas obtenidas.

PASOS A SEGUIR:

1) Elegir la obra arquitectónica para el estudio y construcción del mismo.
2) Diagramar la figura arquitectónica elegida.
3) Buscar la escala adecuada para trabajar.
4) Determinar las ecuaciones canónicas de las superficies que componen la figura arquitectónica.
5) Comprobar las ecuaciones con GeoGebra o derive.
6) Realizar las gráficas de las cónicas con GeoGebra.
7) Presentar las gráficas en 3D de las cónicas de revolución.
8) Construir el sólido con algún material del medio con base a los datos recopilados.
9) Realizar el análisis de resultados, errores, observaciones y conclusiones.
10) Presentar el informe y diario junto con el sólido realizado.

Algunos ejemplos de figuras arquitectónicas.

El **30 St Mary Axe** o "The Gherkin", que es el término inglés para referirse a un pepinillo, es un rascacielos ubicado en el área financiera de Londres. Fue inaugurado en 2004 y su diseño es obra de **Norman Foster**.

Fuente: https://www.ngenespanol.com/traveler/iconico-edificio-el-pepinillo-londres/

La Cybertecture es considerada la arquitectura del siglo XXI y dentro de este campo se puede clasificar el proyecto del edificio Cybertecture Egg, diseñado por el arquitecto James Law para la ciudad de Mumbai en la India.
Se trata de un edificio inteligente de 13 plantas y un total de 32.000 metros cuadrados, que combinará espacio para el trabajo y para la convivencia de las personas. En él se combina la tecnología más avanzada que permite interactuar con los usuarios. La forma original del edificio permite el ahorro de un 15% en materiales, ya que entre otras cosas se eliminarían gran parte de los pilares que forman habitualmente parte de cualquier construcción.

Fuente: https://arquitecturaideal.com/cybertecture-egg/

Figura 1. Instrucciones para los estudiantes de cómo desarrollar el proyecto parte Uno. Fuente: El autor

Los estudiantes con la información presentada anteriormente proceden a formar grupos de trabajo y a seleccionar la figura arquitectónica a analizar y plantear los objetivos. A continuación, se describe un proyecto presentado por un grupo de estudiantes del Segundo de Bachillerato Técnico de la Unidad Educativa Indanza en el periodo 2018-2019.

IDENTIFICACIÓN, CLASIFICACIÓN Y ANÁLISIS DE UNA ELIPSE Y UNA CIRCUNFERENCIA.

II. OBJETIVOS

A. **ESPECIFICOS**

1. Analizar las cónicas basadas en la arquitectura de un edificio plasmadas en una maqueta.
2. Emplear la teórica con la práctica.
3. Encontrar las ecuaciones de las cónicas que forman la edificación.
4. Graficar la elipse con el centro del origen

Figura 2. Objetivos planteados por los estudiantes para el desarrollo del proyecto. Fuente: Proyecto desarrollado por los estudiantes del Segundo de Bachillerato Técnico de la Unidad educativa Indanza

A. SELECCIONAR LA SUPERFICIE O SOLIDO (OBRA ARQUITECTÓNICA) PARA REALIZAR EL ESTUDIO Y CONSTRUCCIÓN.

El sólido seleccionado para realizar el estudio es Cybertecture Eggs, diseñada por el arquitecto James Law en la cuidad de Mumbai en la India. Se trata de un edificio inteligente de 13 plantas y un total de 32.000 metros cuadrados El edificio utilizaría paneles solares y un sistema para canalizar el agua de la lluvia que pasaria por una planta depuradora para poder abastecer de esta forma a todo el edificio.

B. ESTABLECER LOS MATERIALES E INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN

Los materiales e instrumentos que empleamos para la medición del solido es regla, calculadora, lápiz, computadora, libros de apuntes.

Figura 3. Selección de la obra arquitectónica para el desarrollo del proyecto. Fuente: Proyecto desarrollado por los estudiantes del Segundo de Bachillerato Técnico de la Unidad educativa Indanza.

En las Figuras 1 y 2 se observa, como los estudiantes trabajan de manera colaborativa seleccionando la figura arquitectónica y los objetivos a conseguir en este proyecto.

Una vez que ya tienen seleccionado la figura arquitectónica proceden a analizar mediante la impresión del mismo y a trabajar con escalas e ir interpretando las posibles ecuaciones que lo componen con los datos obtenidos.

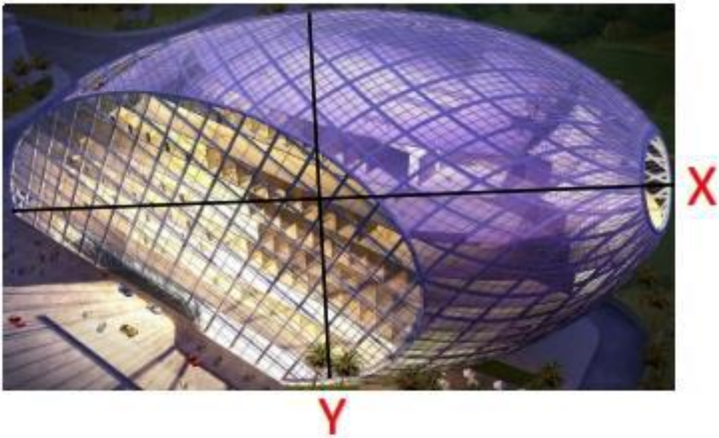


Figura 4. Elección del eje coordenado para el análisis de la figura arquitectónica. Fuente: Proyecto desarrollado por los estudiantes del Segundo de Bachillerato Técnico de la Unidad educativa Indanza.

SOLIDO	Cybertecture Eggs	
	DATO	FOTO
LARGO (eje y)	16.5cm	
ANCHO (eje x)	9.4 cm	

Elipse completa

Lado mayor

LM=2a

16.5cm=2a

16.5/2=a

8.25=a

Lado menor

Lm=2b

9.4cm=2b

9.4/2=b

4.7=b

Lado recto

LR=2(b)2/a

LR=2(4.7)2/8.25

LR=5.4/2=2.7

Fórmula

C2=a2-b2

C=$\sqrt{a2}-b2$

C=$\sqrt{(8.25)2}-(4.7)2$

C=$\sqrt{45.9}$

C=6.7

Fórmula total

$\frac{x2}{a^2}+\frac{y2}{b^2}=1$

$\frac{x2}{(8.25)^2}+\frac{y2}{(4.7)^2}=1$

Figura 5. Toma de datos de la figura arquitectónica y planteamiento de las ecuaciones de las cónicas que lo componen. Fuente: Proyecto desarrollado por los estudiantes del Segundo de Bachillerato Técnico de la Unidad educativa Indanza.

En la Figura 4 y 5 se evidencia de como indagan las ecuaciones de las cónicas que lo componen, con un eje de referencia fijado para su análisis. Los estudiantes plantean que esta figura arquitectónica está compuesta por dos elipses y una circunferencia. Los mismo que serán comprobados con el software GeoGebra debido a que esta herramienta proporciona la ecuación al ingresar algunos puntos de la misma.

Se puede graficar en 2D ingresado la ecuación o sus dos focos y un punto de la elipse en este caso. Para graficar en 3D se procede a activar la vista con el mismo nombre y dinámicamente se presenta la vista algebraica, en 2D y 3D que permite tener una visión clara de lo que representa la ecuación en un sólido al hacerlo revolucionar en referencia a un eje y un ángulo con el comando "Rota". Al momento de activar el rastro se visualiza la construcción del solido en 3D como se puede apreciar Figuras 6 y 7.

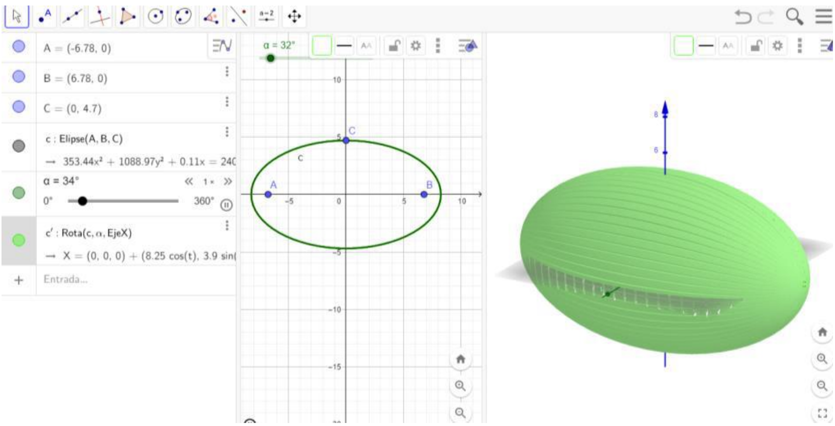


Figura 6. Vista algebraica, 2D y 3D de una ecuación que componen la figura arquitectónica. Fuente: Proyecto desarrollado por los estudiantes del Segundo de Bachillerato Técnico de la Unidad educativa Indanza.

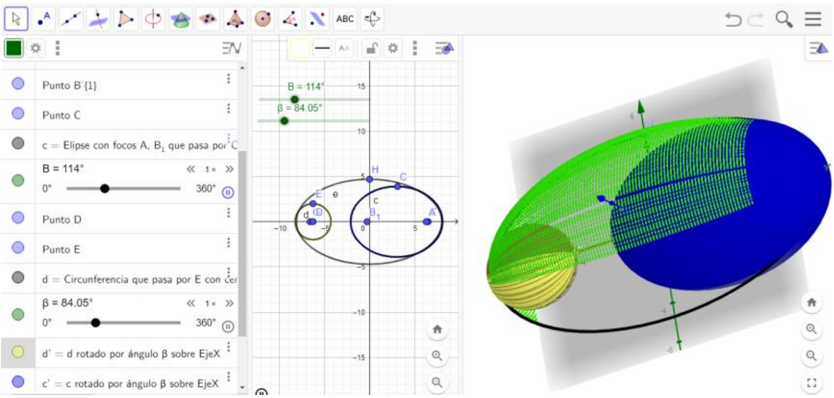


Figura 7. Vista algebraica, 2D y 3D de las ecuaciones que componen la figura arquitectónica. Fuente: Proyecto desarrollado por los estudiantes del Segundo de Bachillerato Técnico de la Unidad educativa Indanza.

El análisis de la figura arquitectónica con GeoGebra se realizó de manera individual para cada ecuación, y posteriormente realizar una sola figura y sólido. A continuación, se presenta los links de GeoGebra con el análisis.

Elipse total: https://www.GeoGebra.org/m/gtynaj6y

Elipse incrustada: https://www.GeoGebra.org/classic/nfxab4mk

Circunferencia: https://www.GeoGebra.org/classic/vxtfdbzq

Solido completo: https://www.GeoGebra.org/classic/pjhxeusu

Resultados y Conclusiones

Los resultados que se presentan a continuación están en base al promedio de las calificaciones en donde se presentan las notas de los tres parciales correspondientes al primer quimestre del periodo lectivo 2017-2018 del tercer año de bachillerato técnico. Las cónicas se dio a este curso debido a que el año anterior no han abordado esta temática y por sugerencia de la junta académica se retomó este tema en este año lectivo en per parcial tres del primer quimestre.

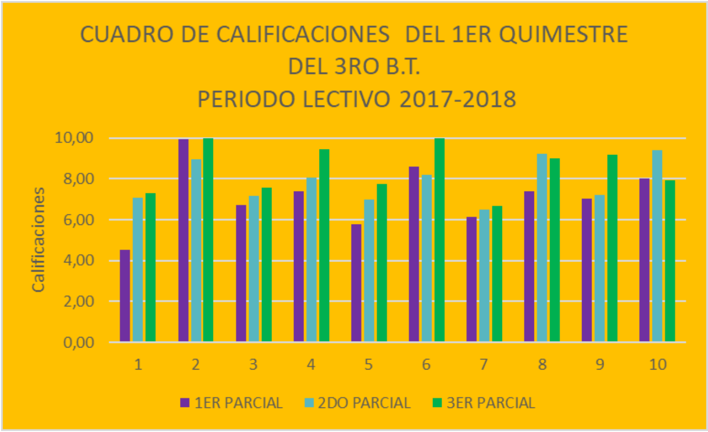


Figura 8. Cuadro de Calificaciones del Quimestre uno del tercero de bachillerato de la UEI

En la figura 8 se muestra el cuadro de calificaciones del primer quimestre por parciales y en donde se puede evidenciar que en el parcial tres los estudiantes suben significativamente en las notas, es decir los estudiantes, alcanzan, dominan y superan los niveles de aprendizaje.

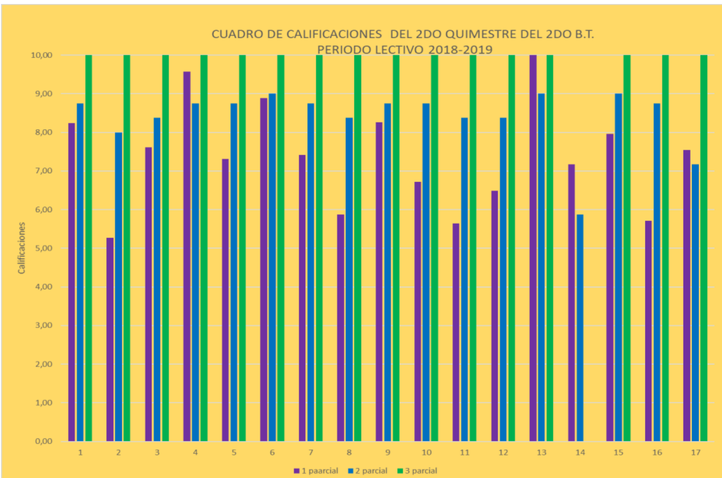


Gráfico 2. Cuadro de Calificaciones del Quimestre dos del segundo de bachillerato de la UEI

En el gráfico dos se presenta el cuadro de calificaciones del segundo quimestre por parciales. En el parcial tres que corresponde a la temática de cónicas, los estudiantes dominan los aprendizajes requeridos.

Estos resultados se deben a que los estudiantes son evaluados en todo el trayecto del proyecto y no solo al final con una evaluación sumativa. Haciendo un análisis de las conclusiones y recomendaciones de los estudiantes estos coinciden que este trabajo les ayudo a poner en práctica los conocimientos adquiridos en el aula en la vida real e ir interpretando las gráficas en la ciencia e ingeniería.

Referencias Bibliográficas

Galeana, L. (2006). Aprendizaje basado en proyectos. Universidad de Colima. Recuperado de https://repositorio.uesiglo21.edu.ar/bitstream/handle/ues21/12835/Aprendizaje%20basado%20en%20proyectos.pdf?sequence=1

Hernández, J. (2010). ¿Qué es GeoGebra? Temas Para La Educación, 8, 5. Recuperado de https://www.feandalucia.ccoo.es/docu/p5sd7158.pdf

Hernández, J. & Martín, E. (Eds.). (2014). Pedagogía audiovisual: Monográfico de experiencias docentes multimedia. Madrid, Servicio de Publicaciones, Universidad Rey Juan Carlos.

El software GeoGebra como recurso didáctico para el aprendizaje de vectores y sus operaciones

GeoGebra software as a didactic resource for learning about vectors and their operations

Fernández Ortega Claudia Margarita[11]

Freddy Patricio Guachún Lucero[12]

Resumen

El presente trabajo tiene como objetivo brindar una alternativa didáctica para el aprendizaje de la unidad de Vectores para los estudiantes de primero de Bachillerato General Unificado de la unidad Educativa Chordeleg. Se plantea una propuesta de aprendizaje compuesta de 6 clases utilizando como recurso el software GeoGebra, con el fin de que los estudiantes alcancen un aprendizaje significativo. Para el análisis de la información se utilizó una metodología mixta con

[11] Universidad de Cuenca. claudia.fernandez@ucuenca.edu.ec

[12] Universidad de Cuenca. patricio.guachun@ucuenca.edu.ec

alcance descriptivo, como instrumentos de recolección de información se utilizó una prueba de diagnóstico aplicada a los estudiantes de primero de bachillerato y una entrevista que se aplicó a dos docentes del área de matemáticas del mismo curso. Como conclusiones se pudo evidenciar la falta de conocimientos sobre el tema de vectores en los estudiantes, y la predisposición de los docentes por utilizar herramientas tecnológicas en su aula de clases, lo que demuestra la gran ayuda que puede aportar el incorporar el software GeoGebra al proceso de aprendizaje, de modo que se puedan obtener mejores resultados académicos, despertando la motivación y el interés.

Palabras claves: GeoGebra, vectores, propuesta didáctica, aprendizaje.

Abstract

The present work has as objective to offer a didactic alternative for the learning of the unit of Vectors for the students of first of General Unified Baccalaureate of the Unidad Educativa Chordeleg. It is raised a proposal of learning composed of 6 classes using as resource the software GeoGebra, in order that the students reach a significant learning. For the analysis of the information a mixed methodology with descriptive reach was used, as instruments of information collection a diagnostic test applied to the students of first of baccalaureate was used and an interview that was applied to two teachers of the area of mathematics of the same course. As conclusions it was possible to evidence the lack of knowledge about the subject of vectors in the students, and the predisposition of the teachers to use technological tools in their classrooms, which shows the great help that can contribute to incorporate the GeoGebra software to the learning process, so that better academic results can be obtained, waking up the motivation and the interest.

Keywords: GeoGebra, vectors, didactical proposal, learning.

Introducción

A pesar del constante esfuerzo del sistema educativo por mejorar la calidad de la educación, no han podido superar diversas dificultades, gran parte de este problema es atribuido al enfoque tradicionalista de enseñanza que se mantiene en la educación a nivel general en el

Ecuador. Hoy en día se intenta cambiar esta realidad, dejando a un lado las recetas mecanicistas de pasos a seguir y orientando la educación hacia un enfoque más participativo para el estudiante. Dificultad que puede ser abordada desde un enfoque analítico y/ó gráfico mediante el uso de la tecnología.

La incorporación de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en la sociedad promete cambios notables y en especial en el ámbito de la educación al dotar a los estudiantes de herramientas y conocimientos necesarios requeridos en el siglo XXI. Estas herramientas proveen diversas formas de aprender a como lo era antes, con contenidos más dinámicos que fomentan una actitud positiva y dispuesta del estudiante frente al conocimiento (Garcés y Alcívar, 2016).

Uno de los elementos de aplicación de las TIC en la mejora del aprendizaje de las matemáticas es el software GeoGebra, el cual optimiza el aprendizaje de la matemática y de la geometría al relacionar permanentemente símbolos matemáticos y gráficas geométricas, gracias a su doble interfaz, gráfica y algebraica. Permite visualizar los principios, leyes y propiedades matemáticas a través de la manipulación y experimentación (Orozco, 2017), ofrece apoyo pedagógico matemático tanto a docentes como estudiantes. El software GeoGebra es atribuido como uno de los mejores en educación matemática ha recibido múltiples premios (Gallardo, 2017).

Al tener presente que la implementación de la tecnología es de gran utilidad y beneficio para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática es necesario aclarar que este tipo de estrategias son provechosas solo si existe un debido análisis técnico y pedagógico previo a su implementación, los cuales deberán caracterizarse por brindarle una verdadera experiencia ilustrativa al estudiante, transformándolo en el protagonista de su proceso de aprendizaje, proporcionándole autonomía en las acciones vinculadas al tema de estudio mediante la manipulación de recursos, estos facilitados mediante la tecnología (Grisales, 2018).

Debido al interés por optimizar el estudio del tema y alcanzar los logros de aprendizaje planteados en la unidad de Vectores surge la necesidad de crear una guía didáctica mediante el uso del software GeoGebra. Trabajo compuesto por una serie de actividades de carácter contextual y progresivo que brinda la oportunidad de retroalimentar el aprendizaje de una manera más creativa y motivadora.

Propuesta Didáctica

La propuesta didáctica se desarrolló en la asignatura de Matemáticas del primer año del Bachillerato General Unificado (BGU), para la Unidad Educativa Chordeleg. El tema específico de estudio es Vectores y sus operaciones, para lo cual, se elaboró una guía didáctica que cuenta con 6 clases cronológicas estructuradas con los 3 momentos de aprendizaje propuestos por el Ministerio de Educación: anticipación, construcción y consolidación. Cada actividad orientada por la metodología activa.

Clase 1: Vectores y sus componentes

En esta sesión se introduce a los estudiantes en el concepto de vector y la diferencia entre las magnitudes vectoriales y escalares mediante el uso de preguntas guía, de manera que se concluya que existen dos tipos de magnitudes. En la parte de construcción se utiliza el software GeoGebra, para ello se propone la siguiente actividad; se presenta una imagen a los estudiantes y se les pide que la analicen realizando preguntas guía sobre ¿cómo representarías gráfica y simbólicamente? ¿entre qué puntos y que representan ellos en el nuevo vector? En el hallazgo de sus componentes se les pregunta sobre qué datos utilizarían para encontrar la distancia, la dirección y el sentido.

Para concluir, se pide ubiquen en entrada los distintos comandos en GeoGebra para hallar los datos obtenidos anteriormente. Para finalizar se presentan actividades similares para que los estudiantes practiquen lo aprendido como también juegos que sintetizan la información de forma dinámica.

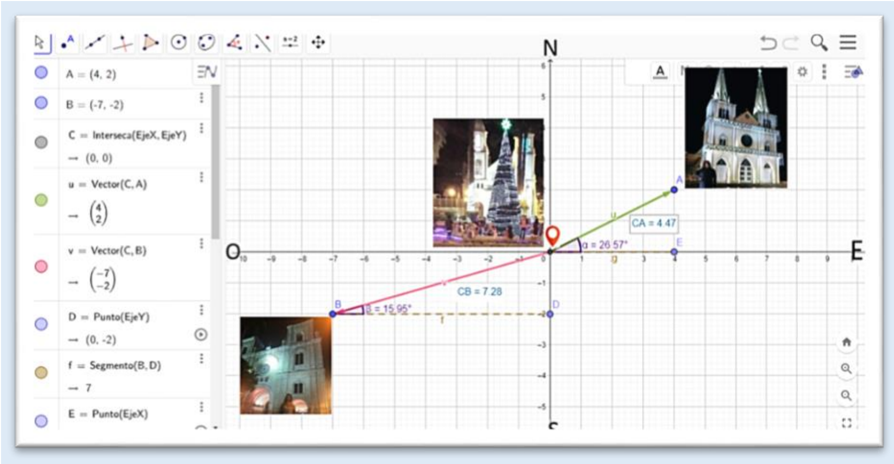
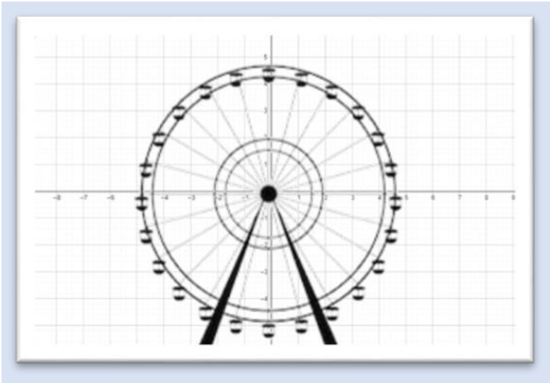


Figura 1. Vectores y sus componentes

Clase 2: Tipos de vectores

Como anticipación se presenta una imagen donde se les pide a los estudiantes identificar similitudes y diferencias entre las semirrectas que lo forman para luego relacionarlas con las características de los vectores. Posteriormente se utiliza el software GeoGebra para construir los vectores que forman la imagen presentada con preguntas y tablas guía de manera que se concluya en la existencia de estos tipos de vectores. Para concluir se indica los comandos para crear e identificar tales vectores, finalizando se presentan actividades similares y un juego como consolidación del aprendizaje. También se introduce imágenes en 3D con preguntas como: ¿Te serviría un plano para formar tal imagen? Luego brindan algunas indicaciones de cómo usar y formar este tipo de vectores dentro del interfaz de este software.



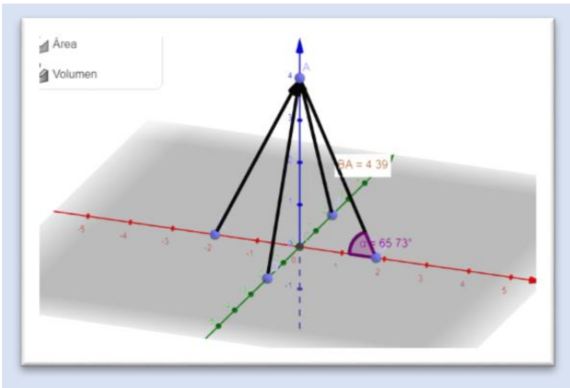


Figura 2. Tipos de vectores

Clase 3: Suma de vectores

Como anticipación se muestra un gráfico donde el estudiante identificará el tipo de operación que necesitaría para hallar el dato requerido. Luego se expone una situación mediante gráficos y preguntas como; ¿Cuál crees que sería la ubicación aproximada de la ballena en el mapa? ¿Qué ecuación crees que te ayudaría a hallar su desplazamiento y recorrido? hasta concluir con la suma de los vectores implicados. Posteriormente con los mismos vectores construidos se les pide a los estudiantes sobreponernos entre sí como la forma gráfica de hallar la solución. Finalmente se dan algunas indicaciones de cómo encontrar tales datos mediante los comandos que proporciona GeoGebra. Finalmente se tienen actividades similares y juegos para que los estudiantes practiquen los conocimientos aprendidos.

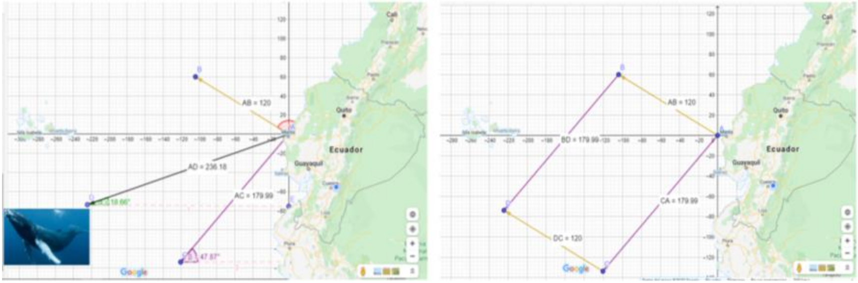


Figura 3. Suma de vectores

Clase 4: Resta de vectores

Al concluir el tema de suma de vectores se procede de la misma manera a su resta. Se introduce el tema con una actividad que necesariamente se tendrá que usar la resta para cumplir el pedido. Posteriormente se propone utilizar datos de un vuelo en línea con algunas indicaciones para usarlos en la construcción de vectores y mediante ellos se realizan varias preguntas como; ¿Qué crees que represente la gráfica que acabas de dibujar? ¿Qué operación tendrías que hacer para conocer la distancia recorrida por el avión? Luego se pide también comparar las características de cada vector implicado para resolverlo mediante el método gráfico y algebraico, esto con ayuda de preguntas guía como; ¿cuál crees que sería el vector minuendo y cuál el sustraendo? ¿qué figura crees que forman? Se finaliza con actividades similares y juegos para consolidar el aprendizaje.

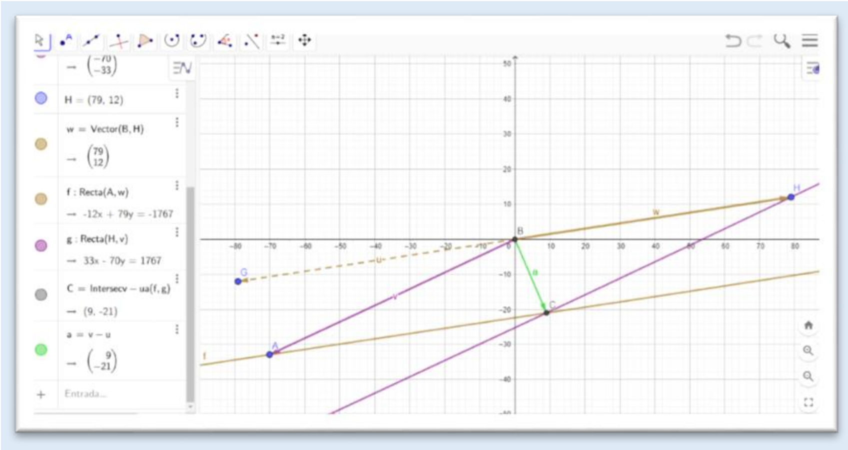


Figura 4. Resta de vectores

Clase 5: Producto escalar de vectores

Como actividad inicial se propone hallar el área de un terreno en forma de paralelogramo dada sus dimensiones planteando preguntas como; ¿Qué figura crees que tenga el terreno? ¿Qué fórmula crees que te ayudaría a calcular el área la figura? A partir de esa fórmula se construirá la fórmula del producto escalar mediante preguntas como; ¿Cuál crees que representaría la base y la altura del paralelogramo? ¿Cuál crees que sería la parte del paralelogramo que podríamos trabajar para hallar tales datos? Luego se dan indicaciones sobre los comandos que nos brinda GeoGebra para hallar el área de dicho terreno. Con la misma dinámica se presentan actividades de aplicación en la que se calculen ángulos, proyección e identificación de vectores perpendiculares y paralelos.

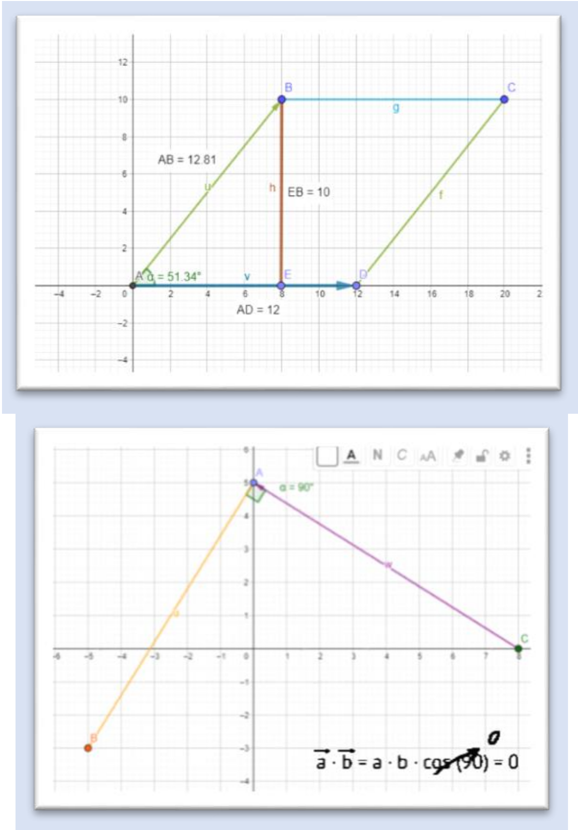


Figura 5. Producto escalar de vectores

Clase 6: Producto cruz de vectores

Se inicia la clase presentando imágenes de figuras de caras planas como los cubos de Rubik pidiéndoles respondan las siguientes preguntas; ¿Qué datos necesitarías para hallar el volumen de tal figura? ¿Cuántas dimensiones crees que necesitas para dibujar las figuras presentadas?, etc. Luego se construye la fórmula del producto mediante otra imagen donde se aplican algunas preguntas como; si el área de un paralelogramo se halla mediante tal fórmula entonces; ¿Cuál crees que sería la base, la altura, y la fórmula trigonométrica para hallarla? ¿Qué fórmula usarías para obtener su módulo?, etc. En seguida se presentan algunas indicaciones de como hallar estos datos mediante los comandos de GeoGebra y se procede con el volumen partiendo de la misma fórmula del área igualmente con preguntas guía. Para hallar estos datos también se presentan tablas que ayudan y guían de manera algebraica el proceso. También se les indica la ley de la mano derecha con el mismo software y preguntas guía. Finalmente se propone actividades similares y un juego para consolidar el aprendizaje adquirido.

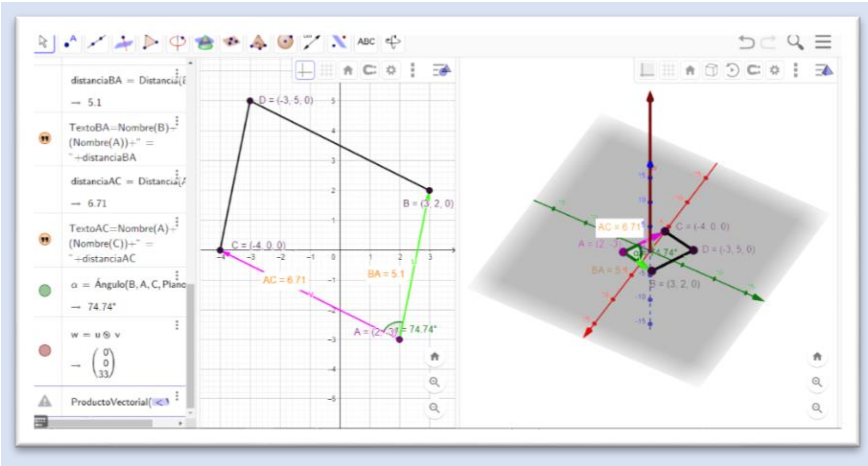


Figura 6. Producto escalar de vectores

Metodología y Resultados

La metodología utilizada en este trabajo es de carácter mixto con enfoque descriptivo elaborado mediante dos métodos de investigación; cuantitativa (prueba de diagnóstico) y cualitativa (entrevista), con el objetivo de demostrar la pertinencia y aceptación de la guía didáctica.

La prueba estuvo estructurada de 10 preguntas y elaborada de acuerdo a los Indicadores Esenciales de Evaluación de la unidad de Vectores. Los resultados de la prueba de diagnóstico evidenciaron que dichos aprendizajes son fácilmente olvidados, mismos que demostraron que no se cumple con los logros de aprendizaje planteados en dicha unidad.

Por otro lado, la entrevista estuvo estructurada de 12 preguntas con el objetivo de ampliar los conocimientos sobre las dificultades que presentan los estudiantes al abordar la unidad y como esta puede ser superada mediante la utilización del Software GeoGebra y actividades que despierten el interés hacia el tema. Los docentes expusieron que la mayor dificultad que poseen los estudiantes radica en sus conocimientos previos que pueden ser fácilmente abordadas mediante el uso de GeoGebra, el cual facilita la precisión en el trazo de gráficas ahorrando tiempo y despertando el interés en los estudiantes al salir de lo rutinario como sería hacerlo únicamente en la pizarra.

Para la prueba de diagnóstico se consideró una muestra por conveniencia de 26 estudiantes que cursan el bachillerato y para la entrevista a 2 docentes del área de matemáticas, esto debido a la situación presentada por la pandemia del virus Covid 19.

Conclusiones

La evolución educativa abre la posibilidad de incorporar en el aula distintos tipos de recursos didácticos que brinden ayuda pedagógica tanto para el docente como para el estudiante, desde un enfoque más dinámico como el que nos brinda el software GeoGebra. Recurso que por sus cualidades posibilita la virtualización de entornos reales a través de la simulación, despertando así el interés, el cual favorece el aprendizaje y mejora el desempeño del estudiante.

Con la recolección de datos mediante una prueba diagnóstica aplicada a los estudiantes, se pudo constatar que la mayor parte de estudiantes no logran alcanzar los resultados de aprendizaje esperados, conocimientos básicos y necesarios para continuar con los procesos planeados de la asignatura, evidenciando la necesidad de implementar nuevas estrategias educativas dentro del aula. Por otro lado, los docentes entrevistados consideran muy útil el uso de GeoGebra en sus clases. Recomiendan el agregar ejercicios de contextualización, como también la utilización de material didáctico conjuntamente con actividades lúdicas.

Su uso promueve un aprendizaje significativo al generar reflexión al presentar como real, un contenido abstracto. Es por ello, la creación de ésta guía didáctica enfocada a cimentar los conocimientos en los estudiantes mediante diferentes actividades con ayuda del software GeoGebra y metodologías activas, las mismas que permitan optimizar el proceso de enseñanza al mejorar sus habilidades visuales y matemáticas sobre el tema.

Aunque el trabajo está encaminado al uso estudiantil, el acompañamiento y orientación docente es muy importante, pues él será quien despeje las dudas y verifique el correcto desarrollo del aprendizaje en los estudiantes. Finalmente, se espera que el trabajo contribuya de una manera motivacional y académica al aprendizaje de vectores y sus operaciones.

Referencias Bibliográficas

Gallardo Bastidas, M. C. (2017). Estudio de las operaciones de vectores en R x R mediante el uso del GeoGebra. (Bachelor's thesis, Universidad Tecnológica Equinoccial).

Garcés, E y Alcívar, O. (2016). Las Tecnologías de la Información en el cambio de la Educación Superior en el siglo XXI: Reflexiones para la práctica. Revista Universidad y Sociedad, 8(4), 171-177.

Grisales, A. (2018). Uso de recursos TIC en la enseñanza de las matemáticas: retos y perspectivas. Entramado, 14(2), 198-214.

Orozco, C. (2017). Objetos de Aprendizaje con eXeLearning y GeoGebra para la definición y representación geométrica de operaciones con vectores y sus aplicaciones (Doctoral dissertation, Universidad de Salamanca).

Mapeo crítico sobre OA elaborados con GeoGebra en Latinoamérica

Critical mapping on LO elaborated with GeoGebra in Latin America

Stephanie Díaz-Urdaneta[13]

Resumen

En este trabajo se presenta el análisis realizado sobre un conjunto de trabajos que tratan sobre Objetos de Aprendizaje (OA) elaborados con GeoGebra, los cuales fueron escogidos en fuentes de investigación latinoamericana. Dicho análisis se realizó a partir de un Mapeamiento Crítico, cuyo propósito es identificar, clasificar y analizar un conjunto de trabajos académicos que presentan determinado objeto de estudio, que en este caso fueron los OA elaborados con el GeoGebra. Tal mapeamiento se desarrolló en: Fase 1, identificación; Fase 2, clasificación; Fase 3, análisis, que se llevó a cabo en tres momentos: 1) presentación; 2) interpretación; e 3) discusiones.

Fueron encontrados 125 trabajos sobre OA elaborados con GeoGebra, en los cuales se realizaba la descripción, presentación del uso y/o los resultados del uso de dichos recursos. Se destaca que Funciones ha sido uno de los temas más considerados en los trabajos analizados y temas de Estadística, Probabilidad aún representan terreno fértil en relación

[13] Asociación Aprender en Red. stephaniediazurdaneta@gmail.com

a OA elaborados con GeoGebra.

Palabras clave: Objetos de aprendizaje. GeoGebra. Mapeo Crítico.

Abstract

This paper presents the analysis carried out on a set of works that deal with Learning Objects (LO) elaborated with GeoGebra, which were chosen from Latin American research sources. Said analysis was carried out from a Critical Mapping, the purpose of which is to identify, classify and analyze a set of academic works that present a certain object of study, which in this case were LOs elaborated with GeoGebra. Such mapping was developed in: Phase 1, identification; Phase 2, classification; Phase 3, analysis, which was carried out in three moments: 1) presentation; 2) interpretation; and 3) discussions. There were 125 works on LO elaborated with GeoGebra, in which the description, presentation of the use and/or the results of the use of said resources were made. It should be noted that Functions has been one of the topics most considered in the analyzed works and topics of Statistics, Probability still represent fertile ground in relation to LO elaborated with GeoGebra.

Keywords: Learning objects. GeoGebra. Critical Mapping.

Introducción

En Latinoamérica se han realizado inversiones tecnológicas desde hace más de 10 años, pero la evidencia de su integración se considera limitada, según la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO, 2016). Sin embargo, repensar la integración de las Tecnologías Digitales (TD) en la Educación implica reflexionar sobre su impacto, su uso y lo que aparece o ha aparecido en dicha integración. Si bien en 2016 se presenta este problema, en 2002, Chan (2002) ya comentaba que a través de la TD comienzan a aparecer recursos digitales, con determinadas características, en el ámbito educativo con el fin de favorecer el proceso de enseñanza y aprendizaje y ser compartidos entre comunidades educativas, refiriéndose especialmente a los objetos de aprendizaje (OA).

Sobre los OA, han sido objeto de estudio para Grupo de Investigación sobre Tecnologías en la Educación Matemática (GPTEM, Curitiba-Brasil), durante algunos años y en 2016 tal grupo presentó su propia definición, considerando OA como "cualquier recurso virtual multimedia, que puede ser utilizado y reutilizados con el propósito de dar soporte en el al aprendizaje de un contenido específico, por medio de actividad interactiva, presentado en la forma de animación o simulación" (Kalinke y Balbino, 2016, p. 25). Por parte de este grupo, se cuentan con algunas evidencias sobre OA elaborados con diversos softwares (Meireles, 2017; Nesi, 2018). Por otro lado, existen evidencias sobre OA elaborados con el GeoGebra (Cervantes, Rubio y Prieto, 2015; Gutiérrez y Prieto, 2015; Díaz-Urdaneta, Prieto y Duarte, 2017).

En cuanto a este software, se puede considerar que tiene una presencia notable en la comunidad de educación matemática. En países como Argentina, Brasil, Chile, Colombia, Costa Rica, Ecuador, México, Salvador, Paraguay, Perú, Uruguay y Venezuela, se ha consolidado al menos un Instituto GeoGebra Internacional en cada país, lo que evidencia el uso de este software en estos países, pero esto no significa que en otros países de América Latina no se haga uso de GeoGebra ya que una persona que actualmente trabaja con GeoGebra y tiene un perfil en la web oficial del software, ya puede ser considerado parte de esta comunidad de docentes e investigadores que lo utilizan. En este sentido, se decidió desarrollar una investigación que aportara a la comunidad en la que, como docente e investigadora, me he involucrado desde 2012 hasta la actualidad.

Por ello, el foco de investigación en mi maestría fueron los OA elaborados con GeoGebra, un aspecto particular de lo que se puede hacer con este Software de Matemática Dinámica. Por esa razón, en este trabajo comparto un resumen de mi tesis de maestría (Díaz-Urdaneta, 2020) que estuvo direccionada por la pregunta: ¿qué dicen algunas fuentes de investigación Latinoamericanas sobre los OA elaborados con el GeoGebra desde la creación del software hasta el primer semestre de 2019? Para dar respuesta a esa pregunta, el objetivo propuesto fue "analizar trabajos relativos a los OA elaborados con el GeoGebra, a partir de un Mapeamiento Crítico realizado en tres fuentes de investigación Latinoamericanas".

Metodología

El tipo de metodología utilizada para el desarrollo de este trabajo fue la revisión bibliográfica, con un enfoque cualitativo, que ha ido ganando espacio desde los años 90 en diferentes áreas académicas (Jesson: Lacey, 2006; Grant; Booth, 2009, Goris Guirao, 2015). En concreto, se consideró lo que se denomina Mapeo Crítico, una revisión que combina las cualidades de un Mapeo Sistemático y una Revisión Crítica, que hemos definido como una revisión sistemática de la literatura que surge de la lectura de trabajos relacionados a un tema específico, durante un período de tiempo, cuya finalidad es identificar, clasificar y analizar los avances y nuevas posibilidades en torno a la temática elegida y así ofrecer nuevos caminos para futuras investigaciones (Díaz-Urdaneta, 2020). Por tratarse de un estudio sistemático, la metodología se desarrolló en tres fases, que se presentarán a continuación:

Fase 1. Identificación de datos

En cuanto a la identificación de los datos, corresponde al contexto temporal y espacial sobre el que se analizará el objeto de estudio, que en este caso son los OA elaborados con GeoGebra. Con respecto al espacio, se eligieron tres fuentes de investigación latinoamericanas: el Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (ALME), la Revista del Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo y las memorias de los eventos latinoamericanos realizados en GeoGebra. Esas fuentes se seleccionaron por varias razones:

- Por la relevancia de contar con varias fuentes de datos para la elaboración de investigaciones con enfoque bibliográfico (Biembengut, 2008);
- Por el aumento de la influencia del GeoGebra en Latinoamérica (Lavizca, 2013).
- Porque las tres fuentes consideran para publicar trabajos producidos especialmente en Latinomérica.
- Por la naturaleza del objeto de estudio, ya que los OA elaborados se utilizan en el aula y las tres fuentes elegidas hacen publicaciones de trabajos relacionados con las experiencias de aula, en las que se presentan los recursos utilizados.
- Por la naturaleza del Mapeo Crítico, ya que este tipo de investigación tiene como objetivo observar el desarrollo del objeto de estudio a lo largo del tiempo.

En cuanto al tiempo, se seleccionó desde el año 2010 hasta el primer semestre de 2019, ya que en el año 2010 se tiene la primera evidencia de OA elaborado con GeoGebra encontrada entre las tres fuentes de datos y fue hasta el primer semestre de 2019 que fue la última vez que se realizó la investigación en relación al tema de estudio entre las tres fuentes de datos elegidas.

Fase 2. Clasificación de datos

Para la clasificación de los datos, primero se estableció el criterio de elección para seleccionar los datos de la investigación y luego se lleva a cabo la clasificación con el fin de organizar los datos de tal forma que nos puedan brindar información relevante sobre el objeto de estudio (Biembengut, 2008), que en este caso son los OA. Como criterio para la elección de los datos, fue la definición previamente presentada sobre OA, es decir, aquellos trabajos que presentaban recursos digitales cuyas características correspondían a la definición presentada. Por tanto, todos los trabajos referentes a recursos digitales elaborado con GeoGebra, con estas características, fueron considerados como parte del cuerpo de estudio.

Para ello, se leyeron sus títulos, resúmenes o palabras clave en los trabajos, para ver si tenían evidencia de recursos digitales desarrollados con GeoGebra, si estas características estaban presentes, se leyó el trabajo completo para ver si, de hecho, correspondían a OA elaborados con GeoGebra, según la definición utilizada. Una vez elegidos los trabajos, se organizó su información en una tabla, en la cual, una de sus columnas se dirigió a la temática que correspondía al OA que se elaboró.

Con base en la información de esta tabla, fue posible clasificar los datos según el año y la temática correspondiente, lo que nos permitió tener una visión general de qué temas se consideraron hasta la fecha comentada y la cantidad de OA que se encuentran entre las tres fuentes de datos según año correspondiente (ver más en Díaz-Urdaneta, 2020).

Fase 3. Análisis de datos

El análisis del Mapeo Crítico se realiza de forma sistemática para facilitar dicho análisis. Para ello, tal análisis se desarrolló en tres momentos:

- Momento 1. Presentación de datos: que consiste en presentar los resultados obtenidos en la fase 2 de la metodología, utilizando como herramientas tablas y gráficos generados a partir de la información obtenida (Grant; Booth, 2009).

- Momento 2. Interpretación de los datos: consistió en establecer categorías que se identificaron como componentes significativos entre los trabajos (Grant; Booth, 2009), las cuales estuvieron constituidas por las similitudes encontradas en los datos y se estructuraron de la siguiente manera: Descripción de OA; Uso de OA; Resultados del uso de OA; Descripción y uso del OA; Descripción y resultados del uso de OA; Uso y resultados del uso de

OA; y Descripción, uso y resultados del uso del OA.

- Para realizar la interpretación de los datos se utilizó el software ATLAS.ti, que permitió tener una Unidad Hermenéutica todos los trabajos que fueron seleccionados en la investigación, separar cada uno según las categorías constituidas y vincular ambas categorías con los comentarios realizados en cada trabajo, lo que facilitó el análisis.
- Momento 3. Discusiones sobre los datos: En este momento, los datos generados en la interpretación de los datos fueron sometidos a discusiones. Este asunto es significativo en el Mapeo Crítico ya que es posible analizar, justificar o contradecir los datos de la interpretación, pero apoyándose en ideas de teóricos que apoyan o refutan estas ideas.

Presentación de datos

Entre las tres fuentes de investigación, se encontraron un total de 125 trabajos, distribuidos en 25 temas matemáticos diferentes, más dos ítems, uno correspondiente a Varios (se refiere a trabajos que presentaron varios OA de diferentes temas) y Otros (correspondientes a OA que no eran de matemáticas). El siguiente gráfico muestra la versatilidad entre los temas encontrados. Esto se debe a la calidad de GeoGebra de ser un Software de Matemática Dinámica, lo que permite su uso en diferentes áreas de la Matemática y otras áreas relacionadas (Gráfico 1).

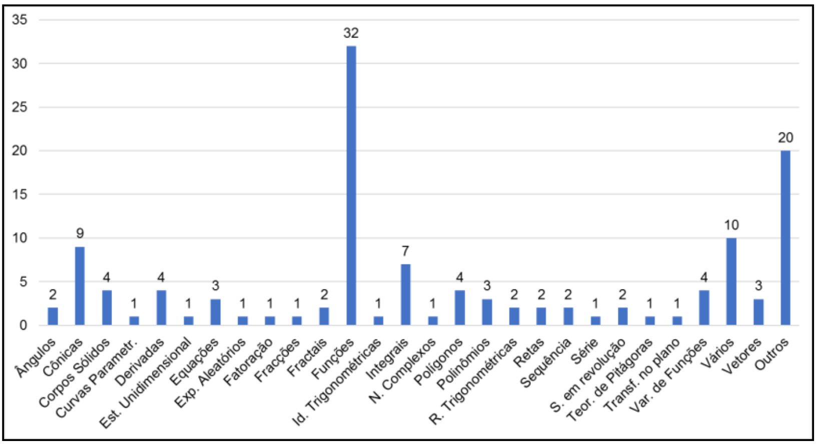


Gráfico 1 – Total de trabajos encontrados por temas identificados
Fuente: Díaz-Urdaneta (2020)

En este gráfico se puede observar que el tema más considerado entre los datos fue el de Funciones, esto es comprensible ya que los inicios de GeoGebra se destacó entre Algebraico y Geométrico, siendo el estudio de funciones uno de los temas más considerados para estudiar en este software, ya que sus herramientas y funcionalidades te permiten hacerlo. También se puede ver que hay una cantidad considerable de trabajo con OA que no es típico de las matemáticas, sino de la física. Esta pregunta es posible ya que con GeoGebra es posible desarrollar simuladores de fenómenos físicos, ya que sus herramientas y funcionalidades permiten a los usuarios desarrollar recursos que se contextualizan a partir de modelos matemáticos. Centrándonos en el desarrollo por año, el siguiente gráfico muestra que no existe un patrón o uniformidad entre la cantidad de OA por año (Gráfico 2).

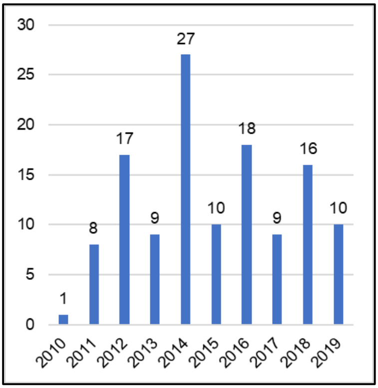


Gráfico 2 – Cantidad de trabajos encontrados
Fuente: Díaz-Urdaneta (2020)

Interpretación y Discusión de los datos

Para el desarrollo de esta investigación, se decidió realizar, además del levamiento en cantidad de trabajos sobre OA elaborados con GeoGebra, reflexiones sobre lo que los autores presentaron en cada trabajo de las categorías comentadas en el momento 2, siendo Descripción, Uso y Resultados del uso de OA las principales componentes significativas a analizar en las obras (Grant; Booth, 2009). A partir de las interpretaciones realizadas, se encontraron características y similitudes entre los trabajos analizados centrados en las categorías. Estas evidencias serán discutidos y apoyados por teóricos que nos ayudarán a comprender el objeto de estudio. A partir de esto, la Descripción, Uso y Resultados del uso del OA se utilizan para llevar a cabo dichas discusiones de manera sintetizada y organizada.

Discusiones sobre la descripción de OA

Se percibió que en los trabajos que realizaron las descripciones se enfocaron en el OA en: los contenidos, las variables, los pasos, las estructuras, metodologías, herramientas y funcionalidades del GeoGebra, y los propósitos por los cuales elaboraron los OA. Estos aspectos pueden ser discutidos por dos razones:

1. El formato de OA, son digitales: sobre estas ideas, Lévy (2015) comenta que lo digital es una nueva forma de trabajar o tratar las informaciones que tenemos. En el caso de OA, aparecen en el contexto digital, por lo tanto, presentan estas descripciones por parte de los autores representan las nuevas formas de tratar la información que surgió en este contexto. Esta situación lleva a los autores a compartir estas nuevas formas, posibilidades, metodologías y otra información que consideren relevante sobre el OA elaborado con GeoGebra, que representan aportes a la comunidad que, de alguna manera, constituyen un colectivo inteligente que colabora con este tipo de información (Lèvy, 2016).
2. La definición de OA utilizado en esta investigación: cabe destacar que los OA son para "dar soporte al aprendizaje de un contenido específico" (Kalinke y Balbino, 2016, p. 25), lo que apoya la idea de presentar los contenidos, variables y propósitos de OA. Esto también es posible debido a la calidad educativa de este tipo de recursos digitales (Lèvy, 1998, 2016) que presentan una forma diferente de enseñar y aprender contenidos.

Discusiones sobre el uso de OA

Cuando los autores se enfocaron en la presentación del uso de OA, percibimos que presentaban las siguientes guías para orientar los usos de OA: usos particulares, secuencias didácticas, planes de trabajo, trabajo práctico, tareas, preguntas orientadoras y discusiones sobre lo que sucede cuando se usa OA. Estas cuestiones se pueden respaldar por dos razones:

1. Por la cualidad no lineal de la multimedia interactiva: sobre este tema, Lévy (2016) comenta que este tipo de recursos se pueden utilizar de diferentes formas, pero como nos referimos a OA, que tiene una finalidad educativa, se consideran los usos deben estar orientados y estructurados de tal manera que

ayuden a los estudiantes a alcanzar los objetivos de aprendizaje que desean al utilizar el recurso digital.

2. Debido a la actividad que se desarrolla al utilizar OA: sobre este tema, se pueden sustentar por las ideas de Tikhomirov (1981) quien dice que la actividad y el pensamiento humanos se reorganizan mediante el uso de la computadora. En el caso de OA, se utilizan a través de la computadora que almacena el recurso y si nos centramos en la actividad educativa que está siendo influenciada por esa computadora, se puede decir que esta influencia hace diferente la actividad educativa, es decir, la actividad educativa se ha reorganizado y esta reorganización puede ser favorable para el alumno si el uso del OA se realiza de forma organizada y estructurada.

Discusiones sobre los resultados del uso de OA

En cuanto a los resultados del uso de, se percibieron tres cuestiones comunes entre los estudios analizados:

1. La posibilidad de abordar conceptos matemáticos y físicos utilizando diferentes representaciones en un mismo OA: esta pregunta puede sustentarse en las ideas de Lévy (1998, 2016) quien comenta que los recursos tecnológicos tienen un carácter hipertextual y dinámico. Esta hipertextualidad en el OA elaborado con GeoGebra es posible lograrlo por las diferentes apariencias que ofrece el software y que se puede ubicar de tal manera que permita tener las diferentes representaciones al mismo tiempo dentro del recurso digital, además de permitir la contextualización del recurso en una situación particular como para el estudio de algún fenómeno físico, por ejemplo.

2. Las posibilidades de experimentación y visualización, lo que facilita el establecimiento y validación de conjeturas que se generan a partir de la exploración y dinamismo del OA: este tema puede ser discutido desde los puntos de vista de diferentes teóricos. La exploración y visualización son dos posibilidades que se han visto potenciadas por la influencia de las tecnologías digitales que, según Borba y Villareal (2005), contribuyen a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. El establecimiento y validación de conjeturas fue posible en la educación matemática, pero con las tecnologías digitales se han reorganizado, según las ideas de Tikhomirov (1981), ya que son diferentes a las realizadas en el contexto del lápiz y el papel (Borba; Villareal, 2005). Finalmente, la exploración y

dinamismo de los recursos digitales es un tema discutido por Lévy (1998, 2016) quien ya comentó que estas son cualidades de los recursos digitales que se pueden utilizar con fines educativos.

3. El OA como complemento a los materiales concretos: este tema se evidenció en los trabajos y puede apoyarse en las ideas de Lévy (2016) quien afirma que una determinada tecnología no reemplaza a otras, pero pueden complementarse entre sí. Esto nos refuerza que los OA no se consideran como sustitutos exclusivos de los materiales educativos, mas pueden convivir y ser utilizados de forma conjunta y organizada para lograr los objetivos educativos deseados.

Consideraciones finales

En el desarrollo de este trabajo se presentó un Mapeo Crítico realizado sobre tres fuentes de investigación latinoamericana sobre OA elaborado con GeoGebra. Cabe destacar que el Mapeo Crítico tiene como objetivo identificar, clasificar y analizar trabajos relacionados con un determinado objeto de estudio. Para ello, el trabajo se realizó a partir de tres momentos: presentación de los datos, interpretación de los datos y discusiones sobre los datos interpretados. Cada uno de estos momentos, presentó evidencias que permitieron comprender el desarrollo del OA elaborado con GeoGebra presentado en trabajos desarrollados en Latinoamérica.

En un primer momento se presentó el número de trabajos encontrados entre las tres fuentes elegidas. Para la presentación de estos datos se utilizaron gráficos que permitieron ver en forma compacta cada uno de los temas encontrados y la cantidad según el tema. En total, se encontraron 125 trabajos, que se encuadran en más de 20 temas distintos de Matemáticas, con casos de Física. Esta cuestión nos revela la versatilidad de GeoGebra como software con el que es posible elaborar OA. Además, con estos datos se puede observar que existen algunas brechas en relación a ciertos temas de la educación matemática que han sido poco explorados y que pueden representar oportunidades para el desarrollo del trabajo sobre estos temas, tomando como ejemplo la Estadística y la Probabilidad.

En un segundo momento, se realizó una interpretación de los datos en base a similitudes entre las obras y que se definieron como categorías, con el fin de facilitar el análisis a realizar en cada una de las obras. Estas categorías fueron: Descripción del OA; Uso de OA; Resultados del uso de OA; Descripción y uso del OA; Descripción y resultados del uso de

OA; Uso y resultados del uso de OA; y Descripción, uso y resultados del uso del OA. En las que las tres primeras representaban las categorías principales y las otras cuatro derivadas de ellas, ya que se encontraron obras que presentaban dos o tres categorías al mismo tiempo. Esta organización permitió realizar un análisis en el que se destaca lo que los trabajos tenían en común, facilitando el análisis y desarrollo de la investigación, debido al considerable volumen de trabajos encontrados.

En el último momento, a partir de las lecturas realizadas en las obras y la información encontrada, se realizaron discusiones que sustentaron la evidencia percibida, sustentada en las ideas de varios teóricos de referencia que ayudaron a justificar las evidencias. Dado lo anterior, se considera que el desarrollo de esta investigación permitió conocer los excesos y lagunas que existen en relación al OA elaborado con GeoGebra entre estas tres fuentes de datos consideradas, permitiendo impulsar nuevos caminos que se pueden seguir sobre OA elaborados con el GeoGebra.

Sobre el desarrollo de esta investigación, se puede comentar que existieron algunas dificultades con respecto al objeto de estudio, ya que en algunos trabajos no quedó claro si el recurso digital presentado era un OA, lo que llevó a desconsiderarlos. Sin embargo, se considera que 125 representa una cantidad importante de trabajos ya que con el software GeoGebra es posible realizar diferentes recursos digitales, además de OA.

Finalmente, se destaca la influencia de GeoGebra en Latinoamérica, como se puede apreciar en palabras de Lavizca (2013) quien ya comentaba sobre el movimiento GeoGebra en esta parte del mundo, además de contar con un evento latinoamericano sobre el software y una revista que tiene como objetivo publicar trabajos que, de alguna otra forma, utilizan GeoGebra. En este sentido, se considera que conocer este desarrollo de GeoGebra en Latinoamérica puede aportar evidencia sobre cómo y qué se ha desarrollado con esta tecnología que se utiliza en matemáticas, pero también en áreas afines.

Referencias

Biembengut, M. S. (2008). *Mapeamento na pesquisa educacional*. Ciência Moderna.

Borba, M. C.; Villarreal, M. E. (2005). *Humans – with – media and the reorganization of mathematical thinking*: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization. New York: Springer.

Chan, M. E. (2002). Objetos de aprendizaje: una herramienta para la innovación educativa. *Revista Apertura*, 2, 3-11. Recuperado: http://files.telematicoseducativos.webnode.es/200000026-8384d847af/Objetos-de-aprendizaje-(1).pdf.

Cervantes, A.; Rubio, L.; Prieto, J.L. (2015). Una propuesta para el abordaje de la refracción y reflexión total interna utilizando el GeoGebra. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo. ISSN 2237-9657*, *4*(1), 18-28. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/6582/.

Díaz-Urdaneta, S. (2020) *Compreensões sobre os objetos de aprendizagem elaborados com a GeoGebra a partir de um mapeamento crítico em algumas fontes de pesquisa latino-americanas*. Tesis de Maestría en Educação em Ciências e em Matemática – Setor Exatas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba. Recuperado de: https://www.acervodigital.ufpr.br/handle/1884/67661.

Díaz-Urdaneta, S., Prieto G., J. L. E Duarte C., A. (2017) Interpretação geométrica dos signos das razões trigonométricas com GeoGebra. *Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, *13*(28), 78-89. Recuperado de: https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6318124.

Gutiérrez, R. E.; Prieto, J. L. (2015). Deformación y reflexión de funciones con GeoGebra. El caso de las parábolas definidas por la expresión g (x)= ax^ 2. *Números*. *Revista de Didáctica de las Matemáticas*, *88*(Marzo de 2015), 115-126.Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/6578/.

Guirao Goris, S. J. A. (2015). Utilidad y tipos de revisión de literatura. *Ene*, *9*(2), 0-0. Recuperado de: http://scielo.isciii.es/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1988-348X2015000200002.

Grant, M. J., & Booth, A. (2009). A typology of reviews: an analysis of 14 review types and associated methodologies. *Health Information & Libraries Journal*, *26*(2), 91-108. Recuperado de: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1471-1842.2009.00848.x.

Jesson, J., & Lacey, F. (2006). How to do (or not to do) a critical literature review. *Pharmacy education*, *6*(2). Recuperado de: http://pharmacyeducation.co.uk/pharmacyeducation/article/viewFile/103/83.

Kalinke, M. A.; Balbino, R. O. (2016) Lousas digitais e objetos de aprendizagem. En: Kalinke, M. A.; Mocrosky, L. F. (Org.). *A Lousa Digital & Outras Tecnologias na Educação Matemática*. Curitiba: CRV, p. 13-31.

Lavizca, Z. (2013) El Futuro del GeoGebra. Argentina: *Organización de Estados Iberoamericanos OEI*. Traducido. Recuperado de: https://www.youtube.com/watch?v=RecewRmHYss&t=213s.

Lévy, P. (1998) *A ideografia dinâmica: rumo a uma imaginação artificial?* São Paulo: Loyola.

Lévy, P. (2015). *A Inteligência Coletiva:* por uma antropologia do ciberespaço. Tradução de: Rouanet, L. P. 10. ed. São Paulo: Folha de São Paulo.

Lévy, P. (2016). *As Tecnologias da Inteligência:* o futuro do pensamento na era informática. 2° Edição. Tradução de: Costa, C. I. São Paulo. Editora 34.

Meireles, T. F. (2017) *Desenvolvimento de um Objeto de Aprendizagem de Matemática usando O Scratch: Da Elaboração À Construção*. Tesis de Maestría en Educação em Ciências e em Matemática – Universidade Federal do Paraná, Curitiba. Recuperado de: https://www.acervodigital.ufpr.br/bitstream/handle/1884/56109/R%20-%20D%20-%20TATIANA%20FERNANDES%20MEIRELES.pdf?sequence=1.

Nesi, T. L. (2018). *Reformulando um Objeto de Aprendizagem criado no Scratch: em busca de melhorias na usabilidade*. Tesis de Maestría en Formação Científica, Educacional e Tecnológica – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba. Acesso em: http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/3764.

Tikhomirov, O. K. (1981). The psychological Consequences of Computarization. In Wertsch, J. V. (Ed.). *The Concept of Activity in Soviet Psychology*. New York: M. E. Sharpe Inc. p. 256- 278.

UNESCO (2016). *Tecnologías Digitales Al Servicio de la Calidad Educativa: Una Propuesta de cambio centrada en el Aprendizaje para Todos*. Santiago: OREALC/UNESCO. Recuperado de: http://disde.minedu.gob.pe/handle/123456789/4566.

Superficies regladas en GeoGebra como vínculo entre la Matemática y la Arquitectura

Ruled surfaces in GeoGebra as a link between Mathematics and Architecture

Andrés Esteban Merino Toapanta[14]
Mario Edmundo Cueva Almeida[15]
Cristian Andrés Guachamín Arguello[16]

Resumen

Se presenta una experiencia educativa desarrollada con alumnos de la asignatura de Matemática del primer nivel de la carrera de Arquitectura durante el segundo periodo del año 2019, en la cual, se aplicó conceptos de Geometría Analítica utilizando GeoGebra. Específicamente, se

[14] Escuela de Ciencias Físicas y Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Pontificia Universidad Católica del Ecuador, Quito, Ecuador. aemerinot@puce.edu.ec
[15] Escuela de Ciencias Físicas y Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Pontificia Universidad Católica del Ecuador, Quito, Ecuador. mcueva522@puce.edu.ec
[16] Instituto de Matemáticas, Universidad de Talca, Talca, Chile. cristian.guachamin@utalca.cl

utilizó el concepto de parametrización de curvas en el espacio para la generación de superficies regladas, las cuales fueron utilizadas en el diseño de una propuesta arquitectónica.

Palabras clave: superficies regladas, parametrización, GeoGebra, arquitectura.

Abstract

We present an educational experience developed with students of the subject of Mathematics at the first level of Architecture career during the second semester of 2019. The aim was to apply concepts of Analytical Geometry using GeoGebra. Specifically, the concept of parameterization of curves in space was used to generate ruled surfaces, which were used in the design of an architectural proposal.

Keywords: ruled surfaces, parameterization, GeoGebra, architecture.

Introducción

Uno de los objetivos del estudio de la geometría es mejorar las habilidades espaciales de los estudiantes (Kaufmann, Schmalstieg y Wagner, 2000); esto se vuelve aún más importante si se trata de estudiantes de carreras en las cuales las habilidades espaciales son fundamentales como es el caso del campo de la Arquitectura. Por esta razón, la elaboración de actividades que vinculen conceptos de geometría con sus representaciones gráficas en tres dimensiones es fundamental. En la actualidad, programas como GeoGebra permiten realizar este vínculo al combinar de manera inmediata los conceptos matemáticos con sus representaciones gráficas.

Dentro de este contexto, se elaboró una actividad de aplicación con los estudiantes de la asignatura de Matemática de la carrera de Arquitectura de la Pontificia Universidad Católica del Ecuador (PUCE), correspondiente al primer nivel, durante el segundo periodo del año 2019. Esta actividad estuvo enfocada en los conceptos de la Geometría Analítica y su aplicación para la generación de diseños arquitectónicos.

Objetivos

La finalidad de la experiencia fue utilizar conceptos matemáticos en el diseño de una propuesta arquitectónica y visualizar la misma en GeoGebra, para esto, se establecieron los siguientes objetivos:

- Utilizar la parametrización de curvas para generar movimiento de un punto sobre una curva en GeoGebra.
- Generar modelos en tres dimensiones en GeoGebra para visualizar diseños arquitectónicos.

Metodología

La experiencia se desarrolló con dos grupos de 18 y 22 estudiantes de primer nivel de la carrera de Arquitectura de la Pontificia Universidad Católica del Ecuador, los cuales tomaban la asignatura de Matemática. A los estudiantes se les dio la opción de agruparse en parejas o realizar la actividad solos.

La actividad consistió en desarrollar un ejemplo de construcción arquitectónica basada en una superficie reglada y su modelamiento en GeoGebra, para lo cual se disponía en el aula de un computador y un proyector desde los cuales se podía utilizar el programa GeoGebra y presentarlo a los estudiantes.

Luego de esto, se planteó como trabajo para el alumno la elaboración de un diseño arquitectónico propio y su modelamiento en GeoGebra para lo cual el estudiante tuvo 3 semanas hasta su entrega.

Desarrollo de la experiencia

Dentro del tema de Funciones abordado en el curso, se introdujo el concepto de curva paramétrica tal como lo hace Colley (2012):

Definición 1. Dado un intervalo $\boldsymbol{I}$ de los números reales, una curva paramétrica es una función $\boldsymbol{f}$ que va de $\boldsymbol{I}$ en $\mathbb{R}^2$ o $\mathbb{R}^3$.

Haciendo énfasis en que una parametrización debe especificar tanto el dominio de la función como su ley de asignación, se procedió a dar los ejemplos clásicos (Lehmann, 1989) como la parametrización de un segmente que conecta el punto $\boldsymbol{A} = (\boldsymbol{a_1}, \boldsymbol{a_2}, \boldsymbol{a_3}) \in \mathbb{R}^3$ con el punto $\boldsymbol{B} =$

$(b_1, b_2, b_3) \in \mathbb{R}^3$ es la función $\boldsymbol{\alpha}: [\mathbf{0}, \mathbf{1}] \rightarrow \mathbb{R}^3$ definida, para $\boldsymbol{t} \in [\mathbf{0}, \mathbf{1}]$, por

$$\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{A} + \boldsymbol{t}(\boldsymbol{B} - \boldsymbol{A}) = (\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \boldsymbol{a}_3) + \boldsymbol{t}\big((\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2, \boldsymbol{b}_3) - (\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \boldsymbol{a}_3)\big).$$

Con esto, se presentó la manera de generar un punto que se deslice por el segmento planteado, para ello, se genera un deslizador que modele el dominio de la función (con el comando t=Deslizador(0,1)) y, a continuación, un punto definido por la ley de asignación de la parametrización, como se puede ver en la Figura 1.

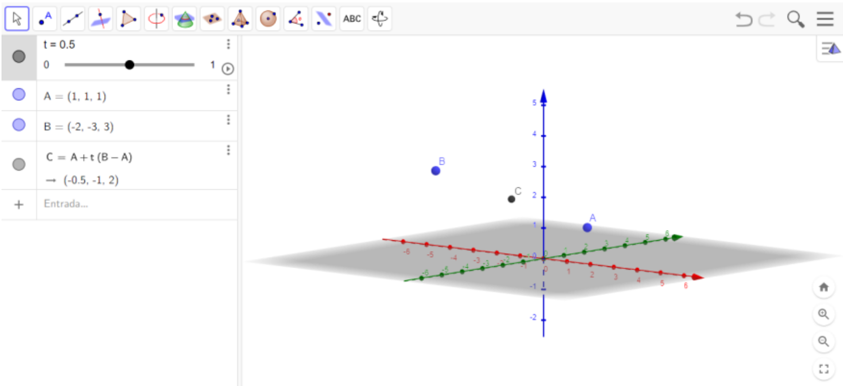


Figura 12. Fuente propia. Generación de la parametrización de un segmento.

Así, se pueden generar dos curvas, agregando dos nuevos puntos, y unir por un segmento los puntos asociados al mismo valor de $\boldsymbol{t}$ bajo cada ley de asignación, de esta manera, al animar ambos puntos, se genera una superficie en el espacio la cual se conoce como superficie reglada (Lehmann, 1989). Esto lo apreciamos en la Figura 2, donde se generó un trapecio invertido.

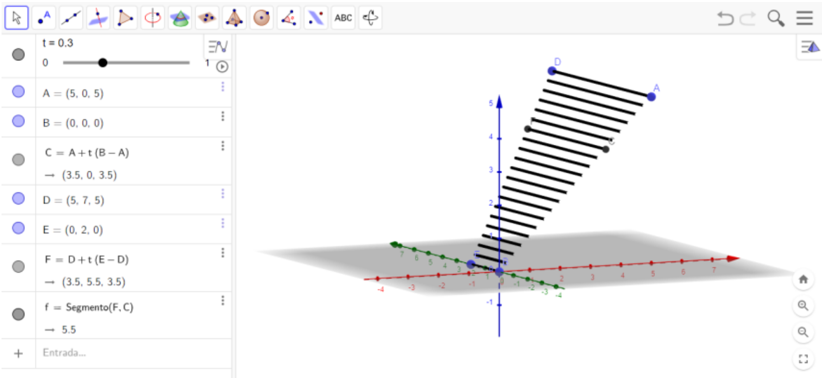


Figura 13. Elaboración propia. Ejemplo de superficie reglada.

Una vez que se ejemplificó la construcción de superficies regladas en GeoGebra, se procedió a indicar que este tipo de estructuras son utilizadas en la Arquitectura (Glaeser y Gruber 2007; Tang et al. 2016), por lo tanto, al estar basadas en conceptos matemáticos, pueden ser modeladas en programas como GeoGebra. Para ejemplificar eso, se tomó una estructura tradicional de Quito: la visera del Hotel Quito (ver Figura 3), la cual es precisamente una superficie reglada. Para generarla en GeoGebra, se procede a determinar las curvas que generan la misma, identificando que son dos segmentos de recta que une los puntos que se muestran en la Figura 3 como $\boldsymbol{A}$ y $\boldsymbol{C}$, $\boldsymbol{B}$ y $\boldsymbol{D}$.

Figura 14. Fuente: El Telégrafo, 2020. Visera del Hotel Quito.

Para el modelamiento en GeoGebra se asignó las siguientes coordenadas a cada punto: $\boldsymbol{A} = (\mathbf{-5}, \mathbf{0}, \mathbf{0})$, $\boldsymbol{B} = (\mathbf{0}, \mathbf{5}, \mathbf{2})$, $\boldsymbol{C} = (\mathbf{0}, \mathbf{-5}, \mathbf{2})$ y $\boldsymbol{D} = (\mathbf{5}, \mathbf{0}, \mathbf{0})$; se plantearon parametrizaciones para los segmentos de recta que unen $\boldsymbol{A}$ con $\boldsymbol{C}$ y $\boldsymbol{B}$ con $\boldsymbol{D}$ mediante las funciones $\boldsymbol{\alpha_1}: [\mathbf{0}, \mathbf{1}] \to \mathbb{R}^3$ y $\boldsymbol{\alpha_2}: [\mathbf{0}, \mathbf{1}] \to \mathbb{R}^3$ definida por $\boldsymbol{\alpha_1}(\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{A} + \boldsymbol{t}(\boldsymbol{C} - \boldsymbol{A})$ y $\boldsymbol{\alpha_2}(\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{B} + \boldsymbol{t}(\boldsymbol{D} - \boldsymbol{B})$ para $\boldsymbol{t} \in [\mathbf{0}, \mathbf{1}]$; luego de esto, se colocó un segmento que une $\boldsymbol{\alpha_1}(\boldsymbol{t})$ con $\boldsymbol{\alpha_2}(\boldsymbol{t})$, se habilitó la opción de rastro del segmento y se inició la animación teniendo como resultado la Figura 4; en la Figura 5 se pueden ver diversas perspectivas de la misma.

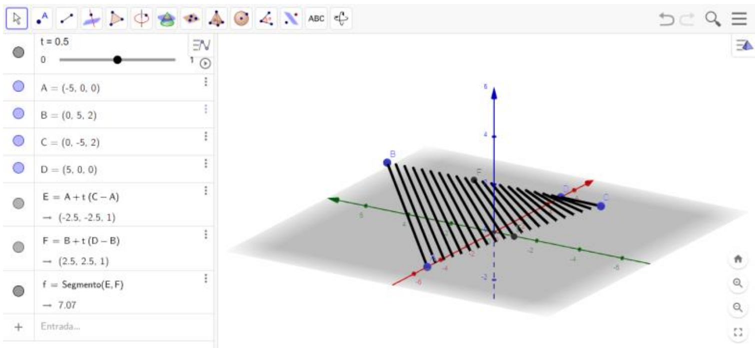


Figura 4. Fuente propia. Superficie reglada que modela la visera del Hotel Quito.

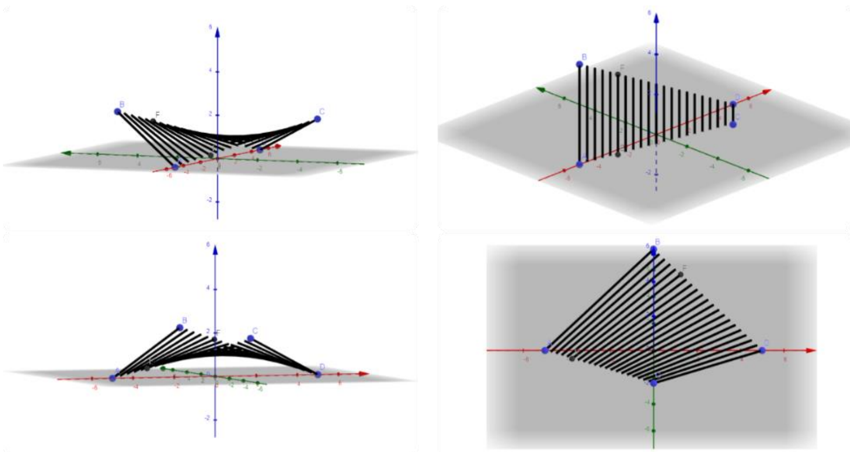


Figura 5. Fuente propia. Varias perspectivas de la superficie reglada que modela la visera del Hotel Quito.

Luego de esta motivación, se plantea como trabajo de evaluación sumativa la elaboración de una propuesta arquitectónica basado en superficies regladas y su respectiva modelación en GeoGebra.

Resultados

Al concluir la exposición del modelamiento en GeoGebra de una estructura concreta y utilizar este programa para su visualización (inclusive utilizando la herramienta de realidad aumentada) se notó un claro interés de los estudiantes por replicar la experiencia.

La totalidad de estudiantes presentó el trabajo en el que generaron las propuestas arquitectónicas acompañado su presentación tanto de maquetas como de modelamientos en GeoGebra, con su respectiva explicación. Ejemplos especiales de estos los podemos ver en las Figuras 6 y 7 donde se presenta la maqueta física realizada junto al modelado en GeoGebra.

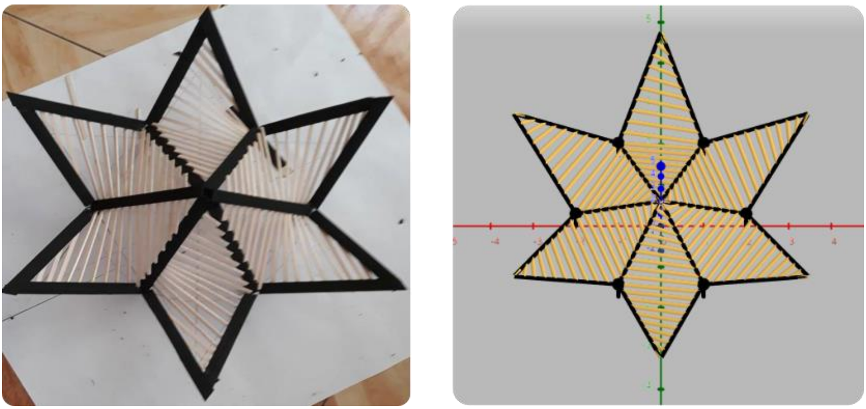


Figura 6. Fuente propia. Comparación entre maqueta física y modelado en GeoGebra, vista superior.

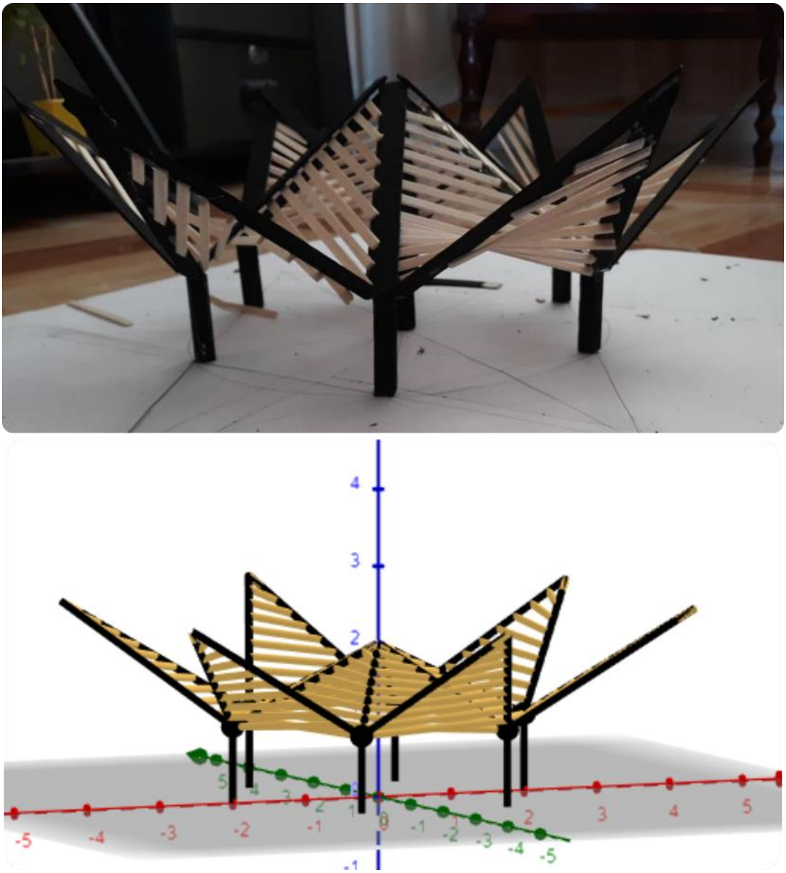


Figura 7. Fuente propia. Comparación entre maqueta física y modelado en GeoGebra.

Conclusiones

A pesar de que varios programas utilizados en el diseño arquitectónico poseen herramientas para la generación automática de superficies regladas, estos dejan el trasfondo matemático oculto. El realizar el modelamiento en un programa netamente matemático permite al estudiante visualizar las matemáticas detrás de los diseños arquitectónicos.

Al ejemplificar los conceptos de la Geometría Analítica con una aplicación directa a la arquitectura, se pueden potenciar la motivación en los estudiantes, convirtiendo su aprendizaje en una experiencia innovadora

Referencias Bibliográficas

Colley, S. (2012). Vector Calculus. Cuarta edición. Pearson Education, Inc.

Glaeser, G., & Gruber, F. (2007). Developable surfaces in contemporary architecture. En Journal of Mathematics and the Arts, 1(1), 59–71.

Kaufmann, H., Schmalstieg, D. & Wagner, M. (2000). Construct3D: A Virtual Reality Application for Mathematics and Geometry Education. En Education and Information Technologies, 5 (4), 263-276.

Lehmann, C. (1989). Geometría Analítica. México: Editorial Limusa.

Tang, C., Bo, P., Wallner, J., & Pottmann, H. (2016). Interactive Design of Developable Surfaces. En ACM Transactions on Graphics, 35(2), 1–12.

Referencias Digitales

El Telégrafo (2020). Archivo. Recuperado de https://bit.ly/35M38c7

Curvas de Bézier en GeoGebra para el diseño de tipografías

Bézier curves in GeoGebra for font design

Mario Edmundo Cueva Almeida[17]

Andrés Esteban Merino Toapanta[18]

Cristian Andrés Guachamín Arguello[19]

Resumen

Se expone una experiencia generada con estudiantes de primer nivel de la Carrera de Diseño Gráfico de la asignatura Lógica del Diseño Gráfico, durante el segundo período académico del año 2020. Se estudió previamente algunos tópicos de la Geometría Analítica, entre los cuales se destacan: lugar geométrico, parametrización de un segmento y de curvas. Estos conceptos, más la ayuda de GeoGebra, permitieron a los estudiantes, diseñar propuestas de tipografías acompañadas de efectos

[17] Escuela de Ciencias Físicas y Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Pontificia Universidad Católica del Ecuador, Quito, Ecuador mcueva522@puce.edu.ec

[18] Escuela de Ciencias Físicas y Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Pontificia Universidad Católica del Ecuador, Quito, Ecuador. aemerinot@puce.edu.ec

[19] Instituto de Matemáticas, Universidad de Talca, Talca, Chile. cristian.guachamin@utalca.cl

cromáticos vistosos.

Palabras clave: tipografía, diseño gráfico, curvas de Bézier, GeoGebra.

Abstract

We present an experience developed with first-level students of the Graphic Design Career of the Logic of Graphic Design subject, during the second academic period of 2020. Analytical Geometry topics were previously studied, among which are: Geometric, parameterization of segments and curves. These concepts, with the help of GeoGebra, allowed students to design fonts with chromatic effects.

Keywords: fonts, Graphic Design, Bézier curves, GeoGebra.

Introducción

El desarrollo de habilidades que lleven a fusionar la ciencia y la tecnología es una de las competencias que le pertenece a todo diseñador gráfico (Moreno, 2016), es así como el estudio de conceptos de la Geometría Analítica fusionados con la herramienta GeoGebra, permiten el desarrollo de habilidades técnico-científicas en el campo del Diseño Gráfico. Es por eso que se vuelve de vital importancia diseñar experiencias educativas que vinculen el conocimiento científico, como es el caso de la Geometría Analítica, con herramientas tecnológicas, GeoGebra, que permitan no solo desarrollar ciertas técnicas, sino también comprender la lógica que subyace dentro de cada producto elaborado por un diseñador gráfico profesional.

Con este antecedente, se desarrolló una actividad educativa que fusionó el concepto de Curvas de Bézier y la elaboración de propuestas de diseño tipográfico y cromático en la materia de Lógica del Diseño Gráfico con estudiantes de primer nivel de la carrera de Diseño Gráfico de la Pontificia Universidad Católica del Ecuador (PUCE), correspondiente al primer nivel, durante el segundo periodo del año 2020.

Objetivos

La experiencia educativa busca integrar los conceptos matemáticos en la elaboración de una propuesta tipográfica y cromática a través de la utilización de la herramienta GeoGebra, para esto, se establecieron los siguientes objetivos:

- Elaborar con lápiz y papel propuestas de diseños tipográficos y cromáticos.
- Crear curvas de Bézier de distinto orden con la utilización de GeoGebra para digitalizar las curvas de los diseños tipográficos creados.

Metodología

La experiencia se desarrolló con un grupo de 27 estudiantes de primer nivel de la carrera de Diseño Gráfico de la Pontificia Universidad Católica del Ecuador, los cuales tomaban la asignatura de Lógica del Diseño Gráfico. Para esta actividad, se elaboró previamente los detalles del trabajo, así como también una rúbrica de calificación.

La aplicación que debían realizar los estudiantes consistía en elaborar con lápiz y papel propuestas tipográficas y cromáticas, para luego ser digitalizadas con la ayuda de GeoGebra mediante el uso de curvas de Bézier de distinto orden a través de iteraciones de la definición de segmento. Primero se realizó una ejemplificación de lo planteado, para lo cual se utilizó la plataforma Teams y el asistente matemático GeoGebra. En los casos en los cuales los estudiantes necesitaban atención personalizada, se utilizó la estrategia de compartir pantalla o a través de la asistencia remota.

Como segundo paso, se planteó a los estudiantes la elaboración de propuestas de diseños tipográficos y cromáticos a través de la utilización de GeoGebra. Para este trabajo se les proporcionó dos semanas para la entrega y sus respectivas presentaciones.

Desarrollo de la experiencia

Uno de los temas abordados previa a esta actividad, fue el concepto de parametrización, en este sentido podemos definir las curvas de Bézier de manera similar a la definición de Galdames (2011): Una curva de Bézier de orden $\boldsymbol{n}$ está definida por:

$$\sum_{i=0}^{n} B_i^n(t) P_i$$

para $\boldsymbol{t} \in [\mathbf{0}, \mathbf{1}]$, donde $\boldsymbol{B_i^n}$ es el $\boldsymbol{i}$-ésimo polinomio de Bernstein de grado $\boldsymbol{n}$. Considerando que los estudiantes de Diseño Gráfico no cuentan con el trasfondo matemático necesario para la asimilación de expresiones de este tipo, se optó por construir curvas de Bézier de grado $\mathbf{1}, \mathbf{2}$ y $\mathbf{3}$ a través del algoritmo general de de Casteljau presentada por Prautzsh (2005). Para ello, partimos de la siguiente definición.

Definición 1. Dados dos puntos $\boldsymbol{P} = (\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{y_1})$ y $\boldsymbol{Q} = (\boldsymbol{x_2}, \boldsymbol{y_2}) \in \mathbb{R}^2$, la parametrización del segmento que une los puntos $\boldsymbol{P}$ y $\boldsymbol{Q}$ es la función $\boldsymbol{\alpha}: [\mathbf{0}, \mathbf{1}] \to \mathbb{R}^2$ definida, para $\boldsymbol{t} \in [\mathbf{0}, \mathbf{1}]$, por

$$\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{P} + \boldsymbol{t}(\boldsymbol{Q} - \boldsymbol{P}) = (\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{y_1}) + \boldsymbol{t}\big((\boldsymbol{x_2}, \boldsymbol{y_2}) - (\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{y_1})\big).$$

Esta definición, permite crear una curva de Bézier de grado $\mathbf{1}$, donde los puntos $\boldsymbol{P}$ y $\boldsymbol{Q}$ se denominan polígonos de control; una curva de Bézier de grado $\boldsymbol{n}$ tiene polígonos de control de $\boldsymbol{n} + \mathbf{1}$ vértices (Fernández, sf). Para la ejemplificación, se empezó indicando cómo genera un punto que recorra un segmento de recta, para ello, se genera un deslizador que modele el dominio de la función (con el comando t=Deslizador(0,1)) y, a continuación, un punto definido por la ley de asignación de la parametrización, al mismo que se le aplica la propiedad de mostrar rastro, como se puede ver en la Figura 1.

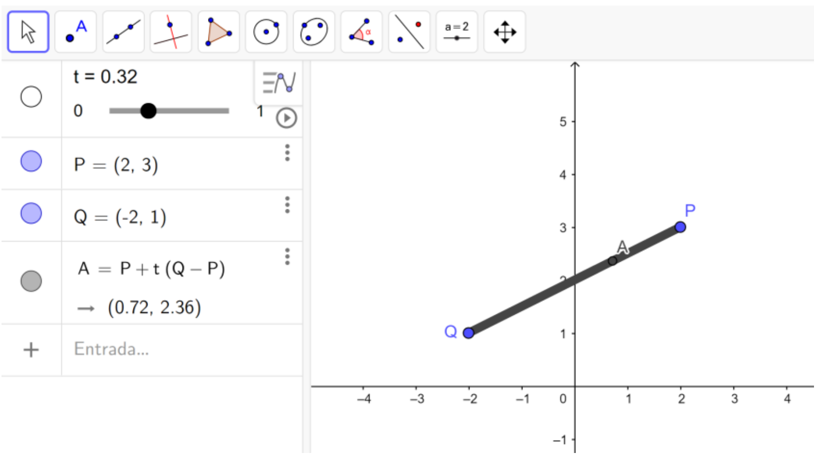


Figura 15. Fuente propia. Generación de curva de Bézier grado 1.

Para generar una curva de Bézier de grado 2, partimos de un polígono de control con tres vértices $\boldsymbol{Q}, \boldsymbol{P}, \boldsymbol{B}$, creamos los puntos $\boldsymbol{A}$ y $\boldsymbol{C}$ que se deslizan sobre los segmentos $\boldsymbol{QP}$ y $\boldsymbol{PB}$, respectivamente. A continuación, formamos el punto $\boldsymbol{D}$ que se desliza sobre el segmento móvil $\boldsymbol{AC}$. En la Figura 2, el rastro de color rojo que deja el punto $\boldsymbol{D}$ es la curva de Bézier de grado dos.

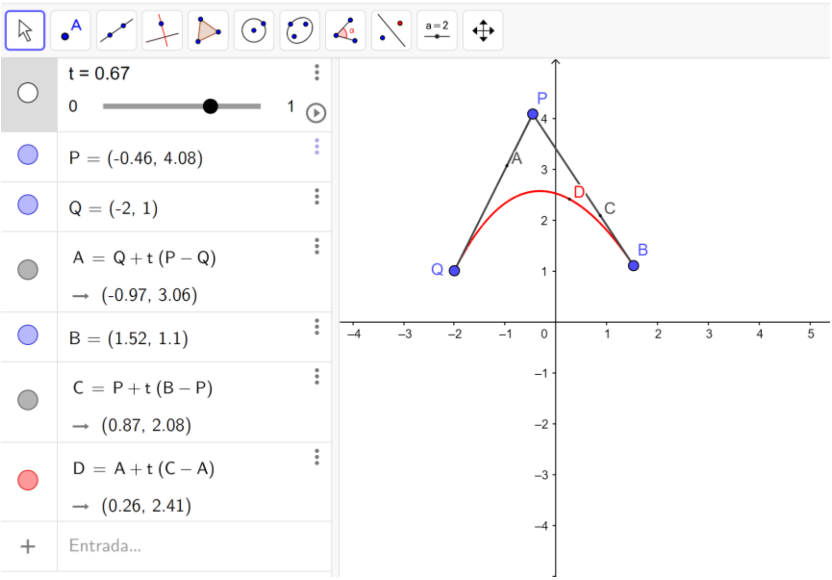


Figura 16. Elaboración propia. Curva de Bézier de grado 2.

Por último, se ejemplificó una curva de Bézier de grado tres, para ello, es necesario partir de un polígono de control de cuatro vértices, $\boldsymbol{P}, \boldsymbol{Q}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{E}$. De la misma manera que en los casos anteriores, generamos los puntos $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{C}, \boldsymbol{F}$ que se deslizan por los segmentos $\boldsymbol{PQ}$, $\boldsymbol{QB}$ y $\boldsymbol{BE}$, respectivamente, luego creamos los puntos $\boldsymbol{D}$ e $\boldsymbol{I}$ que se deslizan sobre los segmentos móviles $\boldsymbol{AC}$ y $\boldsymbol{CE}$, respectivamente y, finalmente, creamos el punto $\boldsymbol{J}$ que se desliza sobre el segmento móvil $\boldsymbol{DI}$, que es el punto que genera la curva de Bézier de grado tres a través de su rastro, esto lo podemos observar en la Figura 3.

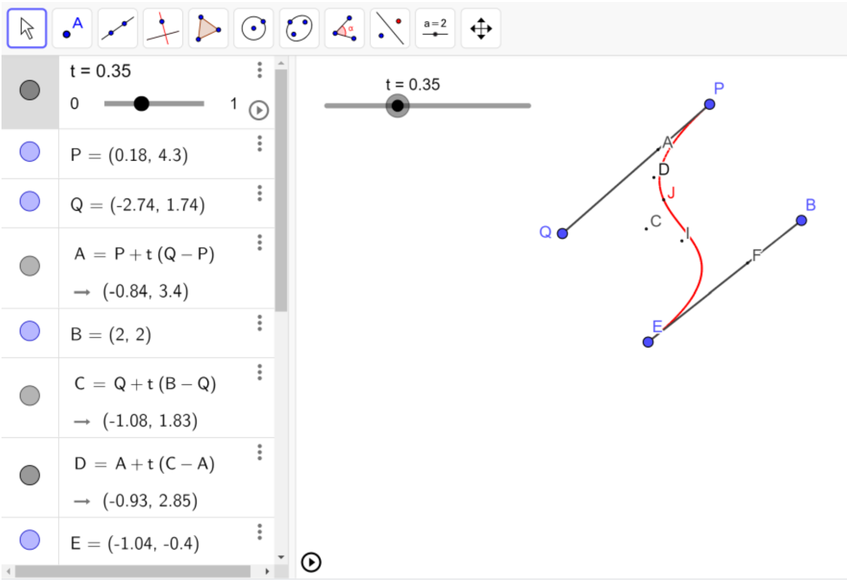


Figura 3. Elaboración propia. Curva de Bézier de grado 3.

Una vez ejemplificada la construcción de curvas de Bézier, se procedió a utilizarlas en el diseño de una tipografía, para ello, se elaboró el diseño preliminar a mano y se procedió a identificar en este las curvas que lo generan y los puntos de control de cada curva (ver Figura 4).

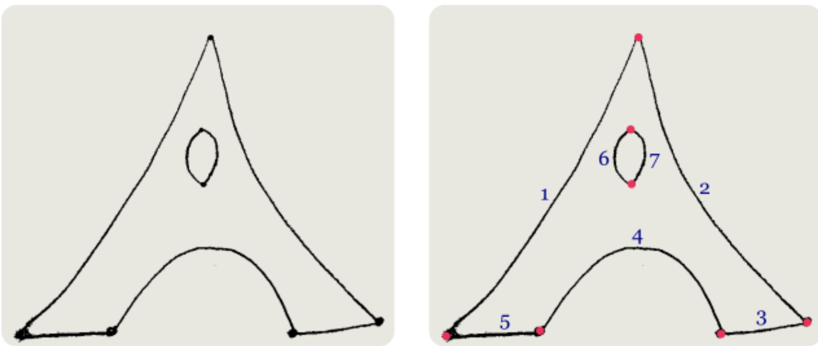


Figura 4. Elaboración propia. Diseño de tipografía.

Determinamos en GeoGebra siete puntos como se indica en la Figura 4 y creamos un deslizador que modele el intervalo $[\mathbf{0}, \mathbf{1}]$. Utilizamos curvas de Bézier de tal forma que se ajusten a los siete trazos marcados en la Figura 4, en caso de ser necesario, movemos los vértices del polígono de control. Animamos cada uno de los puntos que generan las curvas a través de la opción rastro de GeoGebra y obtenemos como resultado la tipografía ajustada con curvas de Bézier. Para cromatizar la tipografía, asignamos un color a cada punto que genera cada curva (ver Figura 5).

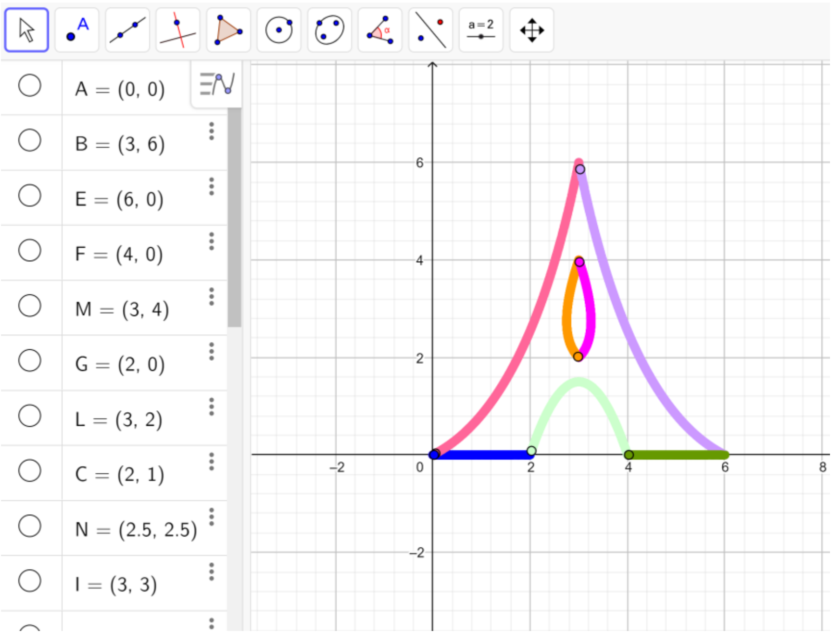


Figura 5. Elaboración propia. Tipografía ajustada con curvas de Bézier.

Luego de esta motivación, se plantea como trabajo de evaluación sumativa la elaboración de una propuesta de diseño tipográfico y cromático utilizando las curvas de Bézier en GeoGebra.

Resultados

Los estudiantes se vieron motivados desde un inicio, pues observaron la aplicación de un tópico matemático, como son las curvas de Bézier, y lo relacionaron con una actividad de carácter cotidiano para un diseñador gráfico, comunicar mensajes a través del diseño de tipografías y efectos cromáticos; sumado a que todo esto se encuentra en una sola herramienta, como es el asistente matemático GeoGebra.

Todos los estudiantes presentaron propuestas de diseños tipográfico con efectos cromáticos interesantes. Un ejemplo de estos trabajos, lo podemos apreciar en la Figura 6, donde no solo se presenta un diseño tipográfico, sino que se aplica el diseño tipográfico a la palabra luna, sumado el efecto cromático, se crea un mensaje agradable, el mismo que puede comunicar muchas ideas según el usuario o destinatario. El proceso y la explicación de cómo se realizaron los diseños fue parte de la experiencia educativa con GeoGebra.

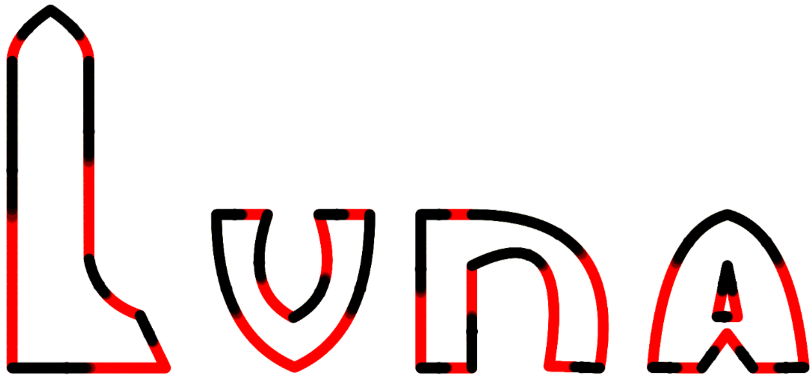


Figura 6. Fuente propia. Diseño tipográfico usando curvas de Bézier y GeoGebra.

Conclusiones

A pesar de que, en la práctica, los diseñadores profesionales no utilizan GeoGebra en sus trabajos, para los estudiantes de primer nivel de la carrera de Diseño Gráfico, fue muy enriquecedor el poder experimentar y conocer muy de cerca la matemática que subyace en los editores gráficos profesionales. También sirvió para que los estudiantes se interesen un poco más por la ciencia y la tecnología.

Todo esto nos lleva a pensar que para los estudiantes de Diseño Gráfico es de vital importancia asociar los conocimientos adquiridos en Geometría Analítica con una aplicación práctica enfocada a su profesión. Esto fue posible, al ser GeoGebra una herramienta matemática con diferentes vistas y ambientes en una sola pantalla y así convertir su aprendizaje en una experiencia personal, innovadora y enfocada a dar sentido al aprendizaje.

Referencias Bibliográficas

Fernández, L. (sf). Curvas de Bézier. España: Universidad Politécnica de Madrid. Recuperado de: https://dcain.etsin.upm.es/~leonardo/tema2.pdf.

Galdames, G. (2011). Modelización con curvas y superficies de Bézier. En Modelling in Science Education and Learning Volume, 4(4), 181-193.

Puluszny, N., Prautzsch, H. & Boem, W. (2005). Métodos de Bézier y B-splines. Universitatsverlag Karlsruhe.

Referencias Digitales

Moreno, C. (2016). Sobre las competencias en diseño gráfico. Recuperado de: https://www.academia.edu/8272778/Sobre_las_competencias_en_dise%C3%B1o_gr%C3%A1fico

GeoGebra como herramienta de transformación educativa en matemática

GeoGebra as an educative tranformation tool in maths

Juan Carlos Mora Saavedra[20]

Resumen

La presente investigación se ha propuesto evaluar los efectos al emplear GeoGebra en los estudiantes de Básica Superior para la enseñanza de la matemática.

El estudio se realizó en dos fases aplicando en la primera el aprendizaje tradicional y en la segunda el uso de software GeoGebra, al término de cada fase se realizó la respectiva evaluación cuyos resultados determinan que el empleo de GeoGebra para la enseñanza de la matemática tuvo consecuencias significativas en el aprendizaje de los educandos pues el efecto de su uso así lo demuestra.

Finalmente, la triangulación entre la teoría, la experiencia del autor y los resultados de la investigación concluye que; cuando el docente innova las clases de matemática el estudiante absorbe con mayor facilidad los contenidos y construye su propio conocimiento que le permite poner en práctica en la resolución de problemas de su vida

[20] UE Santa Rosa. jk_mora_s@hotmail.com

diaria generando así un aprendizaje significativo en matemática apoyado con GeoGebra.

Palabras claves: GeoGebra, Matemática, Tic, Aprendizaje, Conocimiento

Abstract

The investigation allowed us to evaluate the effects of the application of GeoGebra software to the students of upper basic level in the teaching of Mathematics subject.

This study was carried out in two phases: the first one was the application of traditional teaching. The second phase was the use of GeoGebra software. At the end of each phase, the respective evaluation was performed to the students. The results after the use of GeoGebra showed a significant improvement in the teaching of mathematics.

Finally, the triangular between the theory, the author´s experiences and the results of the research concludes that: at the moment that the teacher innovates the ways of teaching Mathematics, the students seem to learn in a better and faster way the objectives gave to them, and also they are able to develop their own knowledge, which allows them to put into practice right away in the resolution of daily life problems, so that generating a significative learning in mathematics supported by GeoGebra.

Keywords: GeoGebra, Mathematic, Tic, Learning, Knowledge.

Introducción

El presente estudio tiene como objetivo determinar el nivel de impacto en los estudiantes integrando las Tic y aplicaciones como GeoGebra en la enseñanza y aprendizaje de la matemática en el ciclo de Básica Superior de las instituciones educativas, en tal sentido se debe considerar que el objetivo de la enseñanza es formar al ser humano de manera integral es decir no llenarlo únicamente de conocimientos sino desarrollar sus capacidades y habilidades en distintos aspectos de su formación

Aplicar las Tic hoy en día es un gran reto para el docente y adaptar estrategias vanguardistas en los salones de clase que se apeguen a las necesidades e intereses de los educandos ya que como lo dice (Castaño, 2006) citado por (Revelo & Carrillo, 2018, pág. 71) “La sociedad del conocimiento es un sociedad de personas, no de tecnologías” por tal motivo es que debemos enfocarnos en trasmitir este conocimiento apoyado por las Tic a los estudiantes que son nuestro más grande tesoro y a quienes nos debemos para que exista la educación, y que como nativos digitales éstos demandan mayor innovación en las clases por parte del docente y más aún en áreas críticas como son las ciencias exactas

Incorporar las Tic en las matemáticas asegura que el estudiante potencia su capacidad crítica y analítica ante la resolución de problemas y construcción de procesos matemáticos, desarrollando así el pensamiento y por ende las competencias matemáticas, es ahí donde entra la aplicación del software dinámico, interactivo, entretenido y atractivo como lo es GeoGebra cuya característica aparte de ser gratuito es muy sencillo de operar, mismo que permite demostrar modelos matemáticos de manera reflexiva por parte del educando y a su vez el interés que demuestre el docente por aplicar estas nuevas metodologías en el aula apoyado de las Tic., para Cotic (2014) quien es citado por (Jiménez & Jiménez, 2017, pág. 3) sostiene que:

Lograr que las Tic sean integradas en el aula de matemática va a depender mucho de la capacidad e interés del docente por generar un ambiente de aprendizaje que permita la producción de conocimientos con la elaboración de clases dinámicas, para estimular el aprendizaje continuo y el trabajo colaborativo de los educandos.

Ante lo citado anteriormente cabe preguntarse si los docentes de matemáticas ¿están capacitados para aplicar GeoGebra en las aulas de clase? Los currículos escolares siguen abundando de contenidos, del qué enseñar, cuándo enseñar, y cómo enseñar, incluyendo didácticas y metodologías de evaluación muchos de ellos banales o inservibles dejando poco espacio para la capacitación y desarrollo de habilidades tecnológicas que le permitan al docente incorporar estos contenidos en las aulas apoyado con el uso de las Tic y así aplicarlas en las instituciones con sus estudiantes, pues al actualizarse tiene que desaprender contenidos obsoletos y caducos que recaen en educación tradicional y más bien todo su conocimiento apoyarse en un software dinámico como GeoGebra, tal y como lo corrobora en su estudio (Silva, Gros, Garrido & Rodríguez, 2006; Hernández 2006) quien es citado por (Díaz, Rodríguez, & Lingán, 2018, pág. 220) quien manifiesta:

"La incorporación de software educativo en la enseñanza de la matemática y de la geometría en particular, en una necesidad que debe empezar a ser cubierta en el corto plazo. Sin embargo, un cambio como éste, que sólo puede darse en condiciones óptimas si en simultáneo se hacen cambios sustantivos en el currículo, es percibido también como un problema".

Así mismo Sepúlveda y Calderón (2007) citado por Díaz et. al. (2018) pág. 220 dicen también "Se estima que su implementación supondría re-significar y re-aprender procesos y formas de trabajo que están muy ancladas en las prácticas cotidianas de los docentes, aquellas que además conocen y dominan"

En tal sentido el manejo, y conocimiento del docente al usar estos aparatos tecnológicos y por ende las aplicaciones es de vital importancia para innovar las aulas de las instituciones de nuestro país y por ende su práctica pedagógica, razón por la cual la actualización no debería ser únicamente responsabilidad del docente sino debe ser prioridad del Estado enfocarse en brindar capacitación constante a los educadores ecuatorianos sobre todo con el apogeo de las Tic a nivel mundial se debería potenciar estas líneas de acción en brindar la debida retroalimentación en el manejo de estos dispositivos electrónicos ya sea Smart phones, tablets, pizarras inteligentes, y por su puesto las aplicaciones que se pueden instalar en estos dispositivos una de estas app es la de GeoGebra que nos ayuda a la práctica pedagógica en el área de matemática.

Desarrollo

No cabe duda que las matemáticas han impulsado y facilitado hoy en día los trabajos realizados por el ser humano, pero así mismo está claro que esta asignatura es la más compleja de aprender por parte de los educandos, así como para el docente la más difícil de enseñar generando un desinterés total por la materia y es por eso que los resultados obtenidos no son de los esperados al final de un año lectivo o a su vez en las evaluaciones aplicadas por organismos externos como INEVAL o PISA.

Es por eso que el docente como gestor y administrador de los procesos de enseñanza y aprendizaje debe generar espacios de reflexión y análisis en donde guíe al estudiante a tener un pensamiento más reflexivo de la realidad y que no sea parte del problema sino más bien que resuelva dichos problemas ya sean cotidianos o complejos de manera lógica y que mejor que apoyarse en las Tic con herramientas que están en apogeo como lo es GeoGebra.

Al usar GeoGebra el estudiante no solo es capaz de resolver el problema matemático sino que está en la capacidad de comprenderlo y a su vez adaptarlo a nuevas situaciones de la vida real adaptando los conceptos ya adquiridos con los nuevos creándose así un aprendizaje significativo de manera integrada demostrando así que el estudiante puede ser competente, si el docente logra articular de manera adecuada esta herramienta con los contenidos claros y precisos que posee estará generando una persona con aptitudes y actitudes que conlleve a mejorar paulatinamente sus resultados académicos apoyados en este caso de la tecnología.

Al usar un software dinámico para la enseñanza de la matemática según (Mosquera & Vivas, 2017, pág. 101) “si está bien elaborado y se hace un uso adecuado del mismo puede mejorar notablemente el interés y la construcción del conocimiento matemático en los estudiantes”. Así mismo (Barahona, Barrera, Vaca, & Hidalgo, 2015, pág. 122) aseguran que:

“La herramienta GeoGebra facilita procesos de abstracción para mostrar cómo se construye una relación entre un modelo geométrico y un modelo algebraico de una situación de la vida real, lo que permite encontrar soluciones no solo matemáticas sino además visuales que representan la solución de un determinado problema”.

Con todo lo acotado anteriormente se puede afirmar que esta herramienta tecnológica influye de manera positiva a la hora de aprender matemática por parte de los estudiantes garantizando así la asimilación de nuevos conceptos y modelos matemáticos y los docentes de igual manera al usar este software como una alternativa válida se está generando un ambiente de intuición en el aula entre las representaciones simbólicas y visuales ya que los estudiantes tienden a recordar aquello que manipulan y usando esta técnica de manipulación pueden hacerlo con las variables arrastrando fácilmente los objetos libres en la cuadrícula del dibujo o a su vez usando los deslizadores lo que hace a su vista agradable, lo que hace que se genere en ellos un aprendizaje colaborativo en el cual interactúen en los diferentes grupos de trabajo generando ideas y alternativas válidas de construcción lo que hace dinámico su participación en el aula con una serie de opciones que presenta esta aplicación entre las cuales Barahona et al. (2015) detallan las siguientes:

- Ofrece una interfaz fácil de usar, menús multilingües comandos y ayuda.
- Alienta proyectos de matemática en estudiantes, múltiples presentaciones y aprendizaje por descubrimiento experimental y guiado.
- Los estudiantes pueden personalizar sus propias creaciones a través de la adaptación de la interfaz (por ejemplo, tamaño de la fuente, el idioma, la calidad de los gráficos, color, coordenadas, grosor de línea, estilo de línea y otras características).

Metodología

El estudio está enmarcado en un enfoque cuantitativo con un paradigma constructivista ya que el estudiante al aplicar GeoGebra realiza sus propias construcciones del fenómeno que desea conocer transformando la realidad a medida que avanzan hacia nuevas experiencias tanto dentro y fuera del aula (Vergara & Cuentas, 2015, pág. 930). Se tomó en cuenta la población de Básica Superior de la Unidad Educativa "Santa Rosa" perteneciente a la Ciudad de Cuenca, Parroquia Octavio Cordero Palacios de zona rural, cuya muestra se obtuvo con los 16 estudiantes de noveno EGB. La variable independiente está relacionada con el uso de GeoGebra en la asignatura y la variable dependiente con la incidencia en el rendimiento académico de los educandos, cabe acotar que en este curso no se tiene estudiantes con necesidades educativas especiales.

El proceso académico contempla 5 ítems correspondientes al tercer bloque, se aplicó en primera instancia el método tradicional es decir sin usar el software GeoGebra, cuyo trabajo se lo realiza de manera individual y colectiva desarrollando actividades en casa por parte de los estudiantes. El tema corresponde al cuarto bloque que es Geometría y Medida con los temas:

- Perímetros y áreas de figuras planas.
- Clasificación de triángulos.
- Construcción de triángulos.
- Líneas notables de los triángulos.
- Construcción de cuadriláteros.

La evaluación de los aprendizajes obtenidos se lo realiza con una prueba de 5 preguntas con opción múltiple y cuatro opciones de respuesta para que lo resuelvan en el aula de clase.

A continuación, una vez obtenidos esos resultados se procede a retroalimentar los mismos temas, pero con el uso de GeoGebra ya que al revisar el test aplicado anteriormente ningún alumno supera el 7 y el promedio de los 16 estudiantes es de 5,99 cuya nota es rojo y según la escala valorativa del MINEDUC los estudiantes están próximos a alcanzar los aprendizajes requeridos.

Se planifican las mismas actividades usando esta vez GeoGebra desde la instalación del mismo para que instalen la aplicación en las computadoras de sus hogares y en el celular aquellos que no tengan la posibilidad de acceder a una PC. Posterior a la culminación de las clases usando el software se vuelve a aplicar una prueba con 5 preguntas y cuatro opciones de respuesta de acuerdo a la temática abordada.

Análisis y Presentación de Resultados

Tabla 1: Comparación de resultados aplicando GeoGebra

Geometría y Medida 9° EGB.		
Temas	**Metodología Tradicional**	**Uso de GeoGebra**
Perímetros y Áreas de Figuras Planas	6,87	8,88
Clasificación de Triángulos	5,65	7,25
Construcción de Triángulos	6,5	7,56

Líneas Notables de los Triángulos	5,25	6,75
Construcción de Cuadriláteros	5,67	9,45
Promedios	**5,99**	**7,98**

Fuente: Autor

Coeficiente de Variación de la Metodología Tradicional:

$$\mathrm{S}^2 = \frac{1{,}8}{4} = 0{,}45$$

$$S = \sqrt{0{,}45} = 0{,}67$$

$$CV = \frac{0{,}67}{5{,}99}\ .\ 100 = 11{,}19\ \%$$

Coeficiente de Variación Usando GeoGebra.

$$\mathrm{S}^2 = \frac{5{,}19}{4} = 1{,}30$$

$$S = \sqrt{1{,}30} = 1{,}14$$

$$CV = \frac{1{,}14}{7{,}98}\ .\ 100 = 14{,}29\ \%$$

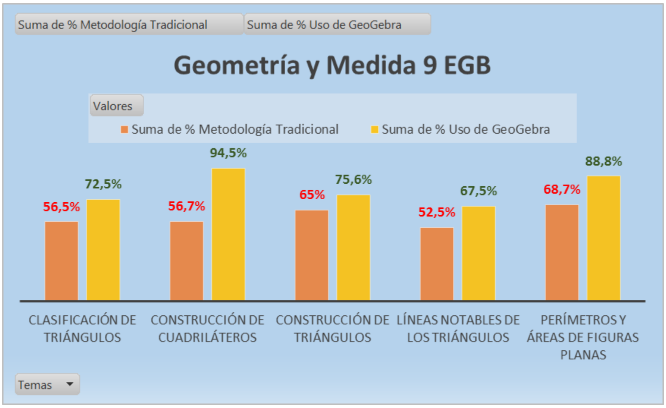


Figura 1: Resultados al aplicar las evaluaciones con la Metodología Tradicional vs. GeoGebra.

El objetivo de aplicar diferentes test con metodología tradicional y usando GeoGebra era conocer la incidencia de introducir las Tic en esta área de estudio como son las matemáticas, para esto se revisó la concepción de Brown (2004, 2006, 2009) quien es citado por (Hidalgo & Murillo, 2016, pág. 112) donde indican que "la evaluación es útil para que los estudiantes demuestren aquello que han aprendido". Estos resultados incluyen el análisis obtenido de la aplicación de test compuestos por 5 ítems cada uno aplicadas al momento del finalizar el bloque de estudio el cual en una primera instancia se usó la metodología tradicional y la segunda usando medios tecnológicos como el uso del celular, tablets o Pc, usando el software GeoGebra.

Para valorar la confiabilidad y validez del proceso de investigación se analizó la información de acuerdo a cada categoría aplicada en los tests a los 16 estudiantes de 9° EGB., considerando sus actitudes y participación activa en la elaboración de dichas pruebas, una vez obtenido los resultados se procedió a obtener el coeficiente de variación tanto de la aplicación del aprendizaje tradicional, como del uso de GeoGebra.

Así mismo al emplear el test con metodología tradicional se puede decir que los estudiantes no aplicaron conceptos básicos a su vez el uso de lápiz, compás, regla y otras herramientas para la elaboración de figuras le tomó demasiado tiempo, así mismo sus construcciones no fueron precisas haciendo todo de forma mecánica sin dar lugar a refutar o realizar conjeturas sobre lo que se realiza aplicando los conceptos de forma tradicional y empírica, así mismo se puede evidenciar que al recurrir al típico papel y lápiz los estudiantes no se sienten motivados al realizar una evaluación, sino más bien genera en ellos nerviosismo e incertidumbre de lo que pasará en su resultado final y las consecuencias que esto podría acarrear, ya que como se puede evidenciar el promedio del curso es de 5,99/10 cuya equivalencia es del 59,9% lo cual daba un indicador de rojo lo que no les permitía pasar el bloque en esas destrezas siendo la más baja líneas notables de triángulos con un promedio de 5,25 equivalente al 52,5% seguido de clasificación de triángulos con un promedio de 5,65 equivalente al 56,5% continuando con la construcción de triángulos con un 6,5 cuya equivalencia es del 65%, mientras que perímetros y áreas de figuras planas es la nota más alta con 6,87 equivalente al 68,7%.

De estos datos y análisis extraídos y categorizados en la investigación se reflejan dificultades por parte de los estudiantes en situaciones que implican construir figuras geométricas usando simplemente materiales tradicionales.

Para la aplicación de este test en segunda instancia al usar recursos tecnológicos con el uso de GeoGebra, la motivación en los estudiantes fue notoria ya que se sintieron apoyados con estos recursos en la elaboración de los ejercicios, obteniendo las figuras geométricas con mediciones exactas, permitiéndoles comparar sus respuestas de una forma dinámica, clara y precisa, apropiándose de los conceptos donde les permite establecer diferencias y comparaciones acertadas en cuanto a las figuras geométricas construidas así como los cálculos realizados, donde el impacto es significativo en cuanto al proceso de enseñanza y aprendizaje en esta área, ya que al aplicar GeoGebra el promedio del curso subió de una forma sustancial a casi dos puntos de la metodología anterior con un promedio de 7,98/10 dando como equivalente al 79,8% alcanzando así los aprendizajes requeridos, las notas y porcentajes por destrezas reflejan que la nota menor fue en líneas notables de los triángulos con una nota de 6,75 con un porcentaje del 67,5%, siendo la principal destreza a reforzar con la recuperación pedagógica ya que algún concepto no quedo claro en los estudiantes, en cuanto a la clasificación de triángulos 7,25 con un porcentaje del 72,5%, seguido de la construcción de triángulos con un promedio de 7,56% equivalente al 75,6% y las notas de mayor porcentaje al usar GeoGebra son perímetros y áreas de figuras planas con un promedio de 8,88 y su porcentaje de 88,8% mientras que construcción de cuadriláteros el promedio fue de 9,45% cuyo porcentaje es del 94,5%.

Si comparamos el Coeficiente de Variación al usar las dos metodologías vemos que la variación del uso de GeoGebra es mayor con un 14,29% con respecto a la metodología tradicional con un 11,19%. Ratificando así la postura expuesta por (Jiménez & Jiménez, 2017, pág. 10). Al usar GeoGebra permite que "los estudiantes piensen matemáticamente y aumenten su nivel de comprensión y sean capaces de resolver problemas de la vida cotidiana.

Conclusiones

Para finalizar el presente estudio se puede decir que al estar frente a los estudiantes en un salón de clase y aplicar sus conocimientos y al final de una lección no obtener los resultados esperados no se debe a la culpa del estudiante ni de la falta de medios o recursos, sino más bien a la motivación y dedicación de querer innovar los salones de clases con herramientas novedosas y dinámicas como lo es GeoGebra. Ante todo lo acotado anteriormente debemos darnos cuenta que en pleno siglo XXI y el cambio vertiginoso de la tecnología hace que el estudiantado actual posea una manera distinta de aprender, ante lo cual como docentes debemos estar preparados y a la par de lo que demandan nuestro educandos contrastando con lo que indica (Mosquera & Vivas, 2017, pág. 111):

"Los estudiantes actuales son nativos digitales y prefieren recibir información de forma rápida, aprenden a partir de las imágenes y juegos sin considerar grandes extensiones de texto y su principal característica es que requieren de un teléfono celular para realizar sus actividades".

En la investigación se puede comparar dos procesos de aprendizaje como es el tradicional sin el uso de GeoGebra y el otro apoyado con la herramienta GeoGebra una vez aplicado los test, en primera instancia se pudo observar que los puntajes obtenidos reflejaron promedios < 7 por ende no se logró cumplir con los objetivos previstos en el bloque mientras que cuando se aplicó el mismo estudio con los mismos temas apoyado de GeoGebra los resultados y cambios fueron inmediatos y positivos obteniendo promedios >7 por lo tanto se puede evidenciar que la herramienta GeoGebra incide positivamente en el accionar de los estudiantes alcanzando verdaderos aprendizajes que con la enseñanza tradicional y a su vez se puede evidenciar que ponen a prueba sus valores éticos y morales al interactuar y colaborar en grupo apoyados de la tecnología favorece sin duda el aprendizaje significativo.

Los resultados obtenidos en este trabajo coinciden con otros ya investigados sobre el uso de GeoGebra en las aulas. Díaz et. al. (2018) encontraron que el empleo de esta herramienta en la secundaria tuvo efectos importantes en los estudiantes de secundaria en lo referido al fortalecimiento de sus capacidades de razonamiento y demostración, comunicación matemática y resolución de problemas y que también vienen efectos colaterales como facilitar el trabajo en equipo y favorecer los procesos de colaboración en el aprendizaje. (Carvajal, Rincón, Zúñiga, & García, 2017, pág. 60), hallaron que el uso de GeoGebra generó un ambiente distinto al de la enseñanza tradicional en matemáticas lo que benefició en gran medida el grado de motivación y disposición en las actividades propuestas para cada sesión.

El uso de GeoGebra resultó ser relativamente fácil de manejar para los estudiantes ya que en poco tiempo se familiarizaron con los recursos y herramientas que el software proporciona a su vez le permite al educando asimilar conceptos que le resulten complejos superando así los obstáculos presentados en los procesos de enseñanza y aprendizaje tal y como lo contrastan los estudios de (Mosquera & Vivas, 2017, pág. 101) y (Jiménez & Jiménez, 2017, pág. 3).

Finalmente la experiencia obtenida con esta investigación nos lleva a sostener que las Tic bien implementadas en el aula y a su vez bien trabajadas nos permite obtener resultados satisfactorios en donde resulte un trabajo dinámico y agradable tanto para el docente como para el alumno generando procesos de interacción y debate positivos en la matemática, pues el uso de GeoGebra así lo permite y genera una aula vanguardista en donde se cubren los intereses y necesidades del estudiante en esta asignatura, con esto no queremos decir que geo GeoGebra es la salvación a nuestros males y problemas educativos ni que es la barita mágica para la enseñanza matemática pero sin duda es un cambio positivo que transforma el aula y sale de lo convencional y rutinario a una enseñanza entretenida y por ende se genera aprendizajes significativos.

Referencias Bibliográficas

Barahona, F., Barrera, O., Vaca, B., & Hidalgo, B. (diciembre de 2015). GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil. Revista Tecnológica ESPOL, 28(5), 121-132.

Carvajal, J., Rincón, E., Zúñiga, L., & García, L. (2017). Uso del software GeoGebra como estrategia de enseñanza para triángulos rectángulos de 30° - 60° dirigida a estudiantes de décimo grado. Escuela de graduados en educación., 7(14), 56-62.

Díaz, L., Rodríguez, J., & Lingán, S. (18 de octubre de 2018). Enseñanza de la geometría con el software GeoGebra en estudiantes secundarios de una institución educativa en Lima. Propósitos y Representaciones, 6(2), 217-251.

Hidalgo, N., & Murillo, F. (30 de noviembre de 2016). Las Concepciones sobre el Proceso de Evaluación del Aprendizaje de los Estudiantes. REICE., 15(1), 107-128.

Jiménez, J., & Jiménez, S. (enero-junio de 2017). GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza, aprendizaje en matemáticas. Revista Electrónica sobre Tecnología, Educación y Sociedad, 4(7), 1-17.

Kozanitis, A., Ménard, L., & Boucher, S. (01 de mayo de 2018). Capacitación y acompañamiento pedagógico de profesores universitarios noveles: efectos sobre el uso de estrategias de enseñanza. Praxis Educativa, 13(2), 294-311.

Mosquera, M., & Vivas, S. (30 de mayo de 2017). Análisis comparativo de software matemático para la formación de competencias de aprendizaje en cálculo diferencial. Plumilla Educativa, 19(1), 98-113.

Narváez, J. (30 de octubre de 2015). Estudiando las funciones polinómicas con el software educativo GeoGebra. Opción., 31(3), 897-906.

Navarrete, G., & Mendieta, R. (abril de 2018). Las tic y la educación ecuatoriana en tiempos de internet: breve análisis. Espirales revista multidisciplinaria de invetigación, 2(15), 123-136.

Pabón, J., Nieto, Z., & Gómez, C. (2015). Modelación matemática y GEOGEBRA en el desarrollo de competencias en jóvenes investigadores. Logos Ciencia y Tecnología., 7(1), 65-70.

Revelo, J., & Carrillo, S. (02 de septiembre de 2018). Impacto del uso de las TIC como herramientas para el aprendizaje de la matemática de los estudiantes de educación media. Cátedra., 1(1), 70-91.

Vergara, G., & Cuentas, H. (2015). Actual vigencia de los modelos pedagógicos en el contexto educativo. Opción., 31(6), 914-934.

Conceptualización del producto de funciones lineales mediante el uso de GeoGebra

Conceptualization of the product of linear functions using GeoGebra

Alfonso Gabriel Armendáriz Zambrano[21]
Diego Alejandro Pilay Cedeño[22]

Resumen

El objetivo de esta investigación es determinar la influencia del software GeoGebra en la conceptualización de las características de la función cuadrática a partir del producto de funciones lineales. Este proyecto se desarrolló en la Unidad Educativa "Francisco Huerta Rendón", en los 2° de Bachillerato paralelos "A" y "B", donde se desarrolló talleres interactivos con el uso del software GeoGebra.

[21] Filiación institucional: UNIVERSIDAD DE GUAYAQUIL. Correo electrónico: agarmendariz@gmail.com
[22] Filiación institucional: UNIVERSIDAD DE GUAYAQUIL. Correo electrónico: diego.pilayc@gmail.com

La investigación es inductiva, deductiva y científica, con enfoque cualitativo y cuantitativo. Se aplicó dos evaluaciones a un total de 67 estudiantes, una de entrada, mostrando la problemática, posteriormente se desarrolló el taller interactivo con el uso del GeoGebra, mejorando los resultados en la prueba de salida, para evidenciar este proyecto se realizó pruebas de base estructurada, encuestas, datos estadísticos, y prueba de hipótesis aplicando el Chi-cuadrado. Mediante los resultados se logró concluir que es favorable el uso programa GeoGebra en la conceptualización de las características de la función cuadrática.

Palabras Claves: Software GeoGebra, conceptualización, función cuadrática, producto de funciones lineales.

Abstract

The objective of this research is to determine the influence of GeoGebra Software in the characteristics' conceptualization of the quadratic function based on the linear function product. This project was developed at Unidad Educativa "Francisco Huerta Rendón", in the seconds of high school Parallels "A" and "B", where was developed interactive workgroups using the GeoGebra Software.

The research is inductive, deductive and scientific with qualitative and quantitative approach, was applied two evaluations to 67 students. At the beginning one evaluation where was demonstrated the problematic. After that was developed an interactive Workshop using The GeoGebra, demonstrate the final results, like evidence this project are evidence of structured base, polls, statistics and hypothesis test was performed applying the Chi square. According the results were concluded that it is favorable to the use of the GeoGebra software in the characteristics conceptualization of the quadratic function.

Keywords: GeoGebra Software, conceptualization, quadratic function, linear function product.

Introducción

El siguiente proyecto de investigación se origina al observar las falencias sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de las características de la función cuadrática a partir del producto de funciones lineales, dificultando su conceptualización y entendimiento, al no utilizar los recursos didácticos adecuados, limitando al estudiante en el desarrollo del aprendizaje en la asignatura de las Matemáticas, pudiendo constatar que los recursos didácticos pueden mejorar la conceptualización al utilizar una metodología interactiva y dinámica en el salón de clase.

“Software que se utiliza para hacer cálculos matemáticos que facilitan la tarea del estudiante y que sirven de apoyo al profesor de matemática, que busca proporcionarle al estudiante otro ambiente distinto al tradicional”. (Gutiérrez, 2020, p 174). Con el uso del graficador, el docente ocupa solo el rol de facilitador “conductor de experiencias”, puesto que el único protagonista y responsable de constituir su conocimiento es el estudiante, relacionándolo con varias situaciones de aprendizaje para que construya su propia enseñanza.

Mediante el uso de graficadores interactivos, se observará una mejora en el aprendizaje del estudiante. La tecnología está al acceso de cualquier persona que facilita el uso de este programa. En la actualidad los graficadores son una herramienta novedosa que ayuda en la motivación de los estudiantes, involucrándolo al proceso de aprendizaje en las características de la función cuadrática con ayuda del GeoGebra, mejorando su conceptualización dentro del salón de clases.

Objetivo

Analizar la incidencia del uso de GeoGebra para la conceptualización de las características de la función cuadrática a partir del producto de funciones lineales.

Planteamiento del problema

¿Cómo influye el uso de GeoGebra para la conceptualización de las características de la función cuadrática a partir del producto de funciones lineales en los estudiantes de segundo año de Bachillerato de la Unidad Educativa “¿Francisco Huerta Rendón”, ubicada en la zona 8, distrito 36, provincia del Guayas, cantón Guayaquil, parroquia Tarqui del periodo lectivo 2019- 2020?

Marco referencial

El uso de herramientas tecnológicas juega un papel fundamental dentro del campo educativo, el aprender de una forma totalmente diferente al habitual modelo tradicional acapara la atención del estudiante, “en la era digital desde el ámbito educativo es característica la adopción de conceptos, métodos y herramientas para la denominada gestión del conocimiento, integrando las bondades que ofrece la tecnología como una práctica que tiene plena vigencia" (Zambrano, Contreras, Araque, 2015, p 19), por el solo hecho de ser un nativo digital.

La superación de la resistencia al cambio, es también un punto a analizar, siendo esta una labor predominante por el docente, por tantos años siempre ha existido ese desapego y terror hacia las matemáticas, en la actualidad el uso de simuladores y graficadores potencializa las ventajas de los aprendizajes en el campo de las funciones, "el uso del software educativo propicia escenarios educativos, para que las nuevas sapiencias sean apropiadas por parte del estudiante en lo que se refiere a las funciones matemáticas" (Fernández; Riveros, Montiel, 2017, p 11).

En el momento de abordar el capítulo de funciones, el estudiante presenta la ventaja de acceder a portales web, donde puede escoger entre muchos un software que le permita observar y diferenciar las características y el comportamiento de una función, consiguiendo de esta manera una conceptualización desde un punto de vista más interactivo y novedoso, dejando a un lado el uso de los típicos recursos de la pizarra y marcadores, obteniendo gráficas con más precisión y empleando menos tiempo. Los graficadores son un conjunto de aplicaciones que ayudan en el desenvolvimiento dinámico de la clase, ya que con estos se logra visualizar de una manera eficaz la representación gráfica de funciones, permitiendo que los estudiantes construyan sus conocimientos a través de los recursos informáticos.

GeoGebra es un programa matemático que inicialmente fue creado como una herramienta de tesis para la ayuda del cálculo de la Geometría y del Algebra, actualmente se ha actualizado agregando otros campos como la Estadística y gráficas de funciones, entre otros, permitiendo comprender de una manera didáctica en todos los niveles educativos.

Torres (2017, p 677) afirma lo siguiente:

GeoGebra es un software libre que se utiliza para la educación en todos sus niveles desde su creación, se encuentra disponible en múltiples plataformas. Dicho software reúne dinámicamente, aritmética, geometría, álgebra y cálculo en un único conjunto tan sencillo a nivel operativo como potente. Ofrece representaciones diversas de los objetos desde cada una de sus posibles perspectivas: vistas gráficas, algebraicas, estadísticas.

Metodología

Para este proyecto la metodología se basó en la aplicación de una investigación cualitativa y cuantitativa, siendo de campo y bibliográfica, utilizando métodos inductivo, deductivo y científico, aplicando encuestas y evaluaciones de entrada y salida, constatando los resultados esperados por medio del Chi- Cuadrado, encontrando una relación entre el software GeoGebra y la conceptualización de las características de la función cuadrática.

Se empleó una encuesta inicial a los estudiantes con el objetivo de conocer su interés sobre el uso de graficadores interactivos para aportar datos para el estudio de la investigación, consecutivamente se aplicó una evaluación de entrada, seguido de un taller interactivo y al final una evaluación de salida. Para la obtención de datos se realizó una investigación de campo, logrando obtener datos reales que permiten organizar, estructurar y planificar las estrategias de manera real, lógica y específica.

La población que se estudió en esta investigación fue de 67 en una unidad educativa de la ciudad de Guayaquil, con estudiantes que fueron de dos paralelos de segundo de bachillerato de los cuales se detallan a continuación:

Tabla Nº 1: Población de la investigación.

Curso	**Población**
II BGU “A”	**33**
II BGU “B”	**34**
TOTAL	**67**

Fuente: Secretaria de la Unidad Educativa “Francisco Huerta Rendón”
Elaborado por: Gabriel Armendáriz & Diego Pilay (Investigadores).

Resultados

Para nuestra investigación se requería conocer que conocimientos presentaban los estudiantes con respecto a simuladores y sobre las características de las funciones cuadráticas a partir del producto de dos funciones lineales, procediendo a realizar una encuesta y a una prueba de entrada, posterior a los resultados, se realizó un taller utilizando como herramienta el graficador GeoGebra, luego de una semana fueron nuevamente evaluados los estudiantes con la prueba de salida.

Dentro de la encuesta se necesitaba conocer cuál es la influencia de los graficadores en el tema de funciones y si existía el agrado en los estudiantes de aprendo usando herramienta tecnológica.

A continuación, se muestran, mediante tablas, los por cientos de respuestas a las preguntas realizadas en la encuesta:

Tabla N° 2: Procedimiento para lograr la conceptualización.

Pregunta 1. El procedimiento actualmente empleado para aprender las características de la función cuadrática es adecuado			
Ítem	**Categorías**	**Frecuencias**	**Porcentajes**
1	Muy en desacuerdo	4	5,97%
	En desacuerdo	7	10,45%
	Indiferente	11	16,42%
	De acuerdo	33	49,25%
	Muy de acuerdo	12	17,91%
	TOTAL	67	100%
Pregunta 2. Es importante la inclusión de herramientas tecnológicas en el salón de clases para mejorar la comprensión.			
Ítem	**Categorías**	**Frecuencias**	**Porcentajes**
2	Muy en desacuerdo	3	4,48%
	En desacuerdo	0	0,00%

	Indiferente	7	10,45%
	De acuerdo	21	31,34%
	Muy de acuerdo	36	53,73%
	TOTAL	67	100%
Pregunta 3. El uso de graficadores de funciones facilita la comprensión de las características de la función cuadrática.			
Ítem	**Categorías**	**Frecuencias**	**Porcentajes**
3	Muy en desacuerdo	3	4,48%
	En desacuerdo	2	2,99%
	Indiferente	11	16,42%
	De acuerdo	24	35,82%
	Muy de acuerdo	27	40,30%
	TOTAL	67	100%
Pregunta 4. La capacitación a los docentes en el uso de graficadores mejoraría sus estrategias de enseñanza			
Ítem	**Categorías**	**Frecuencias**	**Porcentajes**
4	Muy en desacuerdo	2	2,99%
	En desacuerdo	1	1,49%
	Indiferente	7	10,45%
	De acuerdo	31	46,27%
	Muy de acuerdo	26	38,81%
	TOTAL	67	100%
Pregunta 5. Realiza ejercicios complementarios a los propuestos por su docente.			
Ítem	**Categorías**	**Frecuencias**	**Porcentajes**
5	Muy en desacuerdo	4	5,97%

	En desacuerdo	5	7,46%
	Indiferente	20	29,85%
	De acuerdo	26	38,81%
	Muy de acuerdo	12	17,91%
	TOTAL	67	100%

Fuente: Secretaria de la Unidad Educativa "Francisco Huerta Rendón"
Elaborado por: Gabriel Armendáriz & Diego Pilay (Investigadores)

Análisis e interpretación de los resultados de las evaluaciones de entrada y salida

Para la aplicación del instrumento de la evaluación de entrada y salida se consideraron los siguientes aspectos: la evaluación de entrada y salida tiene como máxima calificación 10 (diez) y como mínima 0,5 (cinco décimas); el tamaño de la muestra es de 67 estudiantes.

Tabla Nº 6: Cálculos de la media aritmética para la prueba de entrada y salida.

Prueba de entrada	Prueba de salida
$\bar{x}_e = \frac{\sum_n^1 (X_i)\,(f_i)}{n}$	$\bar{x}_s = \frac{\sum_n^1 (X_i)\,(f_i)}{n}$
$\bar{x}_e = \frac{218,5}{67}$	$\bar{x}_s = \frac{474}{67}$
$\bar{x}_e = 3,26$	$\bar{x}_s = 7,07$

Fuente: Secretaria de la Unidad Educativa "Francisco Huerta Rendón"
Elaborado por: Gabriel Armendáriz & Diego Pilay (Investigadores).

El promedio que obtuvo la prueba de entrada fue de 3,26/10 y el de salida fue de 7,07/10, de tal manera se observa que la prueba de salida obtuvo mejor promedio por luego de aplicar el taller interactivo.

Análisis y prueba de hipótesis general mediante el Chi-cuadrado

Para este análisis, se tomó en cuenta dos evaluaciones, la prueba de entrada, en la cual la fue tomada sin el uso del software GeoGebra y la de salida, una vez aplicado el taller con el uso del software GeoGebra.

Las escalas que se consideraron con respecto a las calificaciones de la prueba de entrada y salida fueron la siguiente:

- Deficiente: menor a 4
- Regular: mayor o igual a 4 y menor a 6,5
- Bueno: mayor o igual a 6,5 y menor a 10
- Excelente: igual a 10

Tabla Nº 7: Cuadro de calificaciones de la prueba de entrada y salida.

	Deficiente	Regular	Bueno	Excelente	TOTAL
Prueba de entrada	51	16	0	0	67
Prueba de salida	5	17	37	8	67
TOTAL	56	33	37	8	144

Fuente: Secretaria de la Unidad Educativa "Francisco Huerta Rendón"
Elaborado por: Gabriel Armendáriz & Diego Pilay (Investigadores).

Hipótesis

H1: Influye el uso del software GeoGebra en la conceptualización de las características de la función cuadrática a partir del producto de funciones lineales.

H0: No influye el uso del software GeoGebra en la conceptualización de las características de la función cuadrática a partir del producto de funciones lineales.

Realizado los cálculos se pudo determinar los valores de Chi-Cuadrado calculado $X^2 = 89{,}722$ y el de la tabla $X^2 = 5{,}991$.

Conclusiones

Se pudo evidenciar por medio de la encuesta realizada a los estudiantes, que sí existe la acogida por parte de ellos para el uso del graficadores en la enseñanza aprendizaje sobre el tema de funciones.

Al realizar la prueba de entrada, el promedio de la calificación fue de 3,26/10, evidenciando que los estudiantes tenían un rendimiento académico bastante bajo sobre las características de la función cuadrática, observando la problemática de nuestra investigación.

En la prueba de salida, luego de aplicar el taller interactivo usando el software GeoGebra, se pudo evidenciar una clara mejoría, obteniendo un promedio de 7,07/10 permitiendo que el estudiante conceptualice las características de la función cuadrática de una manera más dinámica e interactiva.

Por medio del Chi-Cuadrado, también se pudo evidenciar y de gran manera, que el uso del software GeoGebra si influye en la conceptualización de las características de la función cuadrática a partir del producto de funciones lineales, siendo mayor el valor calculado que el de la tabla, descartando la hipótesis nula (H0) y considerando la hipótesis alternativa (H1).

El uso del graficador GeoGebra si influye dentro del aprendizaje de las matemáticas permite un aprendizaje más novedoso para los jóvenes permitiéndole demostrar digitalmente, combinando la tecnología con la educación, de una manera innovadora y divertida.

Los docentes deben de aprovechar un poco más los recursos tecnológicos que existen en la web, eliminando la brecha digital que hoy en día existe en el campo de la educación, permitiendo potenciar las ventajas que estos ofrecen para el desarrollo del aprendizaje.

Bibliografía

Fernández Isaías, Riveros Víctor, Montiel, Germain. (2017). Software educativo y las funciones matemáticas. Una estrategia de apropiación. Omnia, 23(1), 9-19. Obtenido de https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=73753475002

Gutierrez, A. (2020). GeoGebra: herramienta didáctica para fortalecer competencias. Números, 105, 165-188. Obtenido de http://www.sinewton.org/numeros/numeros/105/GeoGebra.pdf

Núñez Estela, Monclúz Ingrid, Ravina Rafael. (2019). El impacto de la utilización de la modalidad B-Learning en la educación superior. Alteridad, 14(1). Cuenca. Obtenido de http://scielo.senescyt.gob.ec/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1390-86422019000100026

Tenorio José, Rodríguez Yomira, Tello Barbara. (2017). Impacto del uso de simuladores en asignaturas profesionalizantes de la carrera de Ingeniería en Marketing de la Universidad Estatal de Milagro. Repositorio de la Universidad Estatal de Milagro. Ecuador. Obtenido de http://repositorio.unemi.edu.ec/handle/123456789/3784

Torres, M. (2017). TRANSFORMANDO EN LA MATEMÁTICA. VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, 674-681. Obtenido de http://funes.uniandes.edu.co/22100/

Zambrano Jean, Araque Yarelis. (2015). Blended Learning ¿Combinación, integración o convergencia? Aprendizaje Digital, 19. Obtenido de http://erevistas.saber.ula.ve/index.php/aprendizajedigital/article/view/7757

Proyecto club GeoGebra: una oportunidad para fomentar el aprendizaje geométrico

Projeto clube GeoGebra: uma oportunidade para promover a aprendizagem geométrica

Ivonne Coromoto Sánchez Sánchez[23]

Resumen

El Proyecto Club GeoGebra (PCG) es una iniciativa escolar dirigida al fomento del aprendizaje de contenidos geométricos mediante el uso del software GeoGebra. Este trabajo tiene por objetivo describir el PCG, la Elaboración de Simuladores con GeoGebra (ESG) y un itinerario de investigación. Para ello, se presentan las actividades del PCG que se realizan para constituir un club en la institución escolar, las características de elaboración de simuladores con GeoGebra (fundamentales en el proyecto) y el itinerario de investigación en torno a estas actividades ESG. Consideramos que la implementación del PCG promueve el aprendizaje de las matemáticas, en particular, el geométrico y, además, contribuye con las prácticas docentes que integren las tecnologías digitales.

Palabras clave: Club GeoGebra, Elaboración de Simuladores con

[23] Aprender en Red. Ivonne.s.1812@gmail.com

GeoGebra, Aprendizaje Geométrico.

Resumo

O Projeto Clube GeoGebra (PCG) é uma iniciativa escolar que visa promover a aprendizagem de conteúdos geométricos por meio da utilização do software GeoGebra. O objetivo deste trabalho é descrever o PCG, o Desenvolvimento de Simuladores com GeoGebra (ESG) e um roteiro de pesquisa. Para tanto, são apresentadas as atividades do PCG que são realizadas para a constituição de um clube na instituição escolar, as características do desenvolvimento do simulador com o GeoGebra (fundamental no projeto) e o roteiro de pesquisa em torno dessas atividades ESG. Consideramos que a implementação do PCG promove a aprendizagem da matemática, em particular da matemática geométrica e, além disso, contribui para práticas de ensino que integram as tecnologias digitais.

Palabras chave: Clube GeoGebra, Elaboração de Simuladores com GeoGebra, a Aprendizagem Geométrica.

Introducción

El Proyecto Club GeoGebra

El Proyecto Club GeoGebra (PCG) fue una iniciativa por parte de los miembros de Aprender en Red para promover la enseñanza de las matemáticas con el uso de las tecnologías digitales y con un carácter innovador. El PCG se hizo operativo mediante la conformación y puesta en marcha de los llamados Clubes GeoGebra (CGs): pequeños grupos de trabajo integrados por alumnos (12-17 años) de una misma escuela y un profesor (o futuro profesor) de matemáticas. En concreto, un CG se concibe como un espacio social de desarrollo de actividades de Elaboración de Simuladores con GeoGebra (ESG), las cuales se describen en el siguiente apartado. A través de estas actividades, el PCG buscaba desarrollar la creatividad, la independencia del pensamiento y la acción colaborativa de los alumnos y profesores que participaban en estos espacios. Durante los 4 años de funcionamiento del PCG (2013-2017) se aperturaron 15 CGs, distribuidos en 6 municipios del estado Zulia, al occidente de Venezuela.

Debido a que los CGs funcionaban en instituciones educativas con dinámicas particulares, el trabajo en estos espacios estuvo condicionado por ciertas prácticas de la cultura escolar venezolana que afectaban el desarrollo del proyecto. Para prever situaciones adversas, los miembros de Aprender en Red decidimos organizar el desarrollo del PCG en tres momentos (Sánchez-Noroño, Sánchez, Gutiérrez, Díaz-Urdaneta, Prieto y Castillo, 2020):

1. ***Conformación de los CGs:*** el promotor establece contacto con la directiva de la institución para definir las condiciones de funcionamiento del club, desde su lanzamiento hasta los espacios y materiales de trabajo,
2. ***Funcionamiento de los CGs:*** se realizan los encuentros de trabajo con los estudiantes, en los cuales se producen actividades de ESG,
3. ***Socialización de las experiencias de producción:*** se deriva la realización de un evento académico anual para compartir las experiencias de ESG en los CGs, con énfasis en la compresión de la producción de los dibujos dinámicos.

En la web de nuestra asociación, el lector podrá encontrar más información sobre la implementación del PCG: http://aprenderenred.com.ve/clubGeoGebra.

En los CGs los alumnos junto a los profesores llevan a cabo los Proyectos de Simulación (PS), estos guiaran toda su participación en los CGs durante el año escolar. Los PS se llevan a cabo en cuatro fases, a saber, la primera fase consiste en seleccionar un fenómeno que pueda ser elaborado en el GeoGebra. En la segunda fase los estudiantes y el formador deben llevar a cabo las actividades de elaboración del simulador, que modela el comportamiento de la situación seleccionada, a través del uso de las herramientas y funcionalidades del GeoGebra y la teoría geométrica que surja en el momento.

Durante la tercera fase, los participantes de los CGs deben sistematizar las experiencias de elaboración del simulador procurando que emerjan los saberes y referentes teóricos-prácticos de la matemática y la física. Por último, la cuarta fase consiste en socializar los saberes que han emergido en las experiencias de simulación mediante la participación en el Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia, el cual se celebra al final de cada año escolar (ver Figura 1).

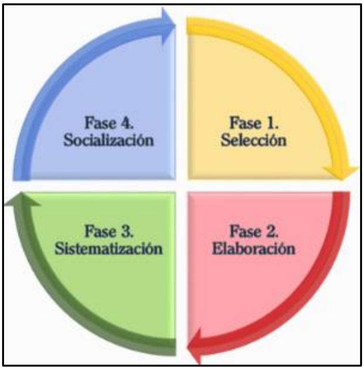


Figura 1. Fases del proyecto Club GeoGebra. Fuente: http://www.aprenderenred.com.ve/clubGeoGebra

Marco Teórico - Referencial

La elaboración de simuladores con GeoGebra

De acuerdo con Sánchez-Noroñ et al. (2020), la Elaboración de Simuladores con GeoGebra (ESG) comprende la realización de un conjunto de actividades creadas por la necesidad de promover aprendizaje geométrico en los alumnos participantes del PCG, e impulsadas por dos objetos, a saber:

(i) la producción de dibujos dinámicos con el software GeoGebra, y
(ii) la comprensión de los procesos de producción de estos dibujos.

Vista así, la ESG no se orienta hacia una única obra común. De hecho, la ESG se compone de diferentes tipos de actividades, conforme lo ilustra la Figura 2.

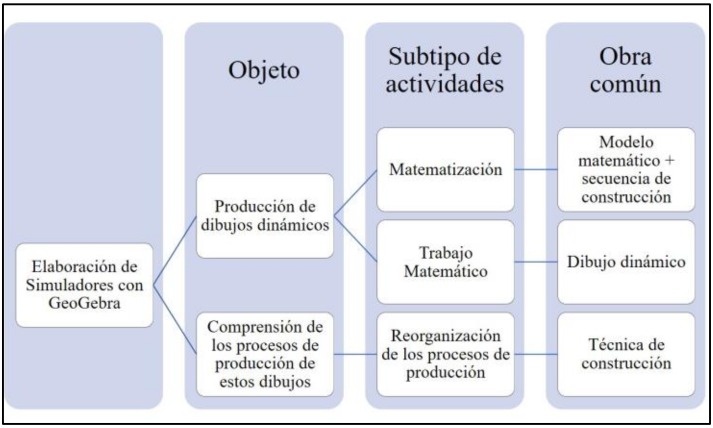


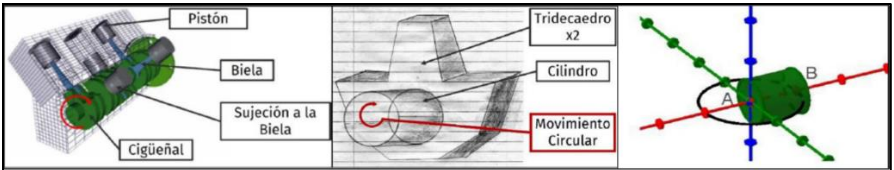
Figura 2 – La ESG con énfasis en sus objetos, subtipos de actividades y obra común. Fuente: Sánchez-Noroño et al. (2020)

La producción de los dibujos dinámicos

El objeto de las primeras actividades de ESG en un CG es la producción de dibujos dinámicos con el GeoGebra. Un dibujo dinámico es un dibujo geométrico producido por medio de un software dinámico, que conserva las propiedades espaciales que le fueron impuestas en su construcción cuando es desplazado o arrastrado por alguno de sus elementos libres (Laborde, 1998). Para producir un simulador de algún fenómeno, como por ejemplo un motor v6 (ver Figura 3a), los alumnos de los CGs despliegan una secuencia de actividades que clasificamos en dos subtipos, según el tipo de obra común que se logre (Gutiérrez, Prieto y Ortiz, 2017).

En el primer subtipo situamos las actividades de ESG cuyo producto es la traducción, en términos geométricos, del boceto de alguna parte que compone al fenómeno de la simulación. En este caso, la obra común se manifiesta en el modelo matemático producido durante la actividad y el establecimiento de una secuencia de construcciones con GeoGebra que son atendidas en las demás actividades (ver Figura 3b). El segundo subtipo corresponde a aquellas actividades que resultan en la producción del dibujo dinámico correspondiente al modelo matemático elaborado anteriormente.

Usamos los términos matematización y trabajo matemático para referirnos al primer y segundo subtipo de actividad, respectivamente (Sánchez-Noroño et al., 2020) (Figura 3c).



(a) (b) (c)

Figura 3 – Ejemplo de acciones correspondientes a actividades del subtipo matematización y trabajo matemático. Fuente: Sánchez-Noroño et al. (2020)

Por consenso, entre los promotores del PCG, existe un modo prototípico de producir el modelo matemático que asociamos a las actividades de matematización.

En este modelo: (i) se selecciona la parte del fenómeno a simular, (ii) se dibuja un boceto de esta parte, (iii) se identifican sobre el boceto los objetos geométricos que representan las formas y movimientos característicos de la pieza, (iv) se establece una secuencia de tareas de construcción de estos objetos, y (v) se realizan las tres últimas acciones para la siguiente pieza.

De forma análoga, se ha establecido una forma prototípica de actuar para elaborar el dibujo dinámico correspondiente a un modelo matemático en donde, para cada tarea de la secuencia: (i) se selecciona la herramienta del GeoGebra que permite construir el objeto geométrico esperado, (ii) se identifica sobre la pantalla la presencia o ausencia de cada elemento requerido por la herramienta para construir el objeto en cuestión, (iii) se construyen los elementos faltantes aplicando una estrategia determinada, (iv) se aplica la herramienta del software, (v) se valida la consistencia de la construcción aplicando la prueba del arrastre, y (vi) se realiza lo anterior para el caso de los objetos geométricos de la siguiente tarea, hasta producir el dibujo dinámico (Prieto y Ortiz, 2019).

Propuesta

La comprensión de los procesos de producción de los dibujos dinámicos

Cuando comenzamos los CGs, las actividades de ESG estaban orientadas exclusivamente a la producción de los dibujos dinámicos. Sin embargo, los promotores que estaban a cargo de los CGs comenzaron a identificar un problema que era recurrente en casi todos los CGs. Específicamente, quedo en evidencia que los alumnos de estos clubes presentaban dificultades al momento de comunicar sus procedimientos de construcción geométrica, tiempo después de haberlos ejecutado durante las actividades de ESG. Evidencias de lo anterior han sido reportadas por Sánchez y Prieto (2019), al mostrar las dificultades que presentó un alumno al comunicar, a un promotor ajeno a su CG, la forma de resolver las tareas de construcción de su proyecto de simulación.

En respuesta al problema anterior, decidimos concebir un segundo conjunto de actividades que debían formar parte de la ESG, cuyo objeto fuese la comprensión de los procesos de producción de dibujos dinámicos, una vez que éstos fuesen producidos. En estas actividades, profesores y alumnos laboran conjuntamente para producir, por un lado, la descripción del procedimiento seguido para resolver cada tarea de construcción y, por otro, la justificación de ese procedimiento. Decidimos denominar técnica de construcción a ese procedimiento de construcción empleado en la producción de un dibujo dinámico (Sánchez-N y Prieto, 2017).

Principales resultados

Un itinerario de investigación alrededor de la ESG

El PCG ha brindado a los miembros de Aprender en Red no solo una oportunidad de constituirnos como actores de la educación matemática, sino también como potenciales investigadores del campo de la Educación Matemática, tal y como lo comentamos en Sánchez-Noroño et al. (2020). Para lograr esto último proceso, quisiera destacar la actitud de reflexión crítica que manteníamos con nuestras acciones dentro del PCG y que mantuvimos presente desde nuestro inicio como colectivo.

Por así decirlo, siempre fuimos conscientes de la necesidad de someter nuestro trabajo a procesos de reflexión y evaluación permanente, a fin de transformar esa realidad y transformarnos en ese mismo proceso. Pasamos de transformar nuestra mirada ingenua. Ante esta realidad, se hacía necesario transformar la mirada ingenua que manteníamos sobre el PCG en su inicio, por otra visión apoyada en referentes teóricos que nos colocara en una visión más crítica de nuestras reflexiones sobre las actividades de la ESG.

Un primer trabajo sobre lo anterior, podemos encontrarlo en Rubio, Prieto y Ortiz (2016), quienes dieron a conocer el modo en que ellos representaron con GeoGebra una situación real vinculada con el movimiento en caída libre. En su descripción, los autores definieron las tareas de simulación que organizaron la elaboración de un simulador sobre ese fenómeno físico y explicaron cómo ciertas ideas matemáticas (p. ej., función lineal, cuadrática y trigonométrica, relación ángulo central-arco que subtiende) orientaban sus reflexiones y acciones en la dirección de producir el simulador en cuestión. Los profesores Castillo y Prieto (2016), describieron una manera de relacionar la idea de ecuación cuadrática con la representación del movimiento parabólico, en la elaboración del simulador de un tiro libre en el fútbol y las profesoras Sánchez y Sánchez-N. (2016), reportaron el modo en que la ecuación matemática asociada a la fuerza eléctrica entre cargas estáticas les sirvió para recrear un modelo de energía bajo la Ley de Coulomb.

Sánchez-N. y Prieto (2017) se apoyaron en la noción de praxeología matemática (Chevallard, 1999) para describir las componentes práctica y teórica que organizan el trabajo matemático desplegado en las actividades de ESG. Mientras que, Gutiérrez, Prieto y Ortiz (2017) asumieron una perspectiva cognitiva de la modelación en Educación Matemática para describir las relaciones entre las prácticas matemáticas y los fenómenos reales que intentan ser representados durante las actividades de ESG. En este sentido, los autores centraron su atención en los procesos de modelación por los que un grupo de alumnos transitaban durante la elaboración de un simulador.

Sánchez y Prieto (2017), usando ideas provenientes del marco teórico Humans-with-media (Borba y Villarreal, 2005), dieron cuenta del modo en que un grupo de profesores llevaron a cabo procesos de experimentación con GeoGebra durante la resolución de tareas de construcción geométrica. Díaz-Urdaneta y Prieto (2016) presentaron evidencias de los procesos de visualización que contribuyeron a una reorganización del conocimiento matemático en torno a una experiencia de ESG, las cuales fueron descritas también a la luz del marco Humans-with-media.

Con relación a la perspectiva histórico-cultural, realizamos investigaciones en que se asumieron los procesos de objetivación y subjetivación propuestos en la TO, para dar cuenta del aprendizaje matemático de estudiantes en actividades de ESG. Con el propósito de caracterizar el aprendizaje producido durante la comunicación de la técnica de construcción de una figura geométrica con GeoGebra, Sánchez y Prieto (2019) utilizaron la categoría procesos de objetivación de la TO para dar cuenta del modo en que un profesor de matemáticas y dos alumnos tomaron conciencia de la idea de rotación, encarnada en las herramientas de construcción del GeoGebra, a través de un análisis multisemiótico de esa actividad de comunicación.

Por su parte, Prieto, Castillo y Márquez (2020) se apoyaron en la categoría procesos de subjetivación propuesta por la TO para analizar las formas de colaboración humana que se manifestaron entre profesores y estudiantes en situación de ESG, en el contexto de comunicación de la técnica de construcción de un dibujo dinámico con el GeoGebra. Más trabajos que reportan nuestras reflexiones son reportados en Castillo, Prieto, Sánchez y Gutiérrez (2019), quienes se vieron en la necesidad de aplicar transformaciones a ecuaciones para modelar un fenómeno físico (particularmente, el movimiento parabólico). Finalmente, Sánchez y Sánchez-N. (2020) reportan el uso de las transformaciones geométricas, como la traslación, para simular un fenómeno electrostático.

Conclusiones

Por lo expuesto en este trabajo, no cabe duda para nosotros de que el PCG ha transformado a quienes hemos participado en este proyecto, no solo miembros de Aprender en Red. Nos ha permitido constituirnos como actores de la Educación Matemática y como potenciales investigadores en el campo en el que nos desenvolvemos.

Creemos y confiamos que la implementación de este proyecto en otros espacios podría contribuir significativamente con las demandas de formación en geometría de nuestros ciudadanos, apoyada verdaderamente en el uso del software de geometría dinámica. No obstante, estamos convencidos de que aún queda mucho por hacer para que este tipo de contribución trascienda el espacio y el tiempo en el que ha tenido lugar.

Referencias bibliográficas

Castillo, L. & Prieto, J. L. (2016) Simulador de movimiento parabólico con GeoGebra. Aprendiendo matemática y física con el fútbol soccer. In: Prieto, J. L.; Gutiérrez, R. (org.). Memorias del II Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia. Maracaibo: Asociación Aprender en Red, p. 135-155.

Castillo, L. A., Prieto, J. L., Sánchez, I. C. & Gutiérrez, R. (2019). Uma experiência de elaboração de um simulador com GeoGebra para o ensino do movimento parabólico. *Paradigma*, 40(2), p. 196–217.

Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.

Díaz-Urdaneta, S. & Prieto, J. L. (2016). Visualización en la simulación con GeoGebra. Una experiencia de reorganización del conocimiento matemático. In: Serres, Y., Martínez, A., Iglesias Inojosa, M. & Gómez, N. (org.). Memorias del IX Congreso Venezolano de Educación Matemática. Barquisimeto: ASOVEMAT, 445-453.

Gutiérrez, R., Prieto, J. L. & Ortiz, J. (2017). Matematización y trabajo matemático en la elaboración de simuladores con GeoGebra. *Educación Matemática*, v. 29 (2), 37-68.

Laborde, C. (1998). Cabri-geómetra o una nueva relación con la geometría. 1998) *Investigar y Enseñar. Variedades de la Educación Matemática*, 33-48.

Prieto, J. L., Castillo, L. A. & Márquez, M. (2020). Formas de colaboración humana entre profesores y alumnos durante la elaboración de simuladores con GeoGebra. *Bolema*, 34 (66), 199-224.

Prieto, J. L. & Ortiz, J. (2019). Saberes necesarios para la gestión del trabajo matemático en la elaboración de simuladores con GeoGebra. *Bolema*, 33(65), 1276-1304.

Rubio, L., Prieto, J. L. & ORTIZ, J. (2016). La matemática en la simulación con GeoGebra. Una experiencia con el movimiento en caída libre. *IJERI: International Journal of Educational Research and Innovation*, 2, 90-111.

Sánchez, I. C. & Prieto, J. L. (2017). El uso experimental del GeoGebra en un contexto de formación docente en matemática. In: ROSAS, A. M. (org.). Avances en Matemática Educativa. Tecnología para la educación. N. 4. México: Lectorum, 38-51.

Sánchez, I. C. & Prieto, J. L. (2019). Procesos de objetivación alrededor de las ideas geométricas en la elaboración de simuladores con GeoGebra. PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática, 14(1), 55-83.

Sánchez, I. C. & Sánchez-N., I. (2016). Un ambiente de aprendizaje matemático en la elaboración del simulador "Ley de Coulomb" con GeoGebra. In: Prieto, J. L.; Gutiérrez, R. (org.). Memorias del II Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia. Maracaibo: Asociación Aprender en Red, 209-223.

Sánchez, I. C. & Sánchez-N., I. (2020). Elaboración de un simulador con GeoGebra para la enseñanza de la física. El caso de la ley de coulomb. REAMEC, 8(2), 40–56.

Sánchez-N. I., & Prieto, J. L. (2017). Características de las prácticas matemáticas en la elaboración de simuladores con GeoGebra. *Números: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 96, 79-101.

Sánchez-N, I., Sánchez, I. C., Gutiérrez, A., Díaz-Urdaneta, S., Prieto, J.L., & Castillo, L. A. (2020). Proyecto Club GeoGebra: una respuesta a la necesidad de constitución como actores de la educación matemática. *Pesquisas y Prácticas Educativas*, 1, 1-23.

Aproximación a la Geometría y Medida con GeoGebra

Approximation to Geometry and Measurement with GeoGebra

Diana Isabel Rodríguez Rodríguez[24]

Charly Marlene Valarezo Encalada[25]

Marcela Verónica Garcés Chiriboga[26]

Resumen

En el subnivel de preparatoria, el ámbito de relaciones lógico matemáticas desempeña un papel fundamental para el desarrollo de competencias en el niño, involucrando no solo la matemática sino también la interdisciplinaridad. En tal sentido, conocer y aplicar la herramienta GeoGebra se convierte en una necesidad para los docentes de este nivel, puesto que dinamiza la práctica educativa y propicia escenarios de aprendizaje lúdicos e innovadores.

El presente artículo analiza el nivel de conocimiento y percepciones de los docentes en cuanto a la funcionalidad pedagógica de GeoGebra, como una herramienta innovadora que posibilita la aproximación a la

[24] UNAE. diana.rodriguez@unae.edu.ec

[25] UNAE. charly.valarezo@uane.edu.ec

[26] UNAE. marcela.garces@unae.edu.ec

geometría y medida, con los niños y niñas de primer año de educación general básica. Para ello, se realizó un estudio cualitativo de tipo descriptivo empleando dos encuestas divididas en tres categorías. Los resultados obtenidos evidencian un avance importante en la percepción de los docentes, en cuanto al uso de la herramienta para fortalecer el quehacer profesional dentro del aula de clases y a su vez, el desarrollo de destrezas con criterio de desempeño de los niños de este subnivel.

Palabras claves: educación inicial, ámbito lógico matemático, taller de GeoGebra.

Abstract

At the high school sublevel, the field of mathematical logical relationships plays a fundamental role in the development of competencies in the child, involving not only mathematics but also interdisciplinarity. In this sense, knowing and applying the GeoGebra tool becomes a necessity for teachers at this level, since it stimulates educational practice and encourages playful and innovative learning scenarios. This article analyzes the level of knowledge and perceptions of teachers regarding the pedagogical functionality of GeoGebra, as an innovative tool that enables the approach to geometry and measurement, with boys and girls in the first year of basic general education. For this, a descriptive qualitative study was carried out using two surveys divided into three categories. The results obtained show an important advance in the perception of teachers, regarding the use of the tool to strengthen the professional work within the classroom and, in turn, the development of skills with performance criteria of children of this sub-level.

Keywords: initial education, mathematical logic field, GeoGebra workshop.

Introducción

La presente investigación se concibe desde la aplicación de estrategias innovadoras aplicadas en docentes en el taller de Aproximación a la Geometría y Medida en el subnivel de preparatoria con la herramienta de GeoGebra, dictado en el Primer Congreso Internacional de Educación Inicial - UNAE. Dentro de este contexto se considera a la herramienta de GeoGebra como un recurso didáctico que apoya la labor docente en sus actividades cotidianas, fortaleciendo los objetivos educativos planteados.

Según Díaz et al. (2018) “la incorporación de software educativo en la enseñanza de la matemática y de la geometría en particular, es una necesidad que debe empezar a ser cubierta en el corto plazo” (p. 4). De allí, surge la idea de integrar una herramienta que posibilite desde edades tempranas el fortalecimiento de habilidades en los niños/as, de tal forma que se apunte a la construcción de aprendizajes significativos.

GeoGebra se constituye en una herramienta innovadora que permite aproximar a las nociones básicas de la geometría y medida, construyendo conocimientos de manera colaborativa en función a las necesidades presentadas en los niños de edades tempranas.

Actualmente, en la modalidad virtual en la que nos desenvolvemos, se utilizan nuevas herramientas y estrategias para fortalecer el proceso de enseñanza aprendizaje. Así, con el afán de desarrollar destrezas con criterio de desempeño y alcanzar los objetivos educativos planteados en el subnivel preparatoria, contemplados dentro del currículo de Educación General Básica, es preciso incorporar recursos que posibiliten lograr resultados significativos.

Para Bosch (citado por Romero, 2014)

Las propiedades geométricas son cada vez más accesibles y presentes en la vida cotidiana, cultural y técnica de nuestros días. Desde la más temprana infancia se experimenta directamente con las formas de los objetos, ya sean juguetes o utensilios cotidianos y familiares. (p.8)

Con base a lo anterior, se manifiesta la importancia del conocimiento de la geometría y medida en edades tempranas considerando el contexto en el proceso de enseñanza- aprendizaje, complementando el desarrollo de las actividades planificadas a partir del currículo con la herramienta de GeoGebra.

La investigación se centra en la descripción a partir del análisis cualitativo de la información obtenida del nivel de conocimientos y percepciones de los docentes participantes del taller. Se considera la aplicación de un cuestionario inicial y final para la recolección de datos.

De esta manera, se determina a la herramienta de GeoGebra como una fortaleza dentro de la práctica docente, pues a más de conocer nuevos recursos aplicables en el aula de clase permite innovar. Además, se genera una reflexión continua del quehacer cotidiano que apoye significativamente a las necesidades de los niños/as.

Objetivo General

Describir la herramienta GeoGebra como apoyo a los docentes del subnivel de preparatoria en el ámbito de relaciones lógico matemáticas.

Objetivos específicos

- Argumentar teóricamente la herramienta GeoGebra y su aplicación en el subnivel de preparatoria.
- Analizar críticamente los resultados obtenidos de los docentes participantes en el taller.

Metodología

La investigación se desarrolló bajo un enfoque cualitativo de tipo descriptivo con el objetivo de analizar el nivel de conocimiento y percepciones de los docentes en cuanto a la funcionalidad pedagógica de GeoGebra como una herramienta innovadora que posibilita aproximar a la geometría y medida, a los niños y niñas del subnivel de preparatoria, desarrollando destrezas propias del ámbito de relaciones lógico matemáticas.

La técnica empleada fue la encuesta y los instrumentos constituyeron dos cuestionarios diseñados a partir de criterios de expertos en la temática, pertenecientes al equipo de facilitadores del taller.

La población con la que se trabajó fueron 23 docentes que participaron en el taller Aproximación a la Geometría y Medida en el subnivel de preparatoria con la herramienta de GeoGebra, dictado en el Primer Congreso Internacional de Educación Inicial - UNAE, quienes laboran en el magisterio ecuatoriano.

Los instrumentos de recolección de datos se aplicaron en dos momentos. El primer cuestionario tuvo como objetivo recoger conocimientos previos de los participantes con respecto a la herramienta GeoGebra, por lo que se solicitó a los docentes llenarlo una semana antes del inicio del congreso. El instrumento se organizó con base en las categorías: tipo de recursos tecnológicos usados en clases, frecuencia de uso y conocimiento sobre la herramienta GeoGebra. El segundo cuestionario se aplicó una vez culminadas todas las actividades del taller y las categorías consideradas en las preguntas respectivas fueron las siguientes: utilidad de GeoGebra para el ámbito de relaciones lógico matemáticas, diseño de actividades didácticas mediado por las Tics, GeoGebra y asumir nuevos desafíos.

Resultados

En el taller Aproximación a la Geometría y Medida en el subnivel de preparatoria con la herramienta de GeoGebra, se aplicó una encuesta diagnóstica, para determinar los conocimientos previos de los docentes a la temática planteada. Asimismo, se propuso una encuesta final, con la finalidad de tener una apreciación de los participantes en relación a los aprendizajes adquiridos en el transcurso del mismo.

El diagnóstico tuvo como propósito consultar a los docentes el tipo de recursos didácticos utilizados en el proceso de enseñanza aprendizaje, la frecuencia con la que se aplican basados en la TIC y el nivel de conocimiento sobre la herramienta GeoGebra para el trabajo en el subnivel preparatoria.

Diagnóstico

Se detallan los tipos de recursos didácticos o tecnológicos utilizados por los docentes, teniendo como resultado a los materiales auditivos: voz grabación con 4,8%; materiales de imagen fija: proyector de diapositivas, fotografías con 28,6%; materiales gráficos: carteles, pizarrón, portafolio con 23,8%; materiales impresos con 14,3%; y recursos TIC: programas informáticos (software), ordenador (hardware), incluyendo la pizarra con 28,5%. Esta información permite señalar que los recursos tradicionales son los que más se utilizan en el desarrollo de actividades pedagógicas. Con esto, se justifica la necesidad de abordar e implementar nuevas herramientas como parte de un proceso reflexivo de mejora continua e innovación.

A partir de la emergencia sanitaria, en los últimos meses, existe una marcada tendencia a aplicar las TIC en los procesos de enseñanza – aprendizaje, cuyo uso "favorece el desarrollo de habilidades cognitivas en los alumnos y, además, permite la creación de escenografías comunicativas diferenciadas que propician la interacción entre las personas que participan en el acto educativo" (Cabero Almenara, 2014, p.2). Frente a esto, la herramienta de GeoGebra aplicada en las actividades diarias del ámbito de relaciones lógico - matemáticas, constituye un aliado estratégico del Currículo 2016; hace uso de los medios tecnológicos actuales, se adapta a las necesidades y disponibilidades de los infantes de educación inicial.

Referente a la pregunta ¿con qué frecuencia utiliza las TICS en el Subnivel de Preparatoria?, se obtuvo los siguientes resultados: siempre 14,3%; a veces 76,2%; rara vez 9,5% y nunca 0%. Considerando el indicador "a veces" como el porcentaje más elevado en la utilización de las TIC, ratificamos la necesidad de los docentes en el involucramiento de nuevas estrategias didácticas y tecnológicas, sobre todo en el escenario de la virtualidad.

Como menciona Fernández (2010), "el uso de las TICs en el aula proporciona tanto al educador como al alumno/a una útil herramienta tecnológica posicionando así a este último en protagonista y actor de su propio aprendizaje" (p.3). De ahí, la importancia que los docentes superen temores en relación al uso de la tecnología y la hagan parte de su quehacer profesional. Se debe tener en cuenta que participar de espacios de capacitación permiten la actualización constante; los nuevos conocimientos llevados a la práctica en el aula brindan a los niños áreas donde puedan crear, compartir y promover ideas.

Es importante sensibilizarnos y estar conscientes que el uso de las TIC en el subnivel preparatoria no solamente ayuda al educando a desarrollar habilidades y destrezas en el manejo del computador, sino pone a trabajar gran parte de los sentidos (percepción auditiva, visual, y táctil). Por consiguiente, se estimula el pensamiento crítico, reflexivo y analítico que fomenta la capacidad para razonar, formular y solucionar problemas; conocidas como nociones matemáticas básicas.

Como investigadoras del nivel de educación inicial consideramos que GeoGebra también es una herramienta adaptable y propicia para el subnivel de preparatoria. De ahí que, surgió la necesidad de impartir este taller para dar a conocer sus múltiples aplicaciones pedagógicas. Desde esa perspectiva, no fue sorprendente encontrar que los participantes en un 80,9% no tenían conocimiento de la herramienta. Incluso, la mayoría de docentes se inscribieron precisamente con la intención de conocer y profundizar sobre esta.

El taller fue considerado idóneamente desde el punto de inicio en la exploración dinámica de GeoGebra, como un recurso innovador en el campo didáctico del subnivel preparatoria. El profesor tiene un papel preponderante en la elaboración de estrategias que despierten el interés de los niños para establecer relaciones lógico - matemáticas, y la tecnología puede ser la herramienta que permita que ellos construyan su propio conocimiento (García e Izquierdo, 2017).

En la actualidad, más que nunca, el maestro debe buscar recursos educativos sencillos de implementar, pero que al mismo tiempo desarrollen las destrezas mínimas requeridas. En concordancia, el taller presentó a GeoGebra como una herramienta que despierta el interés de los estudiantes mediante la resolución de problemas inmediatos de la cotidianidad a través de las actividades planteadas.

Evaluación del taller

Una vez analizados los resultados preliminares, se dio paso al análisis de la información proveniente de la segunda encuesta final. Luego de que los participantes culminaron el taller contestaron interrogantes relacionadas con las preguntas indicadas a continuación:

La herramienta de GeoGebra es considerada por los docentes como apta para impartir a los niños del subnivel de preparatoria los diferentes contenidos del ámbito de Relaciones Lógico - Matemáticas. Esto se debe a que, al finalizar el taller se cumplieron los objetivos planteados, permitiendo a los participantes la adquisición de competencias requeridas para la implementación de esta herramienta en el aula de clases.

No obstante, es preciso que el profesor continúe con la indagación de las diferentes posibilidades que ofrece la herramienta que, repetimos, con la baja complejidad que presenta puede diseñarse prácticamente cualquier contenido, y adaptarse a las múltiples estrategias, como las abordadas en el taller. GeoGebra, además, se complementa muy bien con las pizarras digitales, añadiendo temáticas dinámicas y atractivas para que los niños reciban una enseñanza lúdica y sobre todo diferente a lo tradicional.

Adicionalmente, los docentes reconocen que GeoGebra al poderse instalar en dispositivos móviles, como tabletas y celulares, facilitan el involucramiento de los padres al proceso pedagógico. Esto permite que los niños junto al apoyo de su familia, inmediatamente empiecen a interrelacionarse con las nociones matemáticas básicas, en el entorno intuitivo del software, contrario al planteamiento tradicional del papel y lápiz, donde los alumnos aprenden a dar solución a hojas prediseñadas, lo cual no garantiza que el estudiante adquiera un hábito de cuestionamiento, reflexión y comprensión mediante el cual pueda resolver problemas (Fernández, 2020).

El taller al haber sido tratado bajo la metodología de Aprender Haciendo, consiguió que todos los participantes configuren actividades didácticas con un enfoque lúdico y mediado por las TIC. Por dicha razón, el 100% de docentes afirman que sí podrían seguir diseñando actividades que permitan a los niños el abordaje de contenidos desde un enfoque lúdico, dinámico y vanguardista. Destacamos entonces que, GeoGebra en el subnivel de preparatoria constituye un complemento didáctico al Currículo 2016.

Es importante que el docente continúe capacitándose en cuanto al uso de la herramienta GeoGebra de tal manera que logre explotar todas las posibilidades que dicho programa ofrece. De acuerdo a Anchundia y Moya (2019) "el uso de la TIC's, en las aulas aumenta la motivación de los dicentes demostrando mayor interés en las áreas que estudian" (p.5).

Las experiencias generadas en el niño con el uso de GeoGebra, mediante los distintos estímulos que ofrece, permite que el desarrollo cognitivo en el infante se dé progresivamente; favorece el trabajo colaborativo, como consecuencia, la asimilación de contenidos se realiza por medio de una percepción más intuitiva y visual que, además, beneficia al estudiante, aumentando su capacidad retentiva y sus habilidades para la toma de decisiones. "Los niños alcanzan un nivel de creatividad sorprendente dado que motiva mentes más sanas, democráticas, cambia la forma de ver y asumir la vida, formándose así la disciplina y responsabilidad hacia el autoaprendizaje" (Esteves et al., 2018, p.171).

El 100% de participantes consideran que la herramienta de GeoGebra les permitirá asumir desafíos y situaciones en los diferentes contextos. El escenario del Covid-2019 es uno de ellos. La emergencia sanitaria dio paso a que los docentes se apropien de nuevas metodologías y herramientas tecnológicas educativas que faciliten los procesos de enseñanza aprendizaje, convirtiéndonos en maestros innovadores.

"Es un hecho que las formas tradicionales de interacción han cambiado con las TIC; de la interacción cara a cara entre los interlocutores se ha pasado a una interacción entre los alumnos, que puede ser sincrónica o asincrónica" (Jiménez, Mora, y Cuadros, 2016). Tomando en cuenta la aplicabilidad de GeoGebra, afirmamos, que servirá para dinamizar las prácticas pedagógicas en distintos espacios del entorno educativo ecuatoriano, aportando en el mejoramiento de la calidad de estos procesos en los estudiantes del subnivel de preparatoria.

Conclusiones

El diseño de las actividades con el apoyo de la herramienta de GeoGebra fue significativo para los docentes de preparatoria, pues a través de la relación directa con el Currículo 2016, propició un nexo de interés. Se menciona también la creatividad con la que desarrollaron los retos en cada una de las tareas encomendadas en el taller. Además, se destaca la innovación del maestro que propicia una mejora continua en su práctica docente.

Conviene distinguir que la herramienta de GeoGebra al ser un software libre puede ser trabajado en diversos contextos, al no necesitar de una conexión estable de internet, se pueden aprovechar los múltiples beneficios desde cualquier rincón del país. Sin embargo, una de las primeras condiciones previas para el éxito de su implementación en el subnivel preparatoria, es que las escuelas y universidades brinden espacios de capacitación a los docentes donde puedan considerarla como una didáctica específica en el ámbito de relaciones lógico - matemáticas.

Finalmente, el taller nos permitió demostrar el carácter innovador de la herramienta GeoGebra, misma que posibilita dinamizar el proceso de enseñanza aprendizaje a partir de estrategias lúdicas, creativas y significativas para los niños y niñas. Su aplicación en entornos virtuales constituye una fortaleza en el campo pedagógico, pues permite atender a las necesidades e intereses de los nativos digitales.

Referencias Bibliográficas

Anchundia, F., y Moya, M., (2019). Las tecnologías de información y comunicación y su aplicabilidad en el proceso de enseñanza aprendizaje. Revista: Atlante. ISSN: 1989-4155. Recuperado de: https://www.eumed.net/rev/atlante/2019/08/tecnologias-ensenanza-aprendizaje.html

Cabero Almenara, J. (2014). Nuevas miradas sobre las TIC aplicadas a la educación. Revista Digital Andalucía Educativa, 81. Recuperado de: https://idus.us.es/xmlui/bitstream/handle/11441/40732/Nuevas_miradas_sobre_las_TIC_aplicadas_en_la_educacion.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Díaz, L., Rodríguez, S., Llingán, S., (2018). Enseñanza de la geometría con el software GeoGebra en estudiantes secundarios de una institución educativa en Lima. Recuperado de: http://www.scielo.org.pe/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2307-79992018000200005&lng=es&nrm=iso

Esteves, Z. I., Garcés, N., Toala Santana, V. N., & Poveda Gurumendi, E. E. (2018). La importancia del uso del material didáctico para la construcción de aprendizajes significativos en la educación inicial. INNOVA Research Journal, 3(6), 168-176. https://doi.org/10.33890/innova.v3.n6.2018.897

Fernández, W. E. P. (2020). Resolución de problemas matemáticos en GeoGebra. Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo. ISSN 2237-9657, 9(1), 26-42. Recuperado de: https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/46907/31813

Fernández, I. (2010). Las TICs en el ámbito eduactivo. EDUCREA Recuperado de: https://educrea.cl/las-tics-en-el-ambito-educativo/

García, J. y Izquierdo, S. J. (2017). GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza-aprendizaje en matemáticas. Revista electrónica sobre tecnología, educación y sociedad, 4(7).

Jiménez Palmero, D., Mora Núñez, M., & Cuadros Muñoz, R. (2016). La importancia de las nuevas tecnologías en el proceso educativo. Propuesta didáctica TIC para ELE: mELEndien7dias. Revista Fuentes, 18 (2), 209-223.

Romero, A. (2014). La Geometría en la etapa de Educación Infantil. (Tesis de grado). Recuperado de: http://repositorio.ual.es/bitstream/handle/10835/3610/1412_Trabajo%20de%20Fin%20de%20Grado.pdf?sequence=1&isAllowed=y

El software GeoGebra como recurso para la enseñanza de la Integral definida: Una propuesta didáctica

GeoGebra software as a resource for teaching the Defined Integral: a didactic proposal

Guachún Lucero Freddy Patricio[27]

Rojas Rojas Marco Alejandro[28]

Rojas Rojas Irma Alicia[29]

Resumen

El presente trabajo muestra los resultados obtenidos de una propuesta didáctica con los alumnos que toman la asignatura de Matemáticas del tercer año del Bachillerato General Unificado de la Unidad Educativa Presidente Jaime Roldós del cantón La Troncal-Ecuador, durante el

[27] Universidad de Cuenca. patricio.guachun@ucuenca.edu.ec

[28] Universidad de Cuenca. marco.rojasr@ucuenca.edu.ec

[29] Unidad Educativa Presidente Jaime Roldós. alicia.rojas@educacion.gob.ec

año lectivo 2020-2021. En esta propuesta se utilizó el software GeoGebra como recurso para la enseñanza del tema de Integrales definidas. La metodología aplicada durante la investigación es cuantitativa con un enfoque descriptivo, las variables de investigación son la motivación que fue medida con una encuesta de percepción y el conocimiento adquirido que se midió mediante una prueba de conocimientos.

Las conclusiones principales señalan que utilizar el software GeoGebra favorece la comprensión de los conceptos de la integral definida en los estudiantes, puesto que les permite visualizar de una mejor manera el proceso realizado, lo que aumenta la motivación por aprender este tema complejo de la matemática. Finalmente, estos resultados demuestran que el Software GeoGebra es una herramienta útil para la enseñanza sobre todo en estos momentos de pandemia donde la educación virtual prevalece en todas las instituciones educativas del país.

Palabras claves: GeoGebra, integral definida, experiencia didáctica, enseñanza.

Abstract

This work shows the results obtained from a didactic experience with the students of Mathematics of the third year of the General Unified Baccalaureate of the President Jaime Roldos Educational Unit of the canton La Troncal-Ecuador, during the 2019-2020 school year. In this experience, the GeoGebra software was used as a resource for teaching the subject of definite integrals. The methodology applied during the research is quantitative with a descriptive approach, the research variables are the motivation that was measured with a perception survey and the knowledge acquired that was measured through a knowledge test.

The main conclusions indicate that using the GeoGebra software favors the understanding of the concepts of the definite integral in students, since it allows them to better visualize the process carried out, which increases the motivation to learn this complex subject of mathematics. These results show that the GeoGebra Software is a useful tool for teaching especially in these moments in which, due to the pandemic caused by Covid, virtual education prevails in all educational institutions in the country.

Keywords: GeoGebra, definite integral, didactic experience, teaching.

Introducción

A inicios del año 2020 el estado ecuatoriano debió realizar múltiples cambios en sus actividades rutinarias, producto de la emergencia ocasionada por el coronavirus (COVID-19), por lo que para detener la propagación del virus se decidió cerrar las instituciones educativas a nivel nacional. Con la necesidad de continuar con los procesos educativos en el país, el 16 de marzo de 2020 la Ministra de Educación, Monserrat Creamer, presenta el Plan Educativo Covid-19 que trae lineamientos para continuar con las actividades educativas. Los cambios en la educación implican suspensión de las modalidades presenciales y dan paso a que los docentes del Sistema Nacional de Educación adopten la modalidad de teletrabajo, donde todas las actividades se realizan mediante medios digitales (Ministerio de Educación del Ecuador, 2020).

Las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) permiten a los docentes intercambiar, transmitir o receptar información de forma instantánea. Las TIC en los procesos de enseñanza y aprendizaje han generado un impacto positivo al romper las barreras temporales y espaciales; permitiendo que la información brindada por los docentes pueda ser utilizada en tiempo real o almacenada para acceder cuando sea requerida, incrementado la posibilidad de acceso a la educación para los estudiantes cuyos horarios no sean compatibles con el docente. Además, las TIC son cada vez más amigables con los usuarios pues ofrecen fácil acceso a medios rápidos de comunicación, plataformas educativas virtuales, software educativos y medios de almacenamiento de información (Castro, Guzmán & Casado, 2007).

Uno de los softwares que frecuentemente se utiliza en la enseñanza de las matemáticas es el GeoGebra, ideal para transformar las prácticas docentes tradicionales en ambientes educativos dinámicos, innovadores, creativos e interesantes, así el docente tendrá cierta ventaja en la presentación de una temática particular, pues el software GeoGebra proporciona una forma de representar, visualizar y organizar los conceptos de estudio. Además, permite a los estudiantes poner en práctica aquellos conceptos que han logrado interiorizar, ofreciendo así una oportunidad diferente de apropiarse del conocimiento (Ruíz, Ávila & Villa, 2013). Utilizar el GeoGebra dentro de las clases de matemáticas resulta útil y práctico, debido a que es un software libre, de fácil instalación y utilización (Guachún & Mora, 2019).

Unos de los aspectos más importantes a la hora de aprender es la motivación de los estudiantes, por lo que los docentes deben estar en la capacidad de innovar permanentemente incorporando herramientas tecnológicas en los procesos educativos que respondan a las exigencias de los educandos. De acuerdo con la investigación de (Barahona, Barrera, Vaca & Hidalgo, 2015), la incorporación del GeoGebra incide positivamente en el rendimiento estudiantil, para ello el docente es quien se encarga de diseñar adecuadamente las actividades académicas que mantengan la motivación y el interés de los estudiantes por aprender.

Experiencia Didáctica

La propuesta didáctica se desarrolló en la asignatura de Matemáticas del tercer año del Bachillerato General Unificado (BGU), en la Unidad Educativa Presidente Jaime Roldós ubicado en el cantón La Troncal-Ecuador. El tema específico de estudio fue la Integral definida, para lo cual, se planificaron 3 clases cronológicas que se pusieron en práctica a través de sesiones en línea.

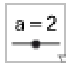
Clase 1: Introducción al cálculo integral. Suma de Riemann

Utilizando conceptos de geometría se puede calcular el área de todas las figuras de superficies rectilíneas. Pero para hallar el área de superficies curvilíneas es necesario utilizar la Suma de Riemann que es dividir la región en formas rectangulares, luego sumando cada una de estas pequeñas áreas se obtiene una aproximación del área que se busca. El error se puede reducir al dividir la región en un número mayor de particiones.

Se inicia planteando una función cuadrática y se propone a los estudiantes que analicen la forma de encontrar el área comprendida entre la curva de la función, el eje x, y el intervalo inferior (a) y superior (b). Para representar en GeoGebra las sumas de Riemann inferiores y superiores utilizamos lo comandos:

SumaInferior(f(x), a, b, n)

SumaSuperior(f(x), a, b, n)

Los argumentos son: la función $f(x) = \frac{x^2}{8} + 2$, el intervalo (0,5), y el número de particiones (n) que es un deslizador  que se encuentra en la barra de herramientas. El deslizador nos ayuda a establecer el número de particiones, en esta situación n=10.

Mostrando los dos valores y las dos figuras de manera simultánea conseguimos una buena herramienta para poder explicar estos contenidos.

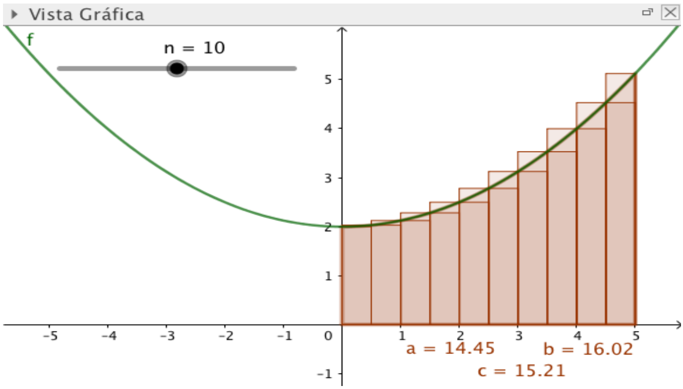


Figura 1. Suma Inferior y Suma Superior

La figura muestra los valores correspondientes al realizar la suma inferior de 14,45 unidades cuadradas y la suma superior de 16,02 unidades cuadradas. Además, se presenta el valor 15,21 unidades cuadradas, que es exacto del área buscada, este valor sirve solo de referencia para realizar las comparaciones. Se observa que los valores de la suma inferior y suma superior faltan y excede al valor del área ideal. Además, al aumentar el número de particiones la suma inferior y suma superior se aproximan más al área exacta.

Finalmente, se plantea a los estudiantes otra situación para que pongan en práctica sus conocimientos adquiridos. Por ejemplo: Dada la función $f(x) = x^2 + 2$ en el intervalo de 1 a 6. Se pide a los estudiantes que representen gráficamente la función utilizando GeoGebra y luego utilizando la suma inferior y superior hallar el área de la región limitada por la función, los intervalos y el eje x, para este caso utilizar el número de particiones $n = 6$. También se pide analizar qué sucede con el valor del área al aumentar el número de particiones a $n = 25$ y $n = 50$.

Clase 2: Integral definida

Luego de conocer la Suma de Riemann que es la dividir el área bajo la curva en n particiones para aproximarse al área exacta. El objetivo de esta clase es que los estudiantes conozcan la forma de encontrar el área exacta de la región limitada por una función.

Como se analizó anteriormente, al aumentar las particiones tanto la suma inferior como la suma superior se aproximan a un valor común, diremos que este valor es la integral definida de la función. Se expresa así:

$$\int_{b}^{a} f(x)\, dx$$

Donde, $\int$ es el símbolo de la integral, a y b los límites de integración. Utilizando el comando de GeoGebra la integral definida queda:

Integral(f(x),a,b)

Debemos recordar cuando la región solicitada se encuentra bajo el eje x toma valores negativos. En estos casos se procede a encontrar por separado el área que se encuentra sobre el eje x, y por otro lado el área que se encuentra bajo el eje x. Por último, sumar las áreas tomando a todas como positivas.

Seguidamente, se solicita a los estudiantes utilizar el GeoGebra para encontrar el área comprendida entre la función $f(x) = x^3 - 4x$, el eje x, en el intervalo de -2 a 2.

En el desarrollo primeramente se grafica la función. A continuación, se pide a los estudiantes que encuentren por separado el área de arriba y abajo del eje x. Para este nuevo análisis el área de arriba tiene límites de integración de -2 hasta 0, y el área bajo el eje x tiene de límites de 0 a 2. Luego se suman las áreas omitiendo el signo negativo.

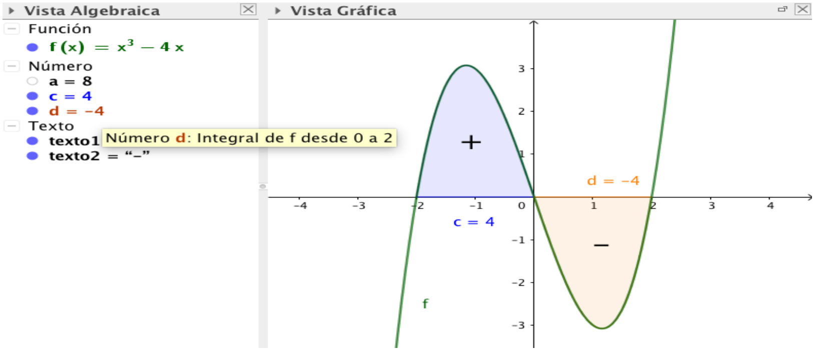


Figura 2. Área limitada por la función y el eje x

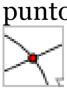
Los valores obtenidos del área sobre el eje x es 4 unidades cuadradas y bajo el eje x es de -4 unidades cuadradas, el signo negativo indica que el área está en el eje negativo. Seguidamente, al sumar las dos partes se obtienen 8 unidades cuadradas como resultado de la región comprendida entre la función y el eje x, desde -2 hasta 2.

Como actividad de consolidación de los aprendizajes se plantea a los estudiantes hallar el área comprendida entre la función $f(x) = x^2 + x - 2$ y el eje x. Se pide a los estudiantes representar gráficamente la función y obtener la región solicitada utilizando GeoGebra. Además, se solicita que indiquen cuántas regiones se forman arriba y abajo del eje x.

Clase 3: Área entre dos funciones

Después de analizar la integral definida entre la función y el eje x, en esta clase, se revisará la forma de encontrar el área comprendida entre dos funciones.

Se plantea a los estudiantes dos funciones $f(x) = x^4 - 1$ y $g(x) = -x^4 + 1$, y se pide que utilicen el programa GeoGebra para hallar el área limitada por las funciones.

Primero se grafican las dos funciones. Seguidamente se hallan los puntos de corte de las dos funciones mediante el comando intersección  que se encuentra en la barra de herramientas; entonces los límites de integración son $a = -1$ y $b = 1$. Luego para encontrar el área comprendida utilizamos el comando:

IntegralEntre(g(x),f(x), a,b)

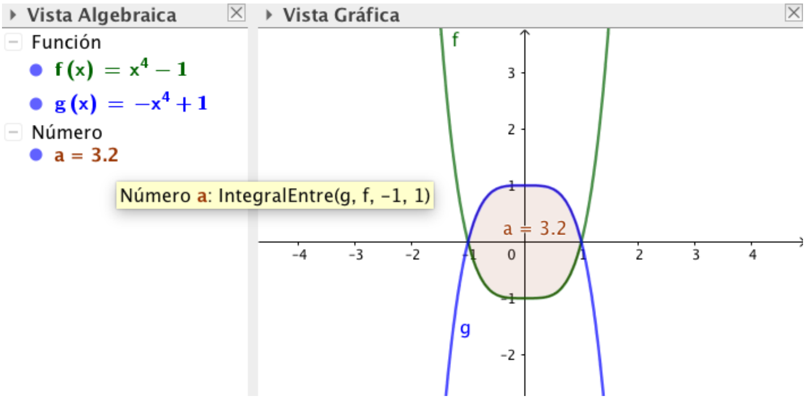


Figura 9. Área entre dos funciones

En la figura se observa que al utilizar el comando IntegralEntre se obtiene el área sombreada de 3,2 unidades cuadradas.

Finalmente se plantea a los estudiantes aplicar sus conocimientos para encontrar el área comprendida entre las funciones $f(x) = x^2 + 3x - 2$ y $g(x) = -x^2 + 1$. Para llegar a la solución deberán analizar qué función debe escribirse primero en el comando y encontrar los puntos de corte mediante el comando intersección.

Metodología y resultados

La propuesta didáctica se desarrolló con los estudiantes del tercero de BGU que cursan la asignatura de Matemáticas, en la Unidad Educativa Presidente Jaime Roldós durante el año lectivo 2020-2021. La población total fue de 15 estudiantes y se trabajó en el Bloque Curricular 1: Álgebra y Funciones donde se aborda el tema de la Integral definida.

Para analizar el impacto ocasionado por esta propuesta y sobre todo el utilizar el software GeoGebra para la enseñanza del tema de integral definida, se realizó una investigación cuantitativa con un enfoque descriptivo. Para ello se emplearon dos instrumentos de recolección de la información que se aplicaron luego de terminar la propuesta didáctica. Se aplicó una prueba de conocimientos para medir los conocimientos adquiridos por los estudiantes, la misma que está estructurada de 10 preguntas y elaborada de acuerdo a los Indicadores Esenciales de Evaluación del tema de integrales definidas.

De los resultados obtenidos se puede mencionar que el promedio general del grupo es de 9/10 lo que indica que la propuesta tuvo un impacto positivo en los estudiantes por lo que alcanzan los conocimientos mínimos propuestas para esta temática.

Se aplicó también una encuesta de percepción que fue adaptada de la investigación doctoral realizada por (García, 2011), donde se analiza la motivación de los estudiantes luego de utilizar el software GeoGebra.

Los resultados obtenidos de la encuesta de percepción son:

Tabla 1. Percepción del trabajo con GeoGebra

N.-	Criterio	De acuerdo %	En desacuerdo %
1	Usando GeoGebra tengo confianza al resolver problemas	80	20
2	Con GeoGebra aprender más rápido	60	40
3	El GeoGebra permite trabajar más rápido	93,33	6,67
4	Utilizando GeoGebra entiendo mejor los conceptos	80	20
5	El GeoGebra me motiva a aprender	73,33	26,67
6	Trabajar en clases con GeoGebra me impulsa a participar	86,67	13,33

Fuente: Elaboración propia.

Los resultados obtenidos en la encuesta de percepción sobre la utilización del software GeoGebra son positivos, pues la mayoría de los estudiantes están de acuerdo con los criterios que favorecen la utilización del programa para abordar el tema de integrales definidas, sienten que pueden aprender más rápido y tienen confianza a la hora de estudiar matemáticas, generando una motivación por aprender.

Es preciso indicar también, que el porcentaje que está en desacuerdo puede ser debido a que las clases fueron en línea y no se pudieron responder a todas las inquietudes de los estudiantes y no sintieron un acompañamiento del docente, puesto que al no poder estar en contacto directo con el docente se les limita a solventar las dudas que puedan tener.

Conclusiones

En tiempos de pandemia donde prevalece la educación virtual el utilizar el Software GeoGebra como recurso didáctico resulta muy útil, debido a su fácil obtención, instalación y manejo, a más de generar un impacto positivo en el aprendizaje de los estudiantes, permitiendo alcanzar los conocimientos mínimos y despertando la motivación por aprender, pues les permite aprender mejor y más rápidamente.

El rol del docente en los procesos de aprendizaje sigue siendo importante, puesto que es él quien plantea las estrategias de enseñanza y aprendizaje, para ello, puede incorporar recursos tecnológicos que le faciliten su trabajo; dejando claro que las TICS solo ayudan, más no reemplazan la labor docente.

Referencias Bibliográficas

Barahona, F., Barrera, O., Vaca, B. & Hidalgo, B. (2015.). GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil. Revista Tecnológica - ESPOL, 28(5), 121-132. http://www.rte.espol.edu.ec/index.php/tecnologica/article/view/429

Castro, S., Guzmán, B. & Casado, D. (2007). Las Tic en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Laurus Revista de Educación, 13(23), 213-234. http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=76102311

Del Pino, J. (2013). El uso de GeoGebra como herramienta para el aprendizaje de las medidas de dispersión. Revista de didáctica de la Estadística, 2, 243-250. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4770290

García, M. (2011). Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir GeoGebra en el aula. Tesis doctoral sin publicar, Universidad de Almería. Almería.

Guachún, P. & Mora, M. (2019). El software GeoGebra como recurso para la enseñanza de la función lineal: Una propuesta didáctica.

Revista Números de didáctica de las Matemáticas, 101, 103-112. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7053215

Hernández, R. (2017). Impacto de las TIC en la educación: Retos y Perspectivas. Propósitos y Representaciones, 5(1), 325-347. http://dx.doi.org/10.20511/pyr2017.v5n1.149

Ministerio de Educación del Ecuador. (2020). Plan Educativo Covid19. https://educacion.gob.ec/plan-educativo-covid-19-se-presento-el-16-de-marzo/

Ruíz, H., Ávila, P. & Villa, J. (2013). Uso de GeoGebra como herramienta didáctica dentro del aula de matemáticas. Conferencia Latinoamericana Colombia 2012 y XVII Encuentro Departamental de Matemáticas (pp. 446-454). http://funes.uniandes.edu.co/2187/

GamiGebra para la enseñanza de geometría en el 9no EGB

GamiGebra for the teaching of geometry in the 9no EGB

Luis Miguel Quito Suco[30]

Edwin Alcivar Sánchez Sánchez[31]

Resumen

El presente proyecto se realizó con la finalidad de determinar cómo el uso de la gamificación mediante las aplicaciones ClassDojo y GeoGebra contribuye al aprendizaje de la Geometría. Para este propósito, se diseñó e implementó un sistema de clases para el 9° año de EGB de la escuela Julio María Matovelle de la ciudad de Cuenca, mismo que fue plasmado en un libro de GeoGebra denominado *GamiGebra*. Posteriormente, se reconstruye la propuesta mediante la metodología de sistematización de experiencias educativas para obtener los resultados.

La información se obtuvo de los 30 estudiantes-participantes mediante una escala valorativa PNI y sus productos de aprendizaje, de las fichas de sistematización, de una entrevista con la tutora profesional y de informes emitidos por la plataforma ClassDojo. Los resultados de esta experiencia consolidan que la gamificación es una estrategia didáctica

[30] Universidad Nacional de Educación UNAE. luis.quito@unae.edu.ec

[31] Universidad Nacional de Educación UNAE. edwin.sanchez@unae.edu.ec

motivadora; los estudiantes asumen de manera novedosa el uso de ClassDojo y comprenden mejor la Geometría con el uso de GeoGebra.

Palabras clave: Gamificación, Geometría, ClassDojo, GeoGebra.

Abstract

This project was carried out in order to determine how the use of gamification through the ClassDojo and GeoGebra applications contributes to the learning of Geometry. For this purpose, a class system was designed and implemented for the 9th year of EGB at the Julio María Matovelle school in the city of Cuenca, which was reflected in a GeoGebra book called GamiGebra. Subsequently, the proposal is reconstructed through the methodology of systematization of educational experiences to obtain the results.

The information was obtained from the 30 student-participants using a PNI rating scale and their learning products, from the systematization files, from an interview with the professional tutor and from reports issued by the ClassDojo platform. The results of this experience consolidate that gamification is a motivating didactic strategy; Students are new to the use of ClassDojo and better understand Geometry with the use of GeoGebra.

Keywords: Gamification, Geometry, ClassDojo, GeoGebra.

Introducción

Esta propuesta de enseñanza, basada en gamificación, está dirigida para el campo de la Matemática, ya que habitualmente los estudiantes lo consideran como una de las asignaturas más complicadas de aprender. Estas concepciones (erróneas) son creadas comúnmente por los mismos docentes, quienes se aferran a un estilo de enseñanza habitual, se resisten a sus creencias y aplican de manera muy superficial uno de los componentes básicos para el aprendizaje, como es la motivación. Para aminorar tales concepciones de que la Matemática es difícil, es necesario que a partir de la competencia profesional de docente-investigador se exploren nuevas estrategias didácticas motivadoras.

Actualmente, las TIC se han convertido en el máximo exponente de progreso y desarrollo, repercute de manera directa en muchas actividades sencillas y complejas de la cotidianeidad de las sociedades. Aprovechar sus bondades para construir, generar y compartir conocimientos es uno de los retos que se plantea la nueva escuela, por ello, muchos organismo locales, nacionales e internacionales han planteado diferentes retos donde la educación y las TIC convergen para crear auténticos ambientes de aprendizaje.

La Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO) plantea en uno de los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS) llegar a una Educación de Calidad. Para conseguir este fin, se define el Objetivo 4: Educación 2030, que tiene como meta "garantizar una educación inclusiva, equitativa de calidad y promover oportunidades de aprendizaje para todos" (2016a, p.20). Como orientación para el cumplimiento de este objetivo presentan una visión de educación hasta el 2030 en la Declaración de Incheon, que dentro de sus planes de acción auguran que el uso de las TIC con enfoque didáctico permitirá cumplir con la visión de educación propuesta.

En el contexto de la Unidad Educativa Julio María Matovelle, institución en la que se desarrolló nuestra propuesta de intervención, se describe dentro de su Proyecto Educativo Institucional (PEI) la incorporación de las TIC en el aula. En el mismo documento se refiere que uno de sus idearios es la "utilización de las tecnologías de la comunicación social y de los entornos virtuales como recurso, estrategias de aprendizaje colaborativo, considerando siempre la calidez humana" (2015, p.11).

Con el interés de dinamizar e incorporar las TIC (Tecnologías de la Información y la comunicación) en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática nuestra propuesta se enmarca en la Gamificación para el estudio del bloque curricular de Geometría y Medida. Los estudiantes partícipes de estas experiencias pertenecen al 9no año de EGB (Educación General Básica) de la Unidad Educativa Julio María Matovelle, de la ciudad de Cuenca. Para el efecto, contamos con el apoyo de distintas herramientas tecnológicas, tales como: ClassDojo para la gestión del aula, GeoGebra como instrumento de aprendizaje y JeopardyLabs para la evaluación. Cada una de estas cumplieron el rol de motivación, ya que usan elementos y componentes propios de los juegos.

La ausencia de innovación en la educación repercute de manera directa en el aprendizaje de los estudiantes. Mientras que, un cambio continuo dinamiza y enriquece el proceso de aprendizaje. En ese sentido, nuestra propuesta de intervención ofrece una perspectiva diferente al incorporar el uso de las tecnologías de la información y comunicación como instrumentos para apoyar el aprendizaje de los estudiantes desde el factor de motivación, interacción y autorregulación del aprendizaje, siendo la gamificación una estrategia idónea que permitirá atender los factores mencionados.

Objetivo General

- Determinar cómo el uso de ClassDojo y GeoGebra contribuye a la enseñanza y aprendizaje de Geometría en noveno año de educación básica.

Objetivos Específicos

- Analizar los aportes desde la teoría y práctica que se han desarrollado sobre la gamificación y el uso de las TIC en procesos educativos.
- Diseñar y aplicar una estrategia innovadora basado en la gamificación para el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Geometría.
- Valorar la estrategia aplicada mediante la metodología de sistematización de experiencias.
- Socializar los resultados mediante el fortalecimiento de la propuesta que se evidencie en la creación de un libro de GeoGebra.

Marco teórico referencial

Gamificación en ámbitos educativos

En sentido general, la gamificación es una estrategia que utiliza ciertos elementos y componentes del juego en actividades que no son propiamente del juego (Ortiz-Colon et al., 2018), tiene la finalidad de enriquecer la participación y la experiencia (Pascuas et al., 2017), modificando de maneta positiva los comportamientos de los participantes porque actúa de manera directa sobre la motivación (Teixes, 2015, p.18); el cual favorece la consecución de objetivos concretos. Dicha técnica toma los distintos componentes del juego para convertir a ciertas actividades en atractivas y motivadoras, indistintamente del campo de acción en que se emplee.

En el ámbito educativo se considerada como una estrategia didáctica motivacional, que se adapta a los intereses y realidades de los estudiantes. De ahí que actúa en el comportamiento del alumnado, como un impulsor para alcanzar la Zona de Desarrollo Próximo. Esta herramienta fomenta la participación y compromiso, hace que la construcción de significados se desarrolle en un entorno alejado del sistema de enseñanza tradicional; brinda experiencias idóneas para construir aprendizajes significativos (Pascuas et al., 2017; Tecnológico de Monterrey, 2016).

Las actividades estructuradas mediante un sistema de gamificación es la que impulsan a la consecución de determinados objetivos planteados. Este impulso está dado por una de las habilidades cognitivas bases de la supervivencia humana, que es la motivación. Goleman et al. (2015) mencionan que el éxito de las personas líderes recae más en la emotividad que en el carácter intelectual, es decir, una persona emocionalmente activa puede obtener mejores resultados, sin importar el grado de su intelecto.

La diversidad en el aula se manifiesta en distintas maneras, en este caso, desde los tipos de usuario o jugador. Marczewski (2015) propone un modelo -hexágono de tipos de usuarios- basado en las motivaciones intrínsecas y extrínsecas grupo (figura 1). El conocimiento de esta diversidad en un grupo de estudiantes permite la organización de las clases en relación con las motivaciones del. No se trata de poner en contrapunto a la motivación extrínseca e intrínseca. Si bien ambos tipos convergen en un sistema gamificado, es oportuno hacer énfasis en la parte intrínseca. Es decir, en actividades de vinculación, autonomía, competencia y finalidad (Marczewski, 2013; Teixes, 2014), que tienen que ver respectivamente con la interacción, libertad, trabajo y sentido de las actividades.

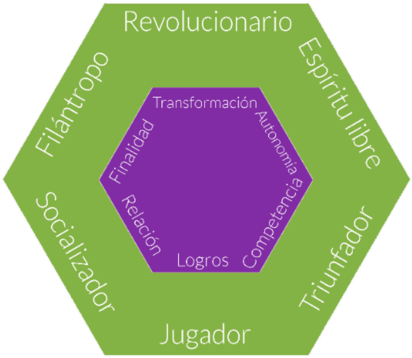


Figura 1. Hexágono de los tipos de jugadores
Fuente: Adaptación de Marczewski (2015)

Plataformas educativas y gamificación

Debido al acceso libre y por su interfaz amigable, nuestra propuesta opta por el uso de ClassDojo. Esta aplicación, de carácter virtual, dinamiza la comunicación entre docentes, estudiantes y representantes. Los docentes pueden realizar seguimientos en cuanto al comportamiento, participación y cumplimiento de las tareas escolares. Los representantes cumplen el papel de acompañamiento de manera activa al revisar las actividades que se están trabajando dentro del aula, hacer consultas al maestro, atender a solicitudes de reuniones y revisar los informes del comportamiento y aprendizaje de sus representados. Por parte de los estudiantes, son quienes experimentan aprendizajes más vivenciales, entre otros beneficios, pueden subir fotos y archivos de las tareas asignadas y recibir retroalimentación en tiempo real.

ClassDojo es idóneo para crear ambientes de aprendizaje a través del uso de portafolios educativos que documentan los productos de aprendizaje de los estudiantes. Incluye también un apartado para la historia de la clase bajo la lógica de una red social. Además, contiene herramientas para la gestión escolar: cronómetro, creador de grupos, decibelímetro, música, agenda, generador de debates, generador de ideas y una herramienta para el registro de asistencia. Con el uso de estas herramientas se logra dinamizar la gestión del aula y ofrecer a los estudiantes un entorno de aprendizaje acorde a las demandas de la actual sociedad, que involucran competencias tecnológicas.

Por su parte, GeoGebra es un software libre de gran utilidad en el campo de la Matemática. Se caracteriza por ser dinámico (Carrillo, 2012); permite graficar y manipular fundamentos desde los más elementales hasta los complejos de Geometría, Álgebra y Estadística. Su interfaz es amigable para los usuarios, muy ágil y de carácter intuitivo. Es aquí donde la teoría y la práctica convergen a través de la experimentación, da la posibilidad de comprobar conjeturas, teoremas y conceptos matemáticos sin necesidad de procesos memorísticos. El programa permite crear recursos interactivos para los estudiantes: construir figuras geométricas de acuerdo a sus propiedades, hacer cálculos como de perímetros, áreas y otras medidas.

Metodología

Para el efecto del objetivo planteado se optó por seguir la metodología de sistematización de experiencias educativas innovadoras (Jara, 2018) que permiten recuperar acontecimientos objetivos y subjetivos entorno a prácticas realizadas (Aldana, 2012). Esta metodología de investigación educativa sirve para mejorar el desarrollo profesional del docente a partir de la propia práctica y que a su vez impulsa a la innovación educativa (UNESCO, 2016b).

El primer momento es considerado el punto de partida donde se procede con la experiencia y el registro de evidencias: la propuesta se desarrolló en 10 sesiones de clases secuenciales, durante un periodo de cuatro semanas, con un lapso de 90 minutos en cada sesión. Los temas que se abordaron corresponden al bloque de Geometría y Medida. Los participantes de este proyecto están conformados por la pareja pedagógica, la tutora profesional y, por los 30 estudiantes (26 hombres y 4 mujeres) del 9no Año de EGB de la Unidad Educativa Julio María

Matovelle.

Las sesiones de la intervención estuvieron relacionadas directamente con las destrezas e indicadores de logro contempladas para el subnivel básica superior en el bloque curricular de Geometría y medida. Se utilizaron distintas técnicas con sus respectivos instrumentos de reconstrucción de información: pruebas de diagnóstico, productos de aprendizaje, evaluación final, plan de clases, reportes de ClassDojo (Ver figura 2).

El segundo momento se encarga de formular un plan de sistematización. El objetivo de la sistematización tiene relación directa con el propósito del proyecto. Se da relevancia a las clases dos, seis y ocho porque es donde mayormente se evidencian los distintos componentes de la gamificación. Se determina a la motivación como el foco que guiará las reflexiones.

Luego, las fuentes consideradas como principales se integrarán en un software de análisis cualitativo –ATLAS.ti (versión de prueba)- para establecer categorías de análisis. Consecutivamente, se interpretarán los resultados y se establecerán las respectivas conclusiones y recomendaciones.

A continuación, se presenta el tercer momento de la sistematización: recuperación del proceso vivido, desde antes, durante y después del proceso. Se resume en la siguiente figura.

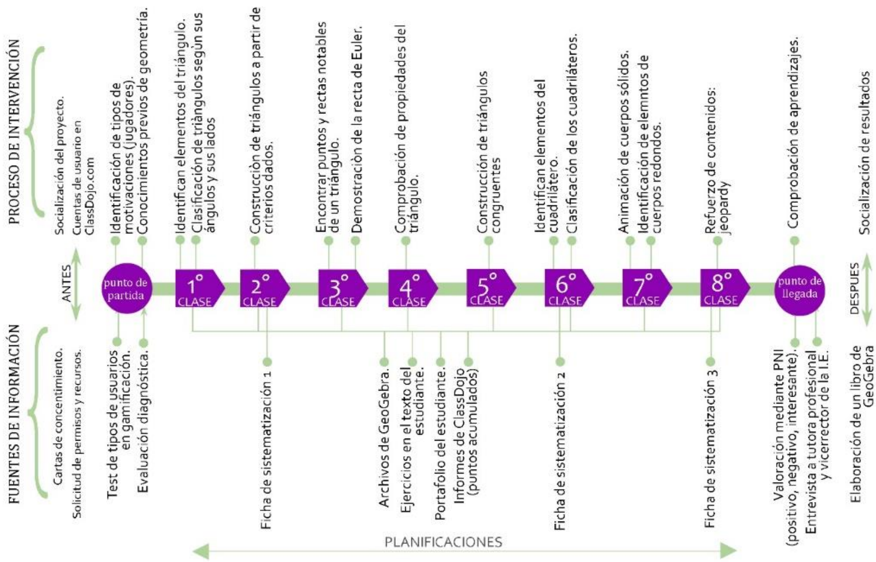


Figura 2. Recuperación de ruta de actividades y fuentes de información
Fuente: Autoría propia.

La figura 2 ilustra la propuesta desde antes, durante y después de la implementación. En la parte superior se detallan las actividades realizadas en el proceso, tanto administrativas como de clases. En la parte inferior se mencionan los diferentes registros de observación para el análisis.

Resultados

Mediante la aplicación del instrumento tipos de jugadores (Tondello et al., 2019) se obtuvo los siguientes resultados: De los 30 estudiantes, cuatro son socializadores, ocho triunfadores, ocho players, nueve exploradores, uno de estilo filántropo y no existen jugadores de tipo revolucionarios. Según la teoría de Marczewski (2015), estos resultados indican que el grupo de estudiantes, al ser mayormente de tipo espíritu libre, se motivan considerablemente por la libertad que sienten para hacer determinadas tareas, poco responden en trabajaos a presión y les gusta explorar sus propios caminos. Estas ideas sirvieron para el diseño e implementación de las clases.

Sobre el uso de ClassDojo

Varios son los beneficios que los estudiantes evidenciaron de ClassDojo. Destacan que es interesante porque les permite subir y guardar las tareas en el portafolio y porque es una nueva forma de entregar las tareas. Para cierto alumno “subir las tareas estaba interesante porque era algo diferente a lo de siempre” (comunicaciones personales). Otro estudiante demostró confianza porque pensaba que, si se olvida la tarea, tal vez la profesora ya no le regañe porque ya estaba en la plataforma. De igual modo, al poner un plazo en la entrega de tareas, sintieron mayor responsabilidad, según ellos, buscaban maneras para entregarla a tiempo y poder ganarse puntos.

Los estudiantes valoraron a los puntos como algo positivo. Expresan que es un buen incentivo para trabajar, que las clases se vuelven más interesantes, que les inspira a hacer algo correctamente y que, con el interés de ganar puntos, participan más en las clases. También relacionaron los puntos directamente con las calificaciones. Se alude que los llevó a un proceso metacognitivo porque tomaban conciencia de que para mantener una racha de puntos positivos necesitan trabajar, colaborar y comportarse de manera respetuosa. Mientras que los puntos negativos les mantenía en alerta del cumplimiento de sus obligaciones, haciendo que incluso, presenten tareas atrasadas.

Sobre el uso de GeoGebra

Para empezar a construir fue necesario considerar que todo proceso realizado por un ordenador precede de un proceso manual. Para esto, reconocimos la caja de herramientas de GeoGebra haciendo relaciones con herramientas manuales. Lo que antes se hacía con el compás, un transportador o un par de escuadras, en la nueva forma se realizó con un conjunto de herramientas disponibles en el menú de circunferencias, rectas y ángulos. Entre estas herramientas, se incorpora también los deslizadores, que permitieron variar y animar diferentes medidas de un elemento enlazado.

Hemos visto a GeoGebra como un instrumento de aprendizaje, pero también sirvió como una herramienta para la elaboración de material didáctico. Desde nuestra experiencia, para el contenido de cuerpos en revolución creamos materiales interactivos, para que el estudiante, al iniciar la animación de un significado a los cuerpos en revolución. Por ejemplo, tal como se evidencia en la figura 3, al iniciar la animación prevista para que un triángulo gire en torno a un eje, da como resultado un cono, con el mismo proceso, el cuadrado forma un cilindro, un trapecio un cono truncado y una semicircunferencia una esfera.

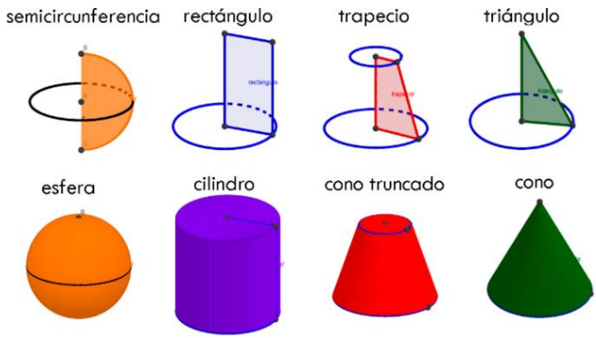


Figura 3. Cuerpos en revolución
Fuente: Elaboración propia en GeoGebra

Este dinamismo de GeoGebra aporta significativamente en el desarrollo del pensamiento geométrico, porque permite que los estudiantes experimenten conceptos que en su momento lo aprendieron de manera memorística. La tutora profesional aclara que "los chicos tienen más interés porque ya no era como ver un dibujo en la pizarra o en el libro, sino es, prácticamente, cómo se forma un concepto" (comunicaciones personales). Por parte de los estudiantes, reconocen que, aparte de ser divertido, les ayuda en el aprendizaje de la Matemática, a entender mejor los conceptos en la interacción con el programa que, para ellos, fue de fácil manejo.

Resultados del progreso

El progreso de los estudiantes se analiza con ayuda de los informes emitidos por la plataforma ClassDojo. Estos informes son realizados por el programa con los puntos que se asignaron durante la intervención. Los resultados son favorables; de un total de 157 puntos, tenemos un aproximado del 90% de puntos positivos, el sobrante corresponde a puntos negativos y neutros (Ver figura 3).

Esto indica que el uso de GeoGebra para la enseñanza de la Geometría resultó favorable para los estudiantes. Se puede aludir que el porcentaje de puntos positivos (90%) refleja el nivel de aceptación de la propuesta y el sobrante como aspectos de mejora para futuras intervenciones.

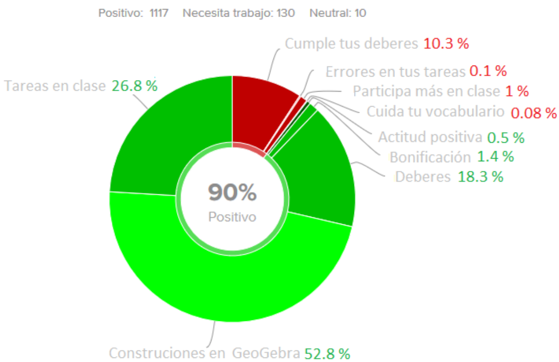


Figura 3. Informe general de puntos recibidos.
Fuente: teach.classdojo.com

Conclusiones

Finalmente, al desarrollar la metodología de sistematización de experiencias se pudo responder a la pregunta de investigación ¿De qué manera el uso de ClassDojo y GeoGebra podrían aportar a la enseñanza de Geometría en noveno año de educación básica? De lo cual se menciona que el principal aporte va enfocado a la motivación por el aprendizaje y esto implicaría un mejor desempeño durante las clases, además, como son herramientas tecnológicas, los estudiantes vivencian mayor atracción hacia los mismos, desarrollándose la activa participación durante las clases.

El uso de ClassDojo y GeoGebra contribuye a la enseñanza y aprendizaje de la geometría desde el factor motivacional porque se apoyan de elementos y componentes de la gamificación. Tal es el caso, los puntos asignados en ClassDojo estimulan al desarrollo de las actividades escolares, generan interés por el estudio y hacen que los estudiantes se involucren activamente en dicho proceso. Por su parte, los retos establecidos con GeoGebra llaman la atención de los estudiantes, despiertan la curiosidad y hacen que el proceso de enseñanza y aprendizaje se desarrolle en un ambiente de diversión. El mismo elemento hace que el conocimiento se construya a partir de la superación de dificultades encontradas durante su enfrentamiento. Es así que, estas aplicaciones, al apoyarse en la gamificación, propician condiciones adecuadas para alcanzar el aprendizaje significativo.

Po último, para socializar los resultados mediante el fortalecimiento de la propuesta que se evidencie en la creación de un libro de GeoGebra. Se consideran los distintos resultados para mejorar la propuesta y crear una guía para uso de los docentes, donde se muestren los pasos para empezar a gamificar el aula y los procesos de las distintas construcciones geométricas del 9° año de EGB. El libro estará apoyado con recursos creados por los propios estudiantes y con recursos de elaboración propia. Para conocimientos de este producto se adjunta el siguiente link: https://ggbm.at/rzcz7j2f

Referencias Bibliográficas

Bixio, C. (2013). ¿chicos aburridos?: el problema de la motivación en la escuela. Buenos Aires: Homo Sapiens Ediciones.

Carrillo, A. (2012). El dinamismo de GeoGebra. UNIÓN Revista Iberoamericana de Educación Matemática, (29), 9-12. http://www.fisem.org/www/union/revistas/2012/29/archivo5.pdf

Goleman, D., Boyatzis, R., y Mckee, A. (2015). El líder resonante crea más. Buenos Aires, Argentina: Sudamericana.

Hernández-Sampieri, R., Fernández, C., y Baptista, P. (2012). Metodología de la Investigación. México, D.F., México. McGraw-Hill.

Marczewski, A. (2013). The Intrinsic Motivation RAMP. http://www.gamified.uk/gamification-framework/the-intrinsic-motivation-ramp/

Marczewski, A. (2015). User Types. En A. Marczewski (Ed.), Even Ninja Monkeys Like to Play: Gamification, Game Thinking and

Motivational Design (pp. 65-80). United States: BLURB Incorporated.

Ortiz-Colon, A., Jordán, J., y Agredal, M. (2018). Gamificación en educación: una panorámica sobre el estado de la cuestión. Educação e Pesquisa, 44, 1-17. http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1517-97022018000100448&script=sci_abstract&tlng=es

Pascuas, Y., Vargas, E., y Muñoz, J. (2017). Experiencias motivacionales gamificadas: una revisión sistemática de literatura. Innovación Educativa, 17 (75), 63-80. http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=179454112004

Tecnológico de Monterrey. (2016). Gamificación en la educación. Monterrey, México. http://eduteka.icesi.edu.co/pdfdir/edutrends-gamificacion.pdf

Teixes, F. (2015). Gamificación: motivar jugando. Madrid: Editorial UOC. https://ezproxy.unae.edu.ec:2113

Tondello, G. F., Mora, A., Marczewski, A., & Nacke, L. E. (2019). Empirical validation of the Gamification User Types Hexad scale in English and Spanish. International Journal of Human Computer Studies, 127, 95–111. https://doi.org/10.1016/j.ijhcs.2018.10.002

UNESCO. (2016a). Educación 2030: Declaración de Incheon y Marco de Acción para la realización del Objetivo de Desarrollo Sostenible 4: Garantizar una educación inclusiva y equitativa de calidad y promover oportunidades de aprendizaje permanente para todos. Incheon, República de Corea. https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000245656_spa

UNESCO. (2016c). Sistematización de experiencias educativas Innovadoras. Lima, Perú: CARTOLAN E.I.R.L. https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000247007.

Unidad Educativa Julio María Matovelle. (2015). Proyecto Educativo Institucional. Cuenca, Ecuador.

GeoGebra y el sentido numérico

GeoGebra and number sense

Roxana Auccahuallpa Fernández[32]

Resumen

El pensamiento o sentido numérico en la educación matemática consiste en la capacidad de hacer cómputos con fluidez, de hacer estimados y juicios sin el uso de algoritmos y cálculos complejos (Case, 1998). D'Ambrosio sugiere que enseñar matemáticas debe tener cuenta la realidad socio-cultural del estudiante, aprendizajes que trae de su casa y aprovechar ello para el desarrollo del pensamiento numérico. El propósito de esta ponencia es aportar con una nueva metodología para potenciar el pensamiento numérico en los estudiantes de la primera infancia, para esto se ha diseñado una serie de actividades con el uso del software de GeoGebra que ayudará al pensamiento numérico en la educación matemática.

GeoGebra es una herramienta didáctica e interactiva que puede determinar mejores procesos de demostración, visualización y consolidación de conceptos necesarios para potenciar el pensamiento numérico. Este software educativo es un programa multimedial interactivo que puede convertirse en una poderosa herramienta pedagógica y didáctica que aproveche nuestra capacidad de hacer cómputos de manera sencilla y precisa. ¿Cómo se puede mejorar la comprensión de conceptos matemáticos utilizando GeoGebra como recurso didáctico para enriquecer el pensamiento numérico?

Palabras claves: pensamiento numérico, matemáticas, GeoGebra,

[32] roxana.auccahuallpa@unae.edu.ec, roxaaf@gmail.com

enseñanza y aprendizaje

Abstract

Numerical thinking or number sense in mathematics education is the ability to do computations fluently, to make estimates and judgments without the use of complex algorithms and calculations. (Case, 1998). D'Ambrosio suggests that teaching mathematics - numerical thinking must take into account the socio-cultural reality of the student, learning that he brings from home and take advantage of this for the development of number thinking in early childhood. The purpose of this conference is to provide a new methodology to enhance numerical thinking in students, for this a series of activities has been designed with the use of GeoGebra software that will help numerical thinking in mathematics education.

GeoGebra is a didactic and interactive tool that can determine better processes of demonstration, visualization and consolidation of concepts necessary to enhance numerical thinking. This educational software is an interactive multimedia program that can become a powerful pedagogical and didactic tool that takes advantage of our ability to do computations in a simple and precise way. How can the understanding of mathematical concepts be improved by using GeoGebra as a teaching resource to enrich number thinking?

Keywords: number thinking, mathematics, GeoGebra, teaching and learning.

Introducción

La educación de la matemática en pleno siglo XXI no es la misma del siglo pasado, dado que los eventos que se han suscitado como la pandemia por el Covid-19 trajo consigo cambios en la educación, ya que pasó de ser una educación presencial a virtual. A su vez, los estudiantes no son los mismos que los de ayer y las necesidades y requerimientos para poder actuar eficazmente en el mundo actual tampoco son las mismas. En este sentido, la enseñanza de las matemáticas ha cambiado y requiere de docentes contemporáneos que deban ir ajustando sus formas y estrategias de enseñanza a través de la incorporación de nuevas metodologías para estar acorde a la época y hacer frente a una realidad de emergencia sanitaria a través de la enseñanza virtual.

A partir de la década del 70 del siglo pasado se pudo evidenciar diversas teorías de enseñanza de las matemáticas que surgieron para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la disciplina poco entendible por los estudiantes, en particular, el desarrollo del pensamiento numérico en los estudiantes. Una de estas fue la Genesis Instrumental de Michael Artigue en la que Rabardel (1995) propone como un enfoque en el que se describe la génesis del instrumento (tecnologías) por el sujeto, y resalta la importancia de la actuación humana que construye un instrumento mediante estructuras cognitivas. Este trabajo se ha ido desarrollando a partir del grupo de investigación EUREKA 4i de la Universidad Nacional de Educación – UNAE en la formación del futuro docente y docentes en ejercicio con la integración en la práctica educativa el uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de la matemática en la Educación General Básica. Incluso, hemos visto la viabilidad del software en las aulas de matemáticas en la primera infancia, no obstante, esta herramienta didáctica tiene diferentes vistas de trabajo en la que se puede potenciar el desarrollo del pensamiento numérico de forma natural y explicita.

El propósito de esta ponencia es aportar con una nueva metodología para potenciar el pensamiento numérico en los estudiantes y docentes de la primera infancia, para esto se ha diseñado una serie de actividades con el uso del software de GeoGebra que ayudará al pensamiento numérico en la educación matemática. Para esto, es importante ir construyendo actividades que despierten en interés en el estudiante a través de la experimentación en el software de GeoGebra.

Desarrollo

La enseñanza de las matemáticas debe incorporar nuevas tecnologías de la información y la comunicación TIC en el proceso de la enseñanza y aprendizaje de esta disciplina, esto es, el uso de GeoGebra en las clases de matemáticas permite potenciar en el estudiante el desarrollo del pensamiento numérico, geométrico y espacial (competencias matemáticas). (Maroto y Arias, 2019). A su vez, brinda la oportunidad de transformar el ambiente tradicional de enseñanza en el área de matemáticas (libro de texto, pizarra y lápiz), llevándolo a un espacio de interacción y dinamismo que permite GeoGebra y sus potencialidades, en la que, estudiante adquiere un aprendizaje significativo de las matemáticas y sus conceptos poco comprensibles.

Para Luis Rico (1996), los estándares básicos de competencias de las matemáticas dividen el pensamiento matemático en pensamiento numérico y pensamiento espacial, estas eran las dos maneras que se utilizaban para hacer matemáticas, la primera a partir de los números y la segunda de geometría. Estos pensamientos fueron subdivididos en: pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento métrico y sistemas métricos o de medidas, pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos y el pensamiento espacial y los sistemas geométricos. Asimismo, el ministerio de Educación de Ecuador establece en el Modelo del Sistema de Educación Intercultural Bilingüe (MOSEIB), que la enseñanza de la matemática debe tener un tratamiento no solo teórico, sino practico, de manera que los estudiantes puedan utilizarla en las situaciones reales a fin de evitar repeticiones o procesos memorísticos que no desarrollan el sentido numérico. (2013)

El presente trabajo desarrolla la geometría y el pensamiento numérico, la cual ha sido y sigue siendo un tema de discusión desde la comunidad de educadores en matemáticas como aquella capacidad matemática que permite interpretar los números, sus símbolos, sus significados y sus relaciones, además, posibilita la realización de actividades cognitivas (configuración numérica, análisis de fenómenos, cuestiones y problemas que emplean elementos numéricos) que estructuran procesos complejos de pensamiento que le servirán al sujeto para comprender otros aspectos matemáticos. (Cárdenas-Soler, Piamonte-Contreras, y Gordillo- Catellanos, 2017)

En esta línea, Rico (1996), señala que el pensamiento numérico estudia los diferentes procesos cognitivos y culturales con que los seres humanos asignan y comparten significados utilizando diferentes estructuras numéricas. Por su parte, Castro (1994) explica que el pensamiento numérico se ha trabajado en tres etapas: (1) de elaboración, codificación y comunicación de sistemas simbólicos; (2)

la organización, sistematización y desarrollo de diferentes actividades cognitivas que surgen y encuentran un modo de actuación en el marco de una estructura numérica; (3) los modos de abordar, interpretar y, en su caso, responder a una variedad de fenómenos, cuestiones y problemas que admiten ser analizados mediante conceptos y procedimientos que forman parte de una estructura numérica.

Por otra parte, educadores e investigadores interesados en mejorar la educación en matemáticas desarrollaron teorías en la década del 70 como la resolución de problemas de George Polya, Situaciones didácticas de Guy Brousseau, Transposición Didáctica de Yves Chevallard, la Educación de la matemática Realista de Hans Freudenthal, entre otros. En las palabras del filósofo y matemático inglés Alan Bishop (1999), las matemáticas son una de las materias escolares más importantes que los niños de hoy deben estudiar y, al mismo tiempo, una de las peor comprendidas por su simbología y abstracción de su contenido. Esto intimida en los educandos y hasta provoca miedos y fobia, a pesar de la importancia de su estudio; sin embargo, son pocas personas que se sienten cómodas con ellas.

Asimismo, la educación matemática para el siglo XXI permite la incorporación de estrategias innovadoras como el uso de GeoGebra en el aula que faciliten el proceso de enseñanza de esta ciencia. Para los autores Pabón Gómez, Nieto Sánchez y Gómez Colmenares (2015), esta estrategia motivara al estudiante a realizar una actividad de exploración a través de la modelación de un fenómeno aplicado a las ciencias, para que a través de la manipulación de las aplicaciones del software dinámico sea el estudiante, quien adquiera la capacidad de representar modelos en los que visualice, interprete y comunique de una manera crítica y reflexiva los resultados obtenidos. Desde este punto de vista, la matemática debe ser para el estudiante una herramienta que le permita responder a las necesidades del contexto y comprender su importancia en la solución de problemas, a la vez que transforma con ella la realidad del mismo (Guarnizo, 2015; Torres, 2009).

El uso del software de GeoGebra ofrece a los estudiantes la posibilidad de utilizar herramientas tecnológicas en su proceso de aprendizaje, con lo cual este tipo de estudiantes presenta unas competencias tecnológicas que no los excluye del ámbito laboral donde es habitual el uso de estas herramientas. Por ello, la instrumentalización de GeoGebra ocurre cuando se le dota de potencialidades (actividades didácticas) y se le transforma para aplicaciones específicas como un recurso didáctico en el proceso de enseñanza y aprendizaje. En este proceso, el estudiante construye esquemas mentales, asimilando esquemas existentes o produciendo nuevos esquemas para llevar a cabo la actividad existente (León-Salinas, 2017; Pari y Auccahuallpa, 2019).

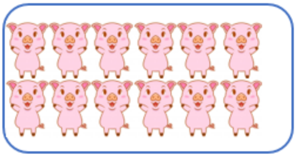
Asimismo, GeoGebra ayuda a los estudiantes a realizar comprobaciones, construcciones, incluso, visualizar los comportamientos - resultado de sus mediciones, y con esto construir argumentos para realizar sus discusiones. En resumen, la tecnología juega un papel importante en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas puesto que permite a los estudiantes comprobar sus conjeturas y las predicciones. Con ello, desarrollar capacidades como el pensamiento numérico, espacial y otros.

Actividad didáctica 1. Representación de un número

La idea de número, siempre ha sido un concepto abstracto para los niños de la primera infancia. A pesar de la enseñanza de los números, los niños en esta etapa tienen problemas con respecto a la comprensión del número, esto se agudiza más cuando se le muestra los símbolos del número (1, 2, 3, ...). Por ello, se invita a los docentes desarrollar el sentido numérico en la primera infancia a partir del proceso del contar haciendo uso de los seis aspectos determinantes como: (1) Clasificar, (2) Ordenar, (3) secuenciar, (4) Correspondencia Biunívoca, (5) Conteo Estructurado y (6) conteo no estructurado (Van Luit y Van de Rijt, 1997).

Para desarrollar esta actividad, pensemos en un número no muy grande, por ejemplo 12; tomemos una hoja en blanco y anotemos sobre ella todas las imágenes, notaciones, dibujos, frases y símbolos que nos vengan a la cabeza y que asociemos con 12, que representen a 12. El número de las representaciones obtenidas es muy amplio; si compartimos nuestra información con las de otras personas podemos comprobar que la lista se prolonga extensamente y que entran a formar parte de ella conocimientos muy variados, que dependen de nuestra formación matemática y de nuestro manejo profesional o cotidiano con los conceptos numéricos.

Tabla 1. Representación del número 12. Elaboración propia (2020)

		
Cardinalidad de conjunto = 12 cerditos	Simbólica	El número 12 como canal de TV

Para finalizar, la actividad 1, podemos realizar preguntas como:

a) ¿Qué entendemos por pensamiento numérico? ¿Qué representa el numero 12?

b) ¿Cuántas representaciones tiene el número 12? ¿Te atreves a decir un numero de representaciones del número 12?

Actividad didáctica 2. GeoGebra y la operación de la suma de números.

El software de GeoGebra tiene diferentes vistas principales como: Algebraica, Vista CAS, Hoja de cálculo, vista gráfica, segunda vista gráfica, vista 3D y protocolo de construcción. Estas permiten desarrollar diferentes capacidades matemáticas en los estudiantes, es decir, para el caso de realizar operaciones de suma de números, los estudiantes pueden hacer uso de la vista CAS, en la cual el estudiante ingresa el número, por ejemplo 7 +5 y el resultado que proveerá GeoGebra será 12. Asi, para hacer uso de verificar diferentes tipos de sumas de números podemos realizar una construcción de la operación suma en la vista Gráfica, la cual provee el espacio de coordenadas y se pueden construir de forma general los números que se desean sumar. (Ver figura 1)

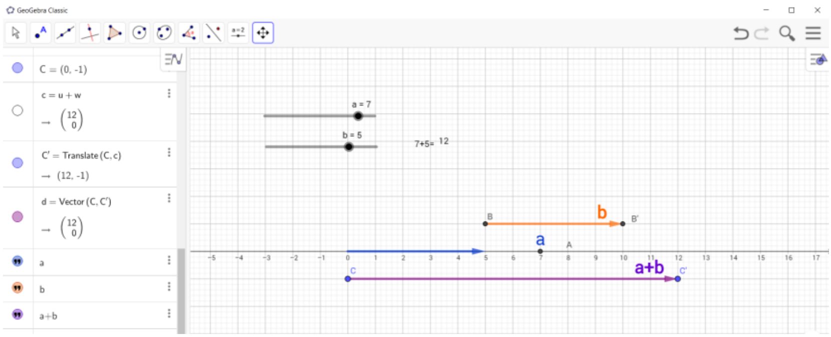


Figura 1. Suma de números. (Elaboración propia, 2020)

El uso de la vista gráfica en GeoGebra permite tanto a docentes como estudiantes verificar suma de números a través de la construcción de deslizadores a, b y a+b, los cuales verifican cualquiera suma que se encuentra en los intervalos de los deslizadores al mover a y b. El resultado se observa en el deslizador a+b.

Actividad 3. Recursos de GeoGebra

GeoGebra además de ser un software dinámico para la enseñanza de las matemáticas, este provee una serie de recursos para todos los niveles educativos. Para la educación inicial, presenta una serie de recursos como el Juego de la Oca, Puzles, Series numéricas, Construcción de Números, entre otras. Estos recursos son desarrollados por la comunidad de GeoGebra, quienes son docentes y educadores interesados en desarrollar recursos para mejorar la enseñanza de las matemáticas. Esto se puede visualizar en https://www.GeoGebra.org/m/k23NtdpE#material/npsRgU6p.

Por todo lo expuesto, el uso de GeoGebra permite enfocar la atención de los procesos de creación, construcción, modelación y verificación de un problema y la interpretación de las soluciones. Adicionalmente, promueve el desarrollo del pensamiento numérico en los estudiantes al comprender diferentes representaciones del mismo concepto y hacer conexiones a diferentes contextos matemáticos y de la vida cotidiana. Para Almeida, Bruno y Perdomo-Díaz (2016) el pensamiento numérico tiene diferentes componentes: (1) comprender el significado de los números, (2) reconocer el valor relativo y absoluto de las magnitudes numéricas, (3) usar puntos de referencia al hacer cálculos numéricos, (4) componer y descomponer números, (5) utilizar diferentes representaciones de los números, (6) comprender el efecto relativo de las operaciones y (7) desarrollar estrategias apropiadas para evaluar si una respuesta es razonable.

Consecuentemente, el pensamiento numérico debe ser promovido desde los primeros años de la educación formal por su importancia para lograr el desarrollo de pensamiento matemático superior (Obando y Vásquez, 2008; Moroto y Arias, 2019). El desarrollo de este pensamiento no implica la repetición mecánica y algorítmica de procedimientos que no ayudan a comprender profundamente el concepto de sistema de numeración. Investigadores como Greeno (1991); Vilarroel (2009); Auccahuallpa y Abad (2019) señalan que el pensamiento numérico más allá de desarrollar una capacidad fundamental en el proceso de enseñanza aprendizaje de los estudiantes permite pensar en los estudiantes la manera lógica de dar soluciones de problemas numéricos sin precisar cálculos.

Conclusiones

La necesidad de desarrollar competencias en pensamiento o sentido numérico en los estudiantes de la primera infancia permitirá tener un mejor desenvolvimiento en su vida cotidiana y serán la base sobre la cual se estructure el conocimiento matemático general. Por ello, es fundamental desarrollar este pensamiento desde la primera infancia, esto es, cuando los niños van empezando a comprender el concepto del número. Greeno (1991) caracteriza esto en tres aspectos: capacidad de hacer cómputos con fluidez, de hacer estimados y juicios e inferencias. Por lo que, incorporar nuevas tecnologías como el uso de GeoGebra en el desarrollo del pensamiento numérico permite enfocar la atención de los procesos de creación, construcción, modelación y verificación de un problema y la interpretación de las soluciones a partir del uso de las diferentes vistas del software.

Referencias

Almeida, R., Bruno, A., & Perdomo-Díaz, J. (2016). Strategies of number sense in pre-service secondary mathematics teachers. International Journal of Science and Mathematics Education, 14(5), 959- 978.

Auccahuallpa. R., y Abad, J. V. (2019). El proceso etnomatemático del contar mediante la Uña Taptana. Segundo encuentro Latinoamericano de Etnomatemática, Campus de Sarapiqui – Costa Rica. 1-7.

Bishop, A. (1999). Enculturación matemática. Madrid: Paidós

Cárdenas-Soler, R., Piamonte-Contreras, S., y Gordillo- Catellanos, P. (2017). Desarrollo del pensamiento numérico. Una estrategia: el animaplano. Pensamiento y acción, 23. 31-48.

Castro, E. (1994). Exploración de patrones numéricos mediante configuraciones puntuales. Estudio con escolares de primer ciclo de secundaria (12-14 años). Tesis Doctoral. Granada: Comares.

D' Ambrosio, U. (2013). Etnomatemáticas. Entre las tradiciones y la modernidad. México: Díaz de Santos.

Greeno, J. G. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain. Journal for research in Mathematics Education, 22 (3), 170-218.

Guarnizo, M. (2015). La cultura del emprendimiento y la empresarialidad en instituciones educativas de Colombia: realidades y oportunidades. Revista Logos Ciencia & Tecnología, 233.

León-Salinas, C. E. (2017). El pensamiento covariacional y GeoGebra: herramientas para la explicación científica de algunas realidades. Tecné, Episteme y Didaxis, TED, 42, 159-171.

Maroto, A. P., y Arias, I. (2019). Desarrollo del pensamiento numérico en los primeros años de la educación primaria: la suma y resta de números naturales. XV CIAEM-IACME, Medellín, Colombia, 1-9.

Ministerio de Educación. (2013). Modelo del Sistema de Educación Intercultural Bilingüe. Quito: Ecuador.

Obando, G. y Vásquez, N. (2008). Pensamiento numérico del preescolar a la educación básica. Documento presentado en el Encuentro colombiano de matemática educativa.

Pabón Gómez, J. A., Nieto Sánchez, Z. C., y Gómez Colmenares, C. A. (2015). Modelación matemática y GeoGebra en el desarrollo de competencias en jóvenes investigadores. Revista Logos, Ciencia & Tecnología, 7 (1), 65-70.

Pari, A., y Auccahuallpa, R. (2019). Percepciones del profesorado sobre las TIC (GeoGebra) como recurso didáctico para la enseñanza de las matemáticas en la educación básica. Memorias del XV CIAEM – Conferencia Interamericana de educación matemática. 1-9.

Rabardel, P. (1995). Les hommes et les technologies. Une approche cognitive des instruments contemporains. París: Armand Collins.

Rico, L. (1996). Pensamiento numérico. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/278004432_Pensamiento_numerico

Torres, A. (2004). La modelación y las gráficas en situaciones de movimiento con tecnología. Tesis de maestría no publicada. Programa de Matemática Educativa, CICATA-IPN. México.

Van Luit, J. E. H., y Van de Rijt, B. A. M. (1997). Stimulation of early mathematical competence. En M, Beishuizen, K. Gravemeijer, y E. van Leishout (Eds.), The role of contexts and models in the development of mathematical strategies and procedures (pp.215-238). Utrecht, the Netherlands: Freudenthal Institute.

Villarroel Villamor, J. D. (2009). Origen y desarrollo del pensamiento numérico: una perspectiva multidisciplinar. Electronic Journal of Research in Educational Psychology, 7(1), 555-604.

Memorias

de la II Jornada Ecuatoriana de

GeoGebra

TALLERES

Papel de GeoGebra en el desarrollo de la intuición matemática

GeoGebra's role in the development of mathematical intuition

José Enrique Martínez Serra
Arelys García Chávez

Introducción

Como parte de los modelos pedagógicos constructivistas, conectivistas y enactivistas que defendemos como soportes para las buenas e innovadoras prácticas educativas en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, está el empleo del software de Geometría Dinámica GeoGebra con diferentes fines didácticos, uno de ellos, que los estudiantes tengan un papel activo y protagónico durante el proceso de obtención de nuevas proposiciones matemáticas, como parte del desarrollo de su intuición matemática.

El presente taller tiene como **objetivo:** Analizar algunas potencialidades de GeoGebra para el desarrollo de la intuición matemática de los estudiantes.

Marco conceptual y procedimental

Disquisiciones teóricas y prácticas sobre el desarrollo de la intuición matemática

- **Conceptualmente** se asumen las disquisiciones teóricas ofrecidas en (Gómez, 2017, p.30. 31) "Una intuición es una idea que posee las dos propiedades fundamentales de una realidad concreta y objetivamente dada:
  - Inmediatez (evidencia intrínseca) y
  - Certeza (no la certeza convencional formal, sino la certeza inmanente, prácticamente significativa)."
- **Procedimentalmente**, se considera la clasificación de las intuiciones que se ofrece en Fischebein (1987)
  - **Intuiciones afirmatorias**: son representaciones o interpretaciones de varios hechos aceptados como ciertos, autoevidentes y auto-consistentes. Una intuición afirmatoria se puede referir:
    - Al significado de un concepto, por ejemplo, el significado intuitivo de nociones como fuerza, punto, línea recta, etc.
    - Al significado de relaciones o a una afirmación, por ejemplo, la fuerza como algo necesario en orden a mantener un cuerpo en movimiento.
    - A la aceptación de una inferencia, la cual puede ser inductiva o deductiva; por ejemplo, de A=B y B=C uno deduce intuitivamente que A = C.
  - **Intuiciones conjeturales**: son hipótesis asociadas con los sentimientos de certeza. Por ejemplo "estoy seguro que llegarás a ser un excelente matemático".
  - **Intuiciones anticipatorias**: son también conjeturas, pero han sido clasificadas separadamente, dado que pertenecen más explícitamente a la actividad de resolución de problemas. Se caracteriza porque:
    - Es la perspectiva preliminar, global, de una solución de un problema, y precede al análisis y al desarrollo de una solución.
    - No toda hipótesis es una solución; únicamente esas hipótesis que van asociadas, al comienzo, con el

sentimiento de certeza y de evidencia, son intuiciones anticipatorias.
    - La naturaleza contradictoria de la intuición anticipatoria (y la intuición en general) se expresa en las revelaciones introspectivas del matemático: en su forma inicial, la solución se percibe simultáneamente como cierta e imperativa y también como tenue, sutil, transitoria y pasajera.
  - **Intuiciones conclusivas:** resumen en una conclusión, en una visión global, las ideas esenciales de una solución de un problema que ha sido previamente elaborado. Esta perspectiva total, global, añade a la construcción formal y analítica un sentimiento de intrínseca y directa certidumbre (certeza).

Conjunto de proposiciones que se abordan en la EGB y el BGU, conjeturables por los estudiantes

A continuación, se señalan una serie de proposiciones que se abordan en la EGB y el BGU, agrupadas en los diferentes bloques curriculares, y que, empleando metodologías activas y recursos didácticos innovadores adecuados, pueden llegar a ser conjeturables por los estudiantes.

Especialmente, se señalan, en negritas y cursivas, aquellas que serán abordadas durante el desarrollo del TALLER.

- De la Geometría y Medida
  - Perímetro de polígonos regulares.
  - Área de polígonos regulares.
  - Perímetro y área del rectángulo.
  - Perímetro y área del cuadrado.
  - Perímetro y área del triángulo en general.
  - Perímetro y área del triángulo isósceles.
  - Perímetro y área del triángulo equilátero.
  - Perímetro y área del paralelogramo.
  - Perímetro y área del trapecio.
  - Perímetro y área de polígonos en general.
  - Perímetro y área del círculo.

  - Relación entre las medidas en grados y en radianes de los ángulos.
  - ***Equidistancia de los puntos de la bisectriz de un ángulo a las semirrectas del ángulo.***
  - ***Equidistancia de los puntos de la mediatriz de un segmento a los extremos del segmento.***
  - ***Ángulos entre paralelas.***
  - Suma de las amplitudes de los ángulos interiores de un triángulo.
  - ***Suma de las amplitudes de los ángulos exteriores de un triángulo.***
  - ***Teorema del ángulo exterior de un triángulo.***
  - ***Desigualdad triangular.***
  - Teorema de Pitágoras.
  - ***Teorema de la altura.***
  - ***Teorema de los catetos.***
  - ***Suma de las amplitudes de los ángulos interiores de un cuadrilátero.***
  - ***Suma de las amplitudes de los ángulos interiores de un polígono en general.***
  - ***Amplitudes de los ángulos centrales, inscritos y seminscritos de la circunferencia.***
  - Fórmula de Euler para poliedros (C+V=A+2).
  - Áreas y volúmenes de prismas y pirámides.
  - Áreas y volúmenes de cuerpos redondos: conos, cilindros, esferas.
- De Algebra y funciones
  - Propiedades algebraicas de las operaciones con números reales.
  - Leyes de compatibilidad de las relaciones de igualdad y de orden.
  - Propiedades de las potencias.
  - Propiedades de los radicales.
  - Propiedades de los logaritmos.
  - Identidades trigonométricas.
  - Productos notables.
  - Raíces de ecuaciones cuadráticas.

- Raíces de ecuaciones polinómicas.
- De la Estadística y Probabilidad
  - Técnicas de conteos mediante combinaciones, permutaciones y variaciones.
  - Medidas de tendencia central y medidas de dispersión.
  - Distribuciones de probabilidad.

Conjunto de proposiciones que no se abordan en la EGB y el BGU, conjeturables por los estudiantes.

A continuación, se señalan una serie de proposiciones que NO se abordan en la EGB y el BGU, agrupadas en los diferentes bloques curriculares, y que, empleando metodologías activas y recursos didácticos innovadores adecuados, también pueden llegar a ser conjeturables por los estudiantes.

Especialmente, se señalan, en negritas y cursivas, aquellas que serán abordadas durante el desarrollo del TALLER.

- De Geometría y Medida
  - ***Suma de las amplitudes de los ángulos exteriores sobre obtusos de un triángulo.***
  - ***Concurrencia de las tres alturas en el ortocentro del triángulo.***
  - ***Concurrencia de las tres medianas en el baricentro del triángulo.***
  - ***Concurrencia de las tres bisectrices en el incentro del triángulo y existencia de la circunferencia inscrita del triángulo.***
  - ***Concurrencia de las tres mediatrices en el circuncentro del triángulo y existencia de la circunferencia circunscrita del triángulo.***
  - Ley de los senos para triángulos cualesquiera.
  - Ley de los cosenos para triángulos cualesquiera.
  - Ley de las tangentes para triángulos cualesquiera.
  - ***Existencia de la circunferencia de los nueve puntos en triángulos acutángulos, de Euler o de Feuerbach (ciclicidad de los puntos medios de los tres lados del***

triángulo, los pies de las alturas del triángulo y los puntos medios de los segmentos que unen los tres vértices con el ortocentro del triángulo).

- ***Existencia de la recta de Euler triángulos acutángulos (colinealidad del ortocentro, el circuncentro, el baricentro y el centro de la circunferencia de los nueve puntos de un triángulo).***
- Las diagonales de un cuadrilátero se cortan en un punto interior, si y solamente si este es convexo.
- Existencia de cuadriláteros no inscribibles en una circunferencia (no tienen circunferencia circunscrita) (no cícilos).
- Exigencias que deben cumplir los cuadriláteros cícilos.
- Paralelogramo que se forma uniendo los puntos medios de los lados consecutivos de un cuadrilátero convexo.
- En todo cuadrilátero convexo se cumple que la suma de los cuadrados de las diagonales e igual a la suma de los cuadrados de las simedianas (segmentos que unen los puntos medios de los lados opuestos)
- Si un cuadrilátero está circunscrito entonces la suma de sus lados opuestos son iguales.
- En un cuadrilátero convexo se cumple $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = d_1^2 + d_2^2 + 4m^2$, donde a, b, c, d son los lados; d1, d2, las diagonales y m, la longitud del segmento que une los puntos medios de las diagonales.
- Teorema de las secantes en una circunferencia.
- Teorema de la tangente en una circunferencia.
- Lugares geométricos planos y tridimensionales (https://www.geogebra.org/m/jnatcnzd)

* De la Estadística y Probabilidad
  - Distribuciones de probabilidad.
  - Ley de los grandes números.
* De Algebra y funciones
  - Teoremas relativos a los Cálculos Infinitesimal, Diferencial e Integral de funciones.

A continuación, se presenta una muestra de las actividades realizadas durante el desarrollo del Taller interactuando con GeoGebra y que no están contempladas en el curriculum de la enseñanza general:

1. ***Actividades para la obtención de la proposición 1: "Suma de las amplitudes de los ángulos exteriores sobre obtusos de un triángulo".***
   a. Construir un triángulo ABC cualquiera y verificar que se cumple el clásico teorema de la suma de las amplitudes de los ángulos interiores de un triángulo.

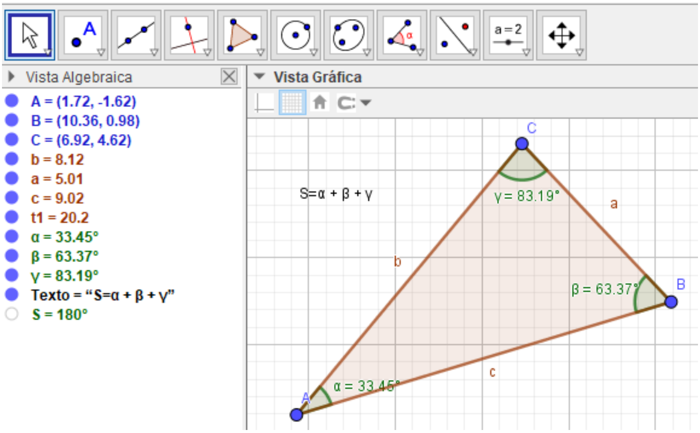


Figura 17. Triángulo ABC cualquiera donde se verifica el clásico teorema de la suma de las amplitudes de los ángulos interiores

   b. Manipular cualquiera de los vértices dinámicos sin que ninguno sobrepase al otro semiplano de donde se encuentra el vértice con respecto a la división del plano por la recta que contiene al lado opuesto al vértice y verificar que se sigue cumpliendo el teorema.
   c. Manipular cualquiera de los vértices dinámicos logrando que sobrepase al otro semiplano de donde se encuentra el vértice con respecto a la división del plano por la recta que contiene al lado opuesto al vértice y verificar que **tendrá lugar un nuevo teorema.**

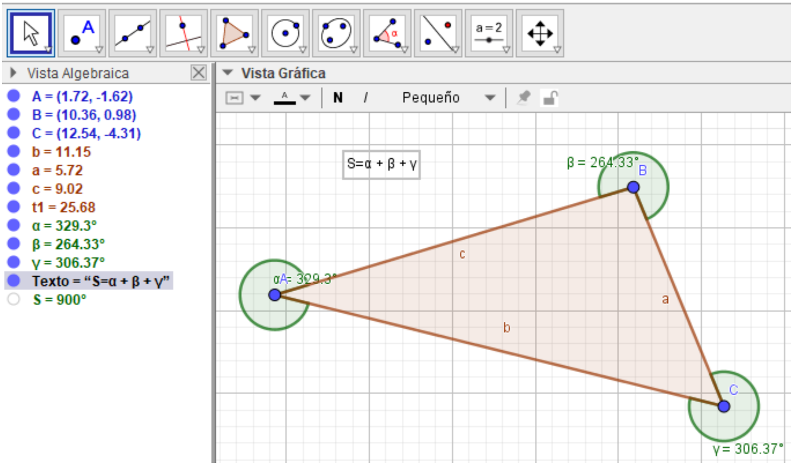


Figura 18. Nueva proposición que puede conjeturarse a partir de la manipulación de la figura anterior

d. Enunciar la nueva proposición obtenida.

Enunciado de la nueva proposición: "***La suma de las amplitudes de los ángulos exteriores sobre obtusos de un triángulo siempre es 900°***"

2. *Actividades para la obtención de la proposición 2: Existencia de la circunferencia de Feuerbach*

a. Construir un triángulo ABC acutángulo.
b. Construir los puntos medios de los tres lados del triángulo M1, M2, M3.
c. Construir los pies de las alturas del triángulo, H1, H2, H3.
d. Construir los puntos medios de los segmentos que unen los tres vértices con el ortocentro del triángulo J1, J2, J3.
e. Coloque como no visibles los segmentos y puntos auxiliares utilizados en el trazado.

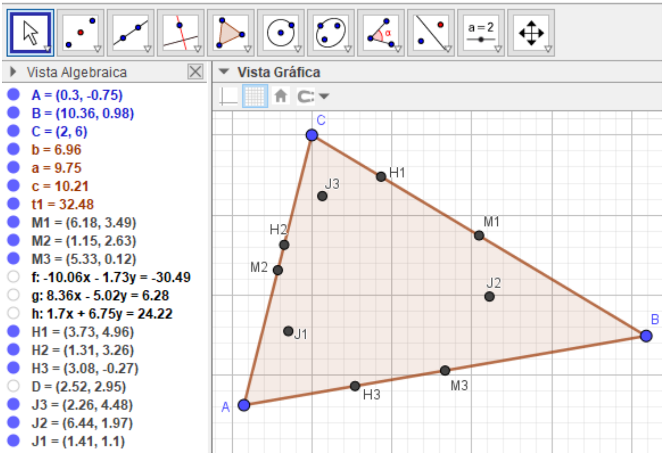


Figura 19. Visualización de los nueve puntos construidos mediante los pasos precedentes

f. ¿Qué puede afirmar sobre los 9 puntos anteriormente construidos?

R/ Los 9 puntos pertenecen a una circunferencia.

g. Trace la circunferencia antes referida.

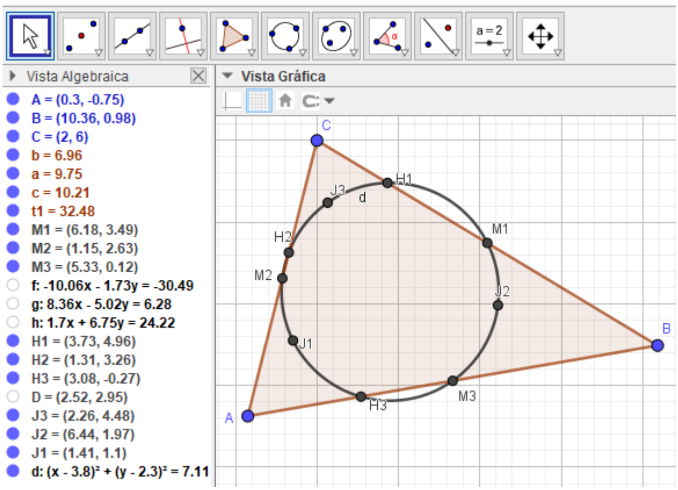


Figura 20. Construcción de la circunferencia que pasa por los 9 puntos

h. Manipule a su antojo cualquiera de los vértices del triángulo ABC. ¿qué se observa?

R/ Se observa que, para ciertos triángulos, algunos puntos quedan fuera del triángulo y dicha circunferencia solo pasaría por algunos de los 9 puntos del triángulo, aunque sí seguirá pasando por los puntos asociados al triángulo, que son externos al triángulo.

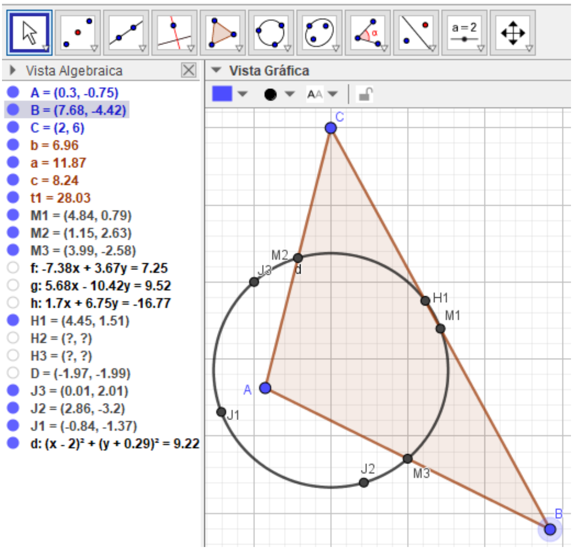


Figura 21. Caso interesante que aparece durante la manipulación del triángulo original, hasta convertirlo en obtusángulo

i. Delimitar para cuáles triángulos se puede trazar dicha circunferencia en puntos del triángulo, no fuera de él.

R/ En todos, aunque en algunos (los obtusángulos), los puntos notables queden externos al triángulo.

j. Enunciar la nueva proposición obtenida.

R/ Enunciado de la nueva proposición: ***En todo triángulo existe la circunferencia de los nueve puntos, de Euler o de Feuerbach, que pasa por los***

puntos medios de los tres lados del triángulo, los pies de las alturas del triángulo y los puntos medios de los segmentos que unen los tres vértices con el ortocentro del triángulo.

3. ***Actividades para la obtención de la proposición 3: Existencia de la recta de Euler en triángulos acutángulos (colinealidad del ortocentro, el circuncentro, el baricentro y el centro de la circunferencia de los nueve puntos de un triángulo).***
   a. Construir un triángulo ABC acutángulo.
   b. Construir la circunferencia de los 9 puntos, siguiendo las actividades del apartado anterior.
   c. Delimitar el ortocentro D.
   d. Delimitar el centro de la circunferencia de los 9 puntos E.
   e. Construir las mediatrices y delimitar el circuncentro S del triángulo.

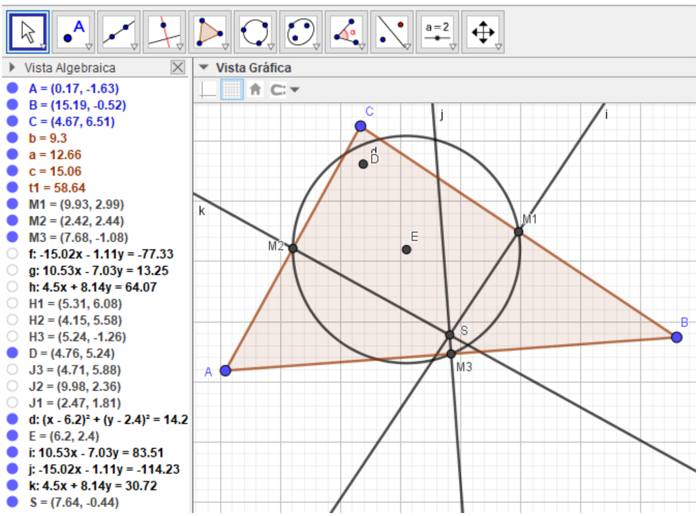


Figura 22. Figura que se retoma de las actividades anteriores y donde construye, además, el circuncentro

   f. Construir las medianas y delimitar el baricentro T.

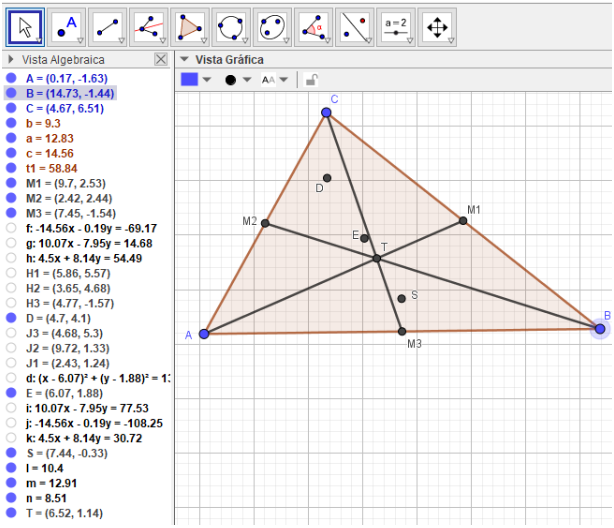


Figura 23. Figura que retoma las actividades anteriores y donde construye, además, el baricentro

g. Ocultar los elementos auxiliares diferentes a los 4 puntos.

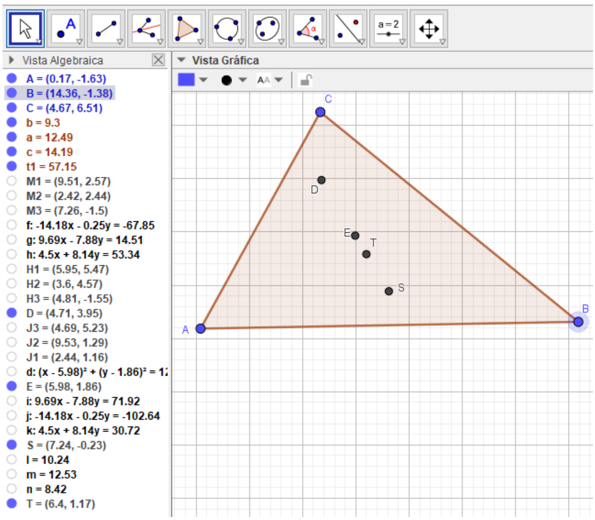


Figura 24. Figura donde se muestran los 4 puntos notables que se pidieron en los pasos anteriores

h. ¿Qué puede afirmar sobre los 4 puntos anteriormente construidos? R/ Los 4 puntos pertenecen a una recta.

i. Trace la recta antes referida.

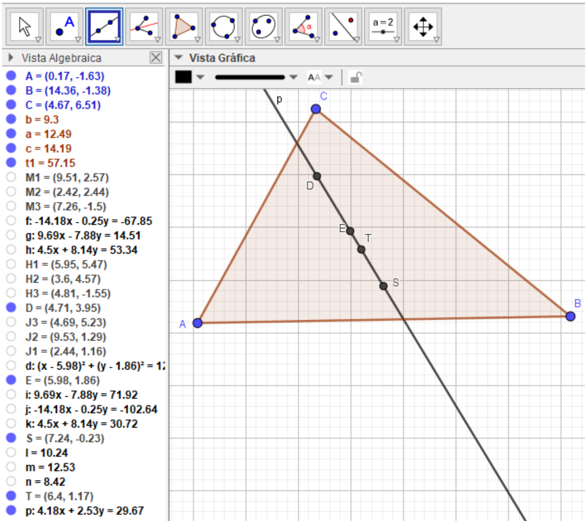


Figura 25. Figura que muestra la colinealidad de los 4 puntos construidos

j. Manipule a su antojo cualquiera de los vértices del triángulo ABC. ¿qué se observa?

R/ Se observa que, para ciertos triángulos, algunos puntos descritos quedan fuera del triángulo y dicha recta solo pasaría por algunos de los 4 puntos del triángulo, aunque sí seguirá pasando por los puntos asociados al triángulo, que son externos al triángulo.

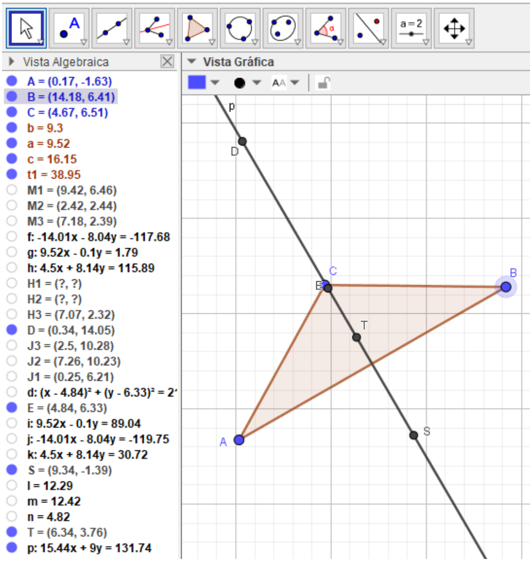


Figura 26. Figura que muestra un caso interesante de un triángulo obtusángulo, donde algunos puntos notables caen fuera del triángulo

k. Delimitar para cuáles triángulos se puede trazar dicha recta.

R/ En todos los triángulos, aunque en algunos los puntos notables queden por fuera del triángulo.

l. Enunciar la nueva proposición obtenida.

R/ Enunciado de la nueva proposición: ***En todo triángulo existe la recta de Euler que pasa por el ortocentro, el circuncentro, el baricentro y el centro de la circunferencia de los nueve puntos de un triángulo.***

Tarea para enviar el lunes 7 de diciembre al correo: jose.martinez@unae.edu.ec

Escoger un teorema de cualquier ámbito de las Matemáticas y presentar las actividades a realizar con los estudiantes, encaminadas al desarrollo de su intuición matemática mediante la formulación de proposiciones.

Bibliografía

Davis, P. J. Y Hersh, R. (1988). Experiencia matemática. Barcelona: Labor-MEC.

Fischbein, E. (1987). Intuition in Science and Mathematics. Kluwer.

Gómez-Chacón, I. Mª. (1998). Creencias y contexto social en matemáticas, Revista de Didáctica de las matemáticas, UNO, 17, 83-104, 1998

Gómez-Chacón, I. Mª. (1998). Matemáticas y contexto. Enfoques y estrategias para el aula. Madrid: Narcea.

Guzmán, M. (1991). Para pensar mejor. Barcelona: Labor

GeoGebra como herramienta para desarrollar procesos de metacognición

GeoGebra as a tool to develop metacognition processes

Marco Vinicio Vásquez Bernal[33]

Introducción

GeoGebra es un software libre y multiplataforma que combina de forma dinámica geometría, álgebra, cálculo, estadística y probabilidades creado por Markus Hohenwarter en 2002 en la Universidad de Slazburgo (Austria). Es gratuito y se puede descargar de www.GeoGebra.org es recomendable descargar GeoGebra clásico 5. Para descargar se necesita conexión a internet, pero una vez instado el software ya no se requiere de conexión.

La comunidad de usuarios ha crecido rápidamente y está presente casi en todos los países y se han traducido a más de cincuenta idiomas. Permite explorar conjeturas y realizar demostraciones dinámicas y creativas que favorecen el aprendizaje y la investigación en los diferentes niveles del sistema educativo del país. Actualmente, GeoGebra es un programa en pleno desarrollo y cuenta con un equipo de desarrollador e Institutos de GeoGebra locales. En Ecuador se

[33] Universidad Nacional de Educación – UNAE. marco.vasquez@unae.edu.ec

cuenta con el Instituto Ecuatoriano de GeoGebra con sede en la Universidad Nacional de Educación.

En la tercera década del siglo XXI, con los impactos que se han derivado del covid 19, se ha evidenciado la importancia de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC), en los diferentes ámbitos de nuestra vida: a nivel laboral, político, social y escolar, y la enseñanza de las Matemáticas no es ajena a este avance científico o lo que algunos autores definen como “nueva normalidad”.

Cuando aparecen nuevas tecnologías en el campo médico o industrial, se vive con prisa por reemplazar lo antiguo por herramientas nuevas y el personal recibe una capacitación inmediata de alto nivel. ¿Por qué no ocurre lo mismo en el campo de la educación? Responder a esta pregunta no es tarea fácil. Porque integrar la tecnología en la educación todavía no es una tarea fácil. La adopción de la tecnología por parte de los docentes en la enseñanza de las matemáticas es aún problemático.

Por un lado, la investigación acerca de la integración de tecnologías en los procesos enseñanza y aprendizaje de las matemáticas ha tenido diferentes desarrollos, enfoques, perspectivas y objetos de estudio. Uno de los aspectos que ha llamado la atención de los investigadores ha sido una formación de profesores que permiten desarrollar un conocimiento (competencias) para el diseño y implementación de ambientes de aprendizaje en los que se integre las tecnologías (GeoGebra).

Por otro lado, en términos muy generales, los estudios realizados sobre este tema concluyen dos cuestiones cargadas de significado:

1. Que los estudiantes experimentan un aprendizaje significativo cuando usan adecuadamente las TIC en sus procesos de aprendizaje (Dunham y Dick, 1994; Rojano, 1996).
2. Que al profesorado con poca experiencia en el uso educativo de las TIC le cuesta descubrir su potencial como herramientas de aprendizaje (McFarlane, 2001).

En esa perspectiva el Instituto Ecuatoriano de GeoGebra (IEG) con sede en la Universidad Nacional de Educación, dese su creación (2018) ha venido ofertando cursos de formación en el Uso de GeoGebra, a la vez que ha organizado talleres con el mismo fin.

El propósito fundamental es capacitar a los docentes de matemáticas de los diferentes niveles no sólo en el uso de GeoGebra, sino integrar la formación pedagógica, tecnológica del conocimiento matemática (TPAK).

En este sentido hemos organizado este taller denominado “GeoGebra para la metacognición”, que se apoya en el dinamismo de la herramienta y la relación constante entre geometría y algebra que caracteriza a esta herramienta.

Propuesta

Teniendo en cuenta el marco de las Segundas Jornadas Ecuatorianas de GeoGebra presentamos este taller dirigido esencialmente a profesores de matemáticas del sistema educativo ecuatoriano, pero sin descartar que en el mismo puedan participar estudiantes o investigadores en temas educativos.

Objetivos

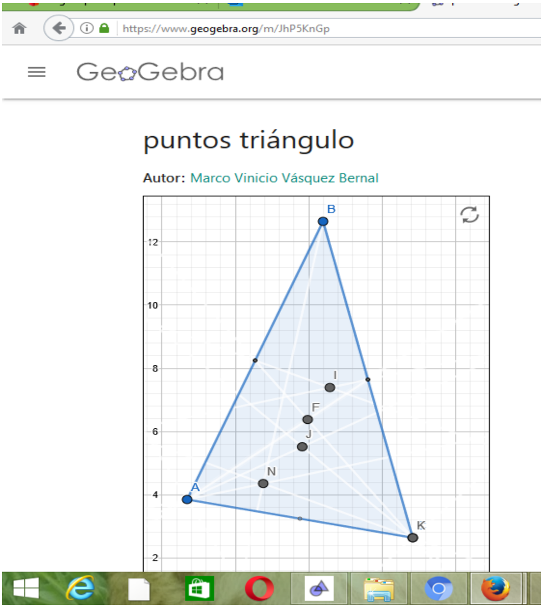
Objetivo General: Generar procesos de metacognición en los participantes fortaleciendo así la asimilación de los conceptos matemáticos.

Objetivos Específicos:

- Lograr que los participantes construyan su propio conocimiento matemático a través de actividades desarrolladas con GeoGebra.
- Conseguir que los participantes se apropien de conceptos teóricos básicos de las matemáticas.
- Propiciar la abstracción y la generalización de los contenidos matemáticos a través de procesos dialecticos directos.

Desarrollo

Actividad 1. En un triángulo cualesquiera graficar y determinar



a) Sus alturas y los puntos de corte de estas.

b) Sus medianas y los puntos de corte de estas.

c) Sus mediatrices y los untos de corte de estas.

d) Sus bisectrices internas y los puntos de corte de estas.

En base de lo que se observa en el grafico responder a las siguientes interrogantes:

e) ¿Qué sucede con los puntos de corte de las distintas rectas fundamentales alturas? y ¿Cómo se llama cada uno de esos puntos?

f) Para cada uno de los puntos fundamentales indique ¿cuándo ese punto está dentro del triángulo, sobre el segmento del lado de un triángulo o fuera del triángulo?

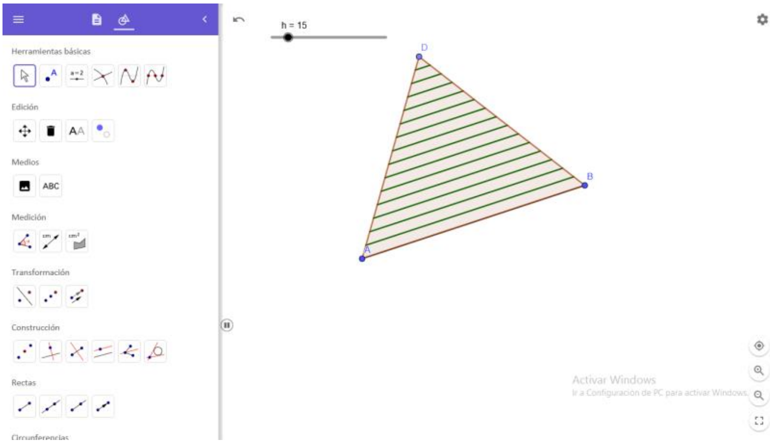
g) ¿En qué tipo de triángulo los puntos fundamentales forman una línea recta?

h) ¿A simple vista cuales de esos puntos fundamentales no siempre forma línea recta con los demás?

i) ¿Qué es la recta de Euler?

j) ¿En qué tipo de triángulos, todos los puntos fundamentales coinciden en un único punto?

Actividad 2. Dividir la altura de un triángulo en n partes iguales (n entre 1 y 99) y trazar las n-1 líneas paralelas a la base.



En base de esta construcción contestar las siguientes interrogantes:

a) Cuando n vale 4, ¿cuantos triángulos semejantes se forman?

b) Cuando n vale 5, ¿Cuántos triángulos semejantes se forman?

c) Es posible determinar cuántos triángulos semejantes se forman (en función de n) para un n cualquiera

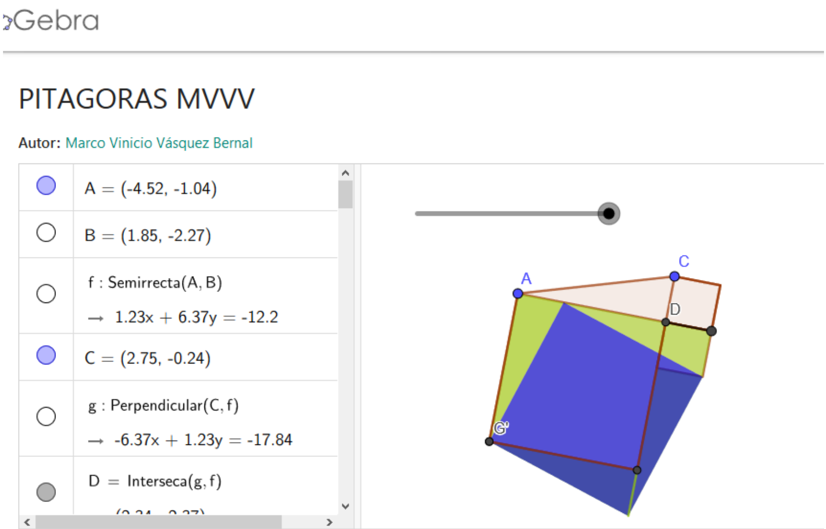
d) Cuando n vale 4, ¿cuantos cuadriláteros semejantes se forman?

e) Cuando n vale 5, ¿Cuántos cuadriláteros semejantes se forman?

f) Es posible determinar cuántos cuadriláteros semejantes se forman (en función de n) para un n cualquiera

Actividad 3

Revisar la construcción https://www.GeoGebra.org/m/y34tqjfr y contestar las siguientes interrogantes:



a) ¿Puede considerarse a esta construcción una demostración del Teorema de Pitágoras?

b) Muchas de las demostraciones graficas del Teorema de Pitágoras se hace construyendo cuadrados en los lados de un triángulo equilátero ¿Es posible construir una demostración con figuras geométricas que no sean cuadrados?

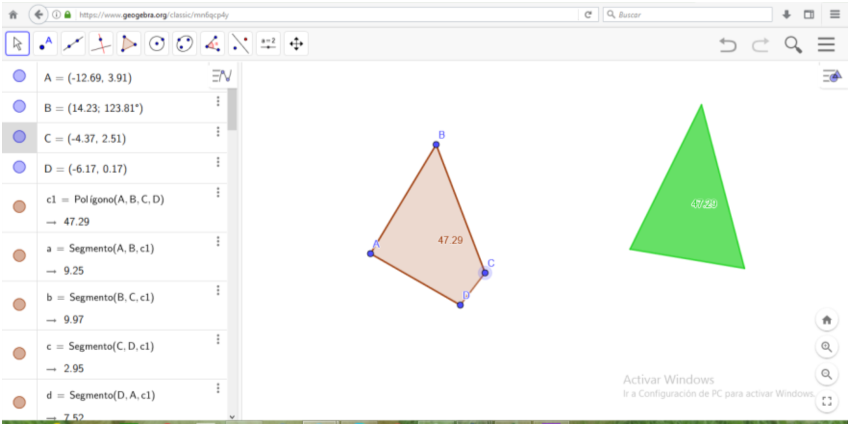
c) De ser positiva la respuesta anterior ¿Con qué tipo de figuras es posible construir la demostración del Teorema de Pitágoras?

d) En función de este grafico ¿Cómo formularia usted el enunciado del Teorema de Pitágoras?

Además, se pide que con GeoGebra, construya usted una demostración del Teorema de Pitágoras

Actividad 4

Para un cuadrilátero cualesquiera dado, mediante GeoGebra construir el triángulo que tenga área equivalente a la del cuadrilátero.



Luego se pide desarrollar las siguientes actividades:

a) Explicar el proceso de construcción.

b) ¿Cuál es la ley fundamental que permite desarrollar este proceso?

c) ¿Es posible pensarse un proceso similar para otra figura geométrica que no sea un cuadrilátero?

Actividad 5

Conclusiones sobre como GeoGebra ayuda en los procesos de metacognición.

Esta actividad se desarrollará mediante dialogo abierto con los participantes, facilitando para que ellos expresen sus puntos de vista al respecto.

Aproximación a la Geometría y Medida para el subnivel de Preparatoria con la herramienta de GeoGebra

Geometry Approach and Measurement for the High School sublevel with the GeoGebra tool

Diana Rodríguez Rodríguez

Charly Marlene Valarezo Encalada

Resumen

El presente taller se realizó en el II Jornadas de GeoGebra, llevadas a cabo en la Universidad Nacional de Educación en la modalidad virtual. Con base en el abordaje de actividades en torno a tres estrategias didácticas junto a GeoGebra para lograr el desarrollo del pensamiento lógico matemático en el Subnivel de Preparatoria. Mediante el aprender haciendo, una metodología aplicada para el trabajo con los talleristas, en donde se pone en juego la enseñanza práctica, partiendo de las vivencias de los aprendices y la relevancia de la implicación de hacer y probar; esto propició la generación de ideas innovadoras en sus proyectos finales. Como resultado se obtiene que los encuentros se consideran exitosos en el sentido de la apropiación de la herramienta y su aplicación en las actividades planteadas para los participantes.

Palabras Clave: GeoGebra, pensamiento lógico matemático, innovación, Subnivel de Preparatoria.

Abstract

This workshop was held at the II GeoGebra Conference, held at the National University of Education in the virtual modality. Based on the approach to activities around three didactic strategies together with GeoGebra to achieve the development of mathematical logical thinking in the Preparatoria Sub-level. Through learning by doing, a methodology applied to work with the workshops, where practical teaching is put into play, starting from the experiences of the learners and the relevance of the implication of doing and testing; This led to the generation of innovative ideas in their final projects. As a result, it is obtained that the meetings are considered successful in the sense of appropriation of the tool and its application in the activities proposed for the participants.

Key Words: GeoGebra, mathematical logical thinking, innovation, Preparatoria Sublevel.

Introducción

La herramienta de GeoGebra del siglo XXI, constituye en un software dinámico y de gran utilidad en los diversos subniveles, sobre todo en la pandemia, donde el/la docente labora en la virtualidad generando nuevas expectativas en los niños. Que, como nativos digitales, las TIC viabilizan la adquisición de experiencias de aprendizaje. Frente a esto Borbón (2010) menciona que a:

> Las bondades ya planteadas de este programa se pueden agregar una de suma importancia, GeoGebra es un programa gratuito y se puede distribuir mientras no sea para uso comercial. Es decir, este programa se puede llevar

> a cualquier colegio sin problema de licencias, también se le puede dar a todos los estudiantes para que lo utilicen en sus casas, esto es una gran ventaja para que los estudiantes puedan estudiar por su cuenta o profundizar lo que se ha visto en clase. (p.1)

De esta manera, los docentes se encuentran en una búsqueda constante de nuevas actividades didácticas, basadas en la metodología (GeoGebra), que permitan el desarrollo de destrezas y habilidades en los niños mediante la exploración de ideas innovadoras, adquiriendo aprendizajes significativos.

Además, el trabajo en la primera infancia se ha constituido en todo un reto no solo desde los centros educativos, sino también, desde el quehacer educativo del hogar. Donde los padres de familia son los actores principales para el logro de los objetivos de aprendizaje. En tal sentido, las TIC coadyuvan para que el desarrollo del pensamiento lógico matemático en los infantes sea propiciado de manera lúdica.

Como se menciona en el Currículo de Preparatoria (2016) en el ámbito de Relaciones lógico matemático:

> Los estudiantes reconocen problemas del entorno y los resuelven en un contexto lúdico; empiezan a representar y comunicar información de manera verbal y gráfica, con su entorno como contexto; realizan estimaciones de cantidades, de tiempo y medidas; reconocen y describen cuerpos geométricos; recolectan información y la representan en pictogramas. (p. 53)

Del mismo modo, los docentes/talleristas desarrollan habilidades al momento de generar actividades innovadoras, mediante el aprendizaje basado en retos. Que permite el desarrollo de sus competencias pedagógicas y a su vez proponen neo alternativas educativas en época de pandemia.

A partir del taller, se observó la experticia de los participantes en la elaboración de actividades, considerándoselas como parte de una buena práctica docente. Que aplicadas en la cotidianidad los resultados conducen al fortalecimiento de las destrezas con criterio de desempeño en los niños.

Objetivo General

Aplicar GeoGebra como una herramienta de aproximación a la geometría y medida para el desarrollo del pensamiento lógico matemático en los niños del Subnivel de Preparatoria.

Objetivos Específicos

- Diseñar actividades didácticas para el desarrollo de la lógica matemática infantil, mediante un enfoque lúdico y mediado por las TIC.
- Asumir nuevos desafíos y situaciones en territorio donde no hay acceso a internet con el apoyo de la herramienta de GeoGebra.
- Ampliar los conocimientos de los docentes de Preparatoria en el uso de metodologías innovadoras.

Metodología

A partir del taller de Aproximación a la Geometría y Medida con la utilización de la herramienta de GeoGebra, se pretende generar experiencias exitosas para los participantes, mediante la metodología de Aprender Haciendo. Según Dewey (1859-1952), este tipo de programa conlleva a la enseñanza práctica, partiendo de las vivencias de los estudiantes y la implicación a la vez del hacer y probar. Desde este punto de vista se fomenta la creatividad, el pensamiento, la motivación y el espíritu crítico del que aprende.

Mediante las TIC, la herramienta de GeoGebra, forma parte de las estrategias innovadoras y de aplicación en el aula de clase. Se considera un aporte a la pedagogía en la manera de integrar nuevas tecnologías a la enseñanza. La utilización de recursos tecnológicos actúa como una fortaleza en los diferentes ámbitos educativos y sociales, pues desempeñan un rol fundamental en los inmigrantes y nativos digitales.

La propuesta tiene un enfoque de aprendizaje basado en retos (ABR) con la aplicación de lo aprendido en el desarrollo de la propuesta final, pues se trabaja el desarrollo de competencias pedagógicas de los talleristas. Creando una instrucción auténtica y real donde los aprendices se constituyan en los protagonistas de sus conocimientos, siendo conscientes del impacto de su participación

Recursos y materiales

Materiales: Recursos audiovisuales, encuestas, gráficas de GeoGebra, videos explicativos.

Recursos: Internet, Computador personal, Aula virtual, plataforma Moodle y aplicación Zoom, Google Forms, herramienta de GeoGebra.

Actividades

En taller se desarrolla con la aplicación de tres estrategias didácticas para el desarrollo de habilidades y destrezas en el Ámbito de Relaciones Lógico matemáticas mediante la herramienta de GeoGebra:

Primera actividad

Estrategia didáctica: Tangram

Es un juego de origen chino conformado por siete piezas poligonales: un paralelogramo (romboide), un cuadrado y 5 triángulos, cuyo objetivo es el armado de figuras generalmente de animales, sin superponerlas. No obstante, la estrategia permitió el diseño de diversas imágenes del medio, puesto que "el uso de este material se ha destacado para concienciar sobre las ventajas de la manipulación para el estudio de las propiedades geométricas y fomentar la creatividad". (Fernández, 2003; Maheux y Roth, 2015 citados en Ramírez Uclés, R., & Aznarte, M., 2018, p. 59)

Objetivo de la actividad

Desarrollar la creatividad y habilidad de crear figuras geométricas con el Tangram.

Beneficios del Tangram

El Tangram como material puede cumplir algunas funciones, de acuerdo al nivel con el que se trabaje.

Desarrollo de la imaginación

Resolución de problemas

Atención

Creatividad.

Desarrollo de la primera actividad en el taller

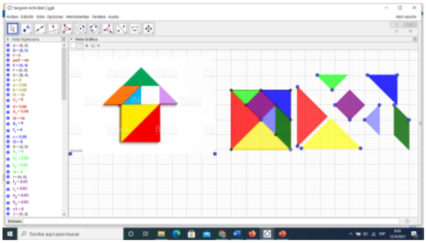


Figura 27. Figuras con el tangram, Fuente: Elaboración propia

Segunda actividad

Estrategia didáctica: Resolución de problemas

A través de esta estrategia, las actividades que los estudiantes realizan pueden ser de manera individual y colectiva. Pues, propicia un ambiente de trabajo colaborativo y de razonamiento que implica la intervención de procesos del pensamiento como son:

- Búsqueda de conexiones
- Empleo de distintas representaciones
- Necesidad de justificar los pasos dados en la solución de un problema
- Comunicar los resultados obtenidos. (Sepúlveda, Medina y Sepúlveda, 2009)

Planteamiento del problema:

Paquito debe encajar las figuras geométricas en el Geoplano. La maestra ha colocado unas ligas para ayudarlo a encontrar la ubicación correcta de cada una. ¿Si tu fueras Paquito como lo harías?

Objetivo: Comprender nociones básicas de cantidad facilitando el desarrollo de habilidades del pensamiento para la solución de problemas sencillos en el geoplano.

Destreza M.1.4.20. Establecer semejanzas y diferencias entre objetos del entorno y cuerpos geométricos.

Indicador I.M.1.3.2. Clasifica objetos del entorno y los agrupa considerando su tamaño, longitud, capacidad, peso o tempera-tura y expresa verbalmente los criterios de la agrupación. (I.2.)

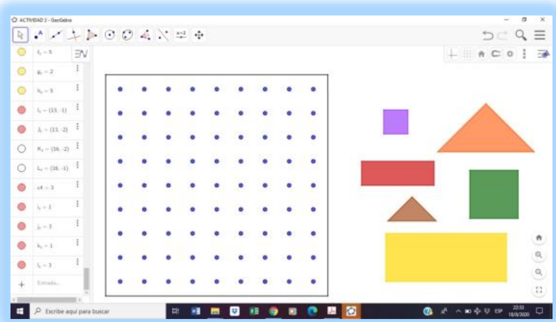


Figura 28. Geoplano. Fuente: Elaboración propia

Tercera actividad

Estrategia didáctica: GeoGebra con 3D y Animación

El desarrollo del pensamiento lógico matemático en el aula (virtual) puede ser promovida a través de la animación, otro de las bondades que posee la herramienta de GeoGebra. Puesto que es un software amigable, accesible y permite un grado aceptable de generalidad y abstracción, con una operatividad en relación continua entre la parte gráfica y la parte simbólica. Se construye desde elementos simples como puntos, rectas, figuras geométricas hasta teoremas y desarrollos complejos. (Vázquez, 2019)

En tal sentido, la realidad es que detrás de cada animación, hay una buena cantidad de conceptos y procedimientos matemáticos. Estos son empleados para lograr las actividades, como sus movimientos a lo largo y ancho de la pantalla.

Jugando con las imágenes

Crear imágenes con superficies conocidas como cuadrado y triangulo y convertirlas al 3D.

Objetivo: Construir cuerpos y figuras geométricas relacionándolos con el entorno.

Destreza M.1.4.24. Describir y comparar objetos del entorno según nociones de volumen y superficie: tamaño grande, pequeño.

Indicador I.M.1.3.1. Encuentra, en el entorno y en elementos de su uso personal, objetos que contienen o son semejantes a los cuerpos y figuras geométricas, los selecciona de acuerdo a su interés y comparte con sus compañeros las razones de la selección. (J.1., S.1., I.4.)

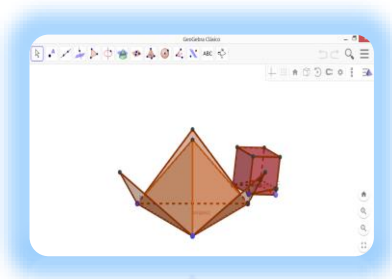


Figura 29. Cuerpos. Fuente: Elaboración propia

Propuesta final

Como parte de la aprobación del taller se propuso:

Desarrollar una actividad didáctica con el apoyo de GeoGebra que incluya tema, objetivo de aprendizaje, destreza e indicador de logro.

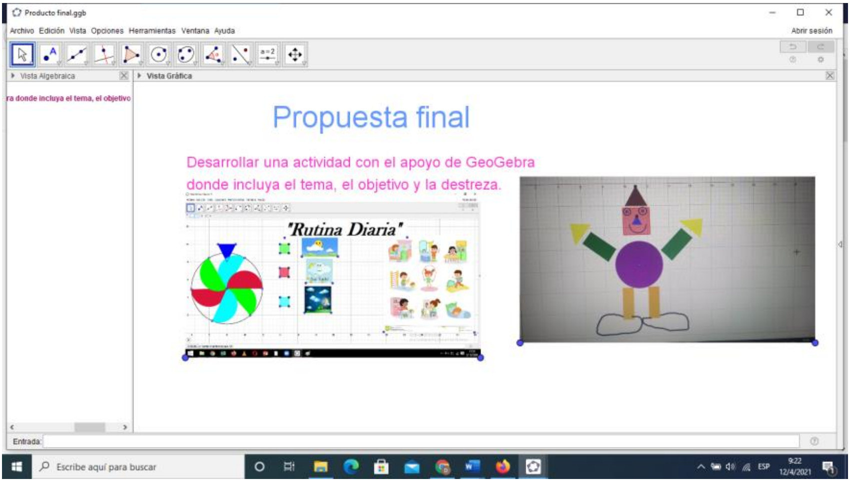


Figura 30. Actividad final del Taller de Aproximación a la Geometría y Medida para el subnivel de Preparatoria con la herramienta

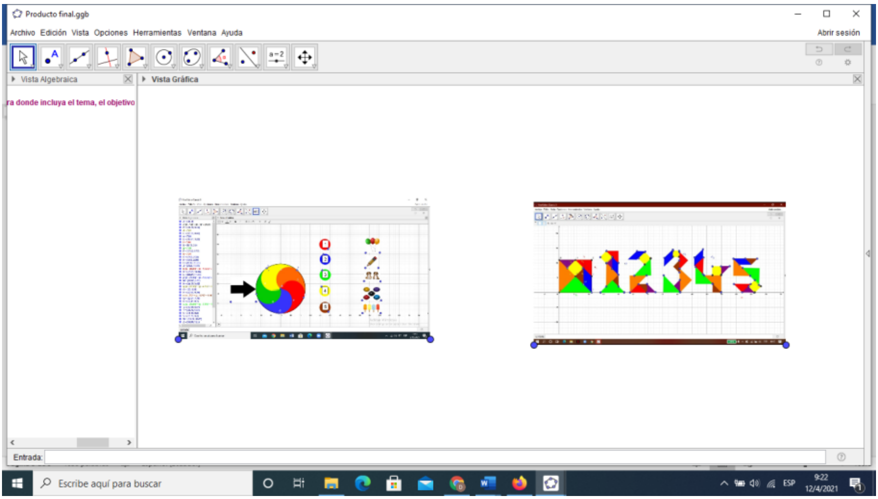


Figura 31. Actividad final del Taller de Aproximación a la Geometría y Medida para el subnivel de Preparatoria con la herramienta

Reflexiones finales

El uso del Tangram favorece el aprendizaje geométrico de manera visual (GeoGebra), al mismo tiempo, que los niños manipulan digital y simultáneamente las figuras –el cuadrado, el triángulo y el romboide – para construir otras con estructuras más complejas. Dando paso al reconocimiento de características y al establecimiento de relaciones entre ellas. Por ejemplo, se dan cuenta de que un mismo espacio puede ser ocupado por tres triángulos, o por dos triángulos, un trapezoide y un cuadrado; que con las mismas piezas se pueden construir diferentes figuras a diferencia de los rompecabezas convencionales.

Destacamos que las matemáticas al estar cargadas de conceptos abstractos y símbolos, a través del procesador geométrico GeoGebra, convierte lo imaginable o invisible en una imagen 3D y animada. Esto, a los estudiantes da acceso a la internalización de conceptos y saberes, sacándolos de lo abstracto. Pues así, por medio de la visualización matemática, puedan representar, modificar, reflexionar y documentar con base en la información visual generada a través del uso de tecnología, sin dejar de lado que se favorezca a la consecución de los objetivos educativos establecidos previamente.

Finalmente, a partir de este taller, es nuestra intención que la herramienta de GeoGebra sea considerada como estrategia didáctica tecnológica para el desarrollo de contenidos matemáticos. Quedando patente además su versatilidad como recurso didáctico, en vista de que es factible el acercamiento con los contenidos matemáticos relacionados con la aproximación a la geometría y medida del Subnivel de Preparatoria. Partiendo de los principios metodológicos que la actualidad exige para el aprendizaje del alumnado.

Referencias

Sepulvéda, A., Mediana, C., Sepulvéda, D. (2009). La resolución de problemas y el uso de tareas en la enseñanza de las matemáticas. *Educación Matemática, vol. 21, núm. 2, agosto* *de 2009, pp. 79-115.* http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v21n2/v21n2a4.pdf

Borbon, A. (2010). *Manual para GeoGebra: Guías para Geometría dinámica, animaciones y deslizadores*. https://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/Secciones/Temas_de_Geometria/ABorbon_ManualGeoGebraV11N1_2010/1_ABorbon_ManualGeoGebra.pdf

Mineduc, (2016). Currículo de Preparatoria.

https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/03/PREPATORIO.pdf

Ramírez Uclés, R., & Aznarte, M. (2018). Tareas con tangram para favorecer el sentido espacial. http://hdl.handle.net/10481/64633

Schimidt S. (2006). *El "Aprender Haciendo" viene desde John Dewey*. http://www.inacap.cl/data/2006/EnewsDocentes/octubre/SabiaUsted01_3.htm

Vázquez, M. (2019). *Memorias de la I Jornada Ecuatoriana de GeoGebra*. Editorial UNAE, (pp. 61-72)

Creación del Tangram en GeoGebra para desarrollar el pensamiento lógico - matemático en estudiantes de Básica

Creation of Tangram in GeoGebra to develop logical - mathematical thinking in Basic students

Rosa Ildaura Troya Vásquez[34]

Resumen

En el presente taller se propone como objetivo crear un Tangram mediante el uso del software GeoGebra para emplearlo como un recurso didáctico que contribuya a desarrollar el pensamiento lógico - matemático en estudiantes de Básica. Por lo tanto, los asistentes al taller construyeron el Tangram con GeoGebra y desarrollaron las

[34] Universidad Nacional de Educación UNAE Azogues – Ecuador. rosa.troya@unae.edu.ec

diferentes actividades propuestas. Esto les permitió comprender que la creación del Tangram y su manipulación usando GeoGebra implica que el docente organice el proceso educativo - didáctico de manera específica. También, se concluyó que este recurso permite despertar en el niño el desarrollo del sentido espacial, su imaginación y fantasía que permiten el desarrollo de capacidades que contribuyen al logro de metas personales y al éxito. Finalmente, el uso del software GeoGebra facilita la fase manipulativa del desarrollo del pensamiento lógico – matemático y motiva el interés de los estudiantes por aprender.

Palabras clave: Tangram, Software GeoGebra. Pensamiento lógico – matemático.

Abstract

The objective of this workshop is to create a Tangram through the use of GeoGebra software to use it as a didactic resource that contributes to developing logical-mathematical thinking in Basic students. Therefore, those attending the workshop built the Tangram with GeoGebra and developed the different activities proposed. This includes them understanding that the creation of the Tangram and its manipulation using GeoGebra implies that the teacher organizes the educational-didactic process in a specific way. Also, it was concluded that this resource allows the child to awaken the development of spatial sense, imagination and fantasy that allow the development of capacities that improve the achievement of personal goals and success. Finally, the use of GeoGebra software facilitates the manipulative phase of the development of logical-mathematical thinking and motivates students' interest in learning.

Keywords: Tangram, GeoGebra Software. Logical - mathematical thinking.

Introducción

El presente taller tiene como objetivo crear un Tangram mediante el uso del software GeoGebra para emplearlo como un recurso didáctico que contribuya a desarrollar el pensamiento lógico - matemático en estudiantes de Básica. Debido a que, actualmente representa un desafío para los docentes desarrollar la capacidad mencionada usando recursos didácticos diferentes que capten la atención de sus estudiantes. Además, es importante tener en cuenta que en la época actual con la crisis sanitaria causada por COVID – 19 a nivel mundial, es necesario crear recursos didácticos mediante herramientas tecnológicas para fortalecer el proceso enseñanza – aprendizaje de todas las asignaturas. Por lo tanto, se consideró importante usar el software GeoGebra para crear el Tangram y proponer actividades que contribuyan al desarrollo del pensamiento lógico – matemático mediante la resolución de problemas.

Ahora bien, "El Tangram es un puzzle o rompecabezas formado por un conjunto de piezas de formas poligonales que se obtienen al fraccionar una figura plana y que pueden acoplarse de diferentes maneras para construir distintas figuras geométricas" (Iglesias, 2009, p. 118). En chino significa "tabla de la sabiduría" o "tabla de los siete

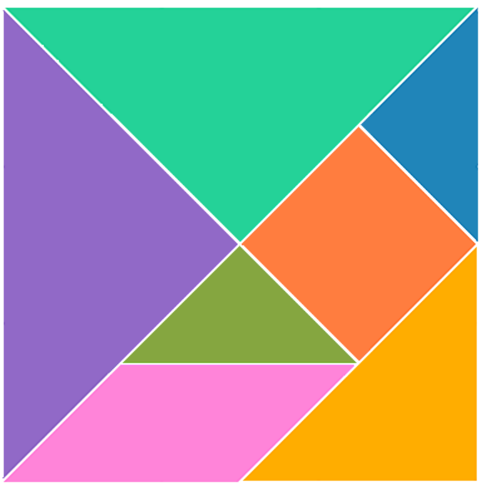


Ilustración 2: Tangram chino

elementos". Por lo consiguiente, es un recurso que permite a los docentes desarrollar diferentes destrezas en sus estudiantes. Debido a que, se pueden proponer problemas y/o actividades en los cuales los estudiantes para resolverlos deban crear diferentes figuras empleando todas las piezas del Tangram. Además, el Tangram, a través de la percepción visual, permite despertar en el niño el desarrollo del sentido espacial, su imaginación y fantasía. Esto, es necesario en todos los niveles de la educación, porque contribuye a la toma de decisiones.

Pensamiento lógico – matemático

Según Medina (2018), "El pensamiento lógico matemático es fundamental para comprender conceptos abstractos, razonamiento y comprensión de relaciones" (p. 131). Este tipo de habilidades no son inherentes solo de las Matemáticas como ciencia, sino que, contribuyen al logro de las metas personales y al éxito, debido a que, son necesarias en todo campo de la vida del ser humano. En ese sentido, de acuerdo con Medina (2018), desarrollar el pensamiento lógico - matemático contribuye a que los estudiantes puedan:

1. Desarrollar también su pensamiento e inteligencia.
2. Lograr el desarrollo de la capacidad para solucionar problemas en todos los ámbitos de su vida, mediante la formulación de hipótesis y estableciendo predicciones.
3. Fortalece la capacidad de razonar, para establecer metas y con la finalidad de planificar para alcanzarlas.
4. Contribuye en el establecimiento de relaciones entre diferentes conceptos e ideas para llegar a una comprensión más profunda de la realidad.
5. Proporciona orden y sentido a las acciones y favorece la toma de decisiones razonadas.

Por otra parte, según Rodríguez de la Torre (1997), se debe tener en cuenta que el proceso para que los estudiantes logren la formación del pensamiento lógico – matemático, requiere que se cumplan las siguientes fases:

1. **Fase manipulativa:** esta fase permite que los conceptos

matemáticos pasen por una manipulación más acomodada para que los estudiantes luego puedan llevarlos al plano abstracto.

2. **Fase verbal:** en esta fase el estudiante debe explicar, a su manera, lo que ha realizado y logrado. De esta manera, se inicia la comprensión e interiorización de los conceptos por parte de los estudiantes.

3. **Fase ideográfica:** de acuerdo a su edad, nivel formativo y creatividad el estudiante debe traducir en forma creativa lo que ha investigado o está aprendiendo.

4. **Fase simbólica:** es aquella fase en la cual, el estudiante expresa con símbolos matemáticos sus experiencias volviendo significativo su aprendizaje. Dando paso así a la abstracción.

Ahora bien, como ya se mencionó el Tangram, a través de la percepción visual, permite despertar en el niño el desarrollo del sentido espacial, su imaginación y fantasía, lo cual, se vuelve más atractivo para el estudiante cuando se usa un software como GeoGebra. Por lo tanto, el Tangram en GeoGebra surge, en medio de la pandemia del Covid-19, como una alternativa para que los estudiantes realicen la Fase manipulativa en el desarrollo del pensamiento lógico matemático.

Aplicación de GeoGebra

Cada día se requiere más que tanto el docente como el estudiante desarrollen destrezas tecnológicas que contribuyan al fortalecimiento del proceso enseñanza – aprendizaje. De ahí la importancia de emplear GeoGebra en las actividades propuestas en este taller. Según Navarro et al. (2017), GeoGebra "es un software libre de código abierto que puede ser utilizado desde los primeros años de educación hasta el nivel universitario" (p. 80). En esa misma línea de pensamiento, se debe considerar como una ventaja de GeoGebra, que los recursos que se pueden crear con este software no sólo están enfocados a temas matemáticos, sino que también se pueden destinar a las diferentes áreas del cocimiento.

Con la finalidad de que los talleristas puedan aplicar en su actividad educativa el Tangram en GeoGebra, en este taller se pospuso el desarrollo de los siguientes pasos para la creación del Tangram en GeoGebra:

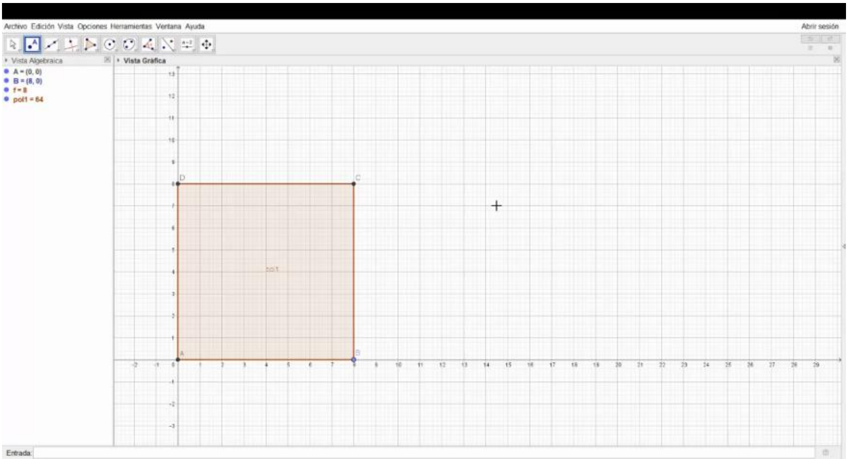


Ilustración 3. Crear un cuadrado en GeoGebra empleando la herramienta Polígono regular

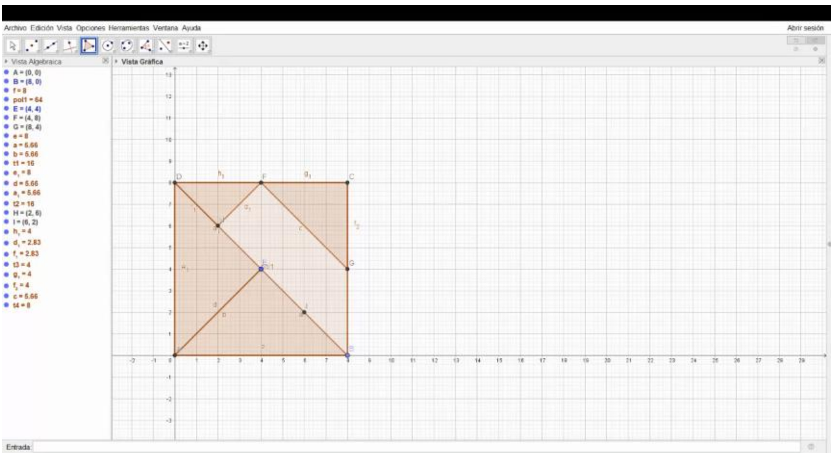


Ilustración 4. Construcción de las partes del Tangram usando la herramienta Centro y uniendo los vértices.

Ilustración 5. Pintar de colores cada figura interna del Tangram

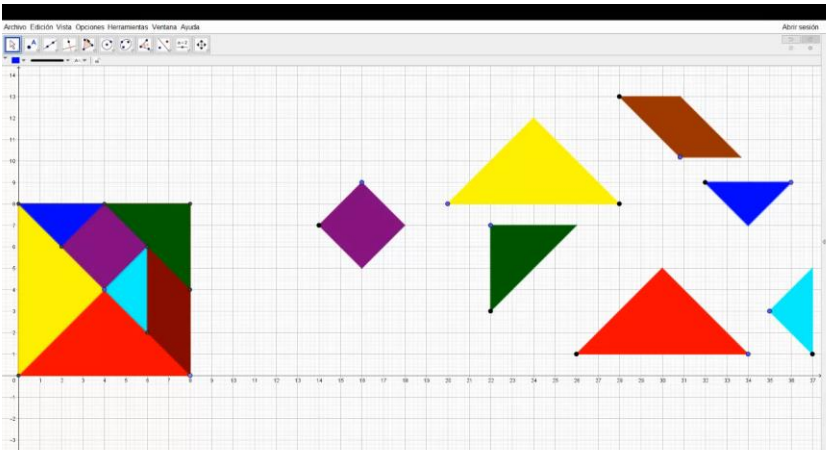


Ilustración 6. Dar movimiento a cada una de las partes del Tangram para poder armar las diferentes figuras

Luego, se propuso las siguientes actividades que se pueden realizar en GeoGebra para desarrollar el pensamiento lógico matemático:

1. Reconocer las distintas figuras que componen el Tangram.

2. Reconocimiento de otras formas geométricas.
3. Reconocimiento de figuras simples en una figura más compleja empleando el Tangram

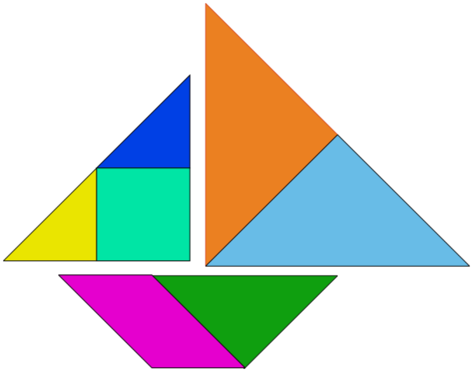


Ilustración 7. Barco compuesto por triángulos y cuadrados

4. Copiar contornos de figuras y rellenarlas con las figuras del tangram.
5. Composición y descomposición de figuras geométricas.

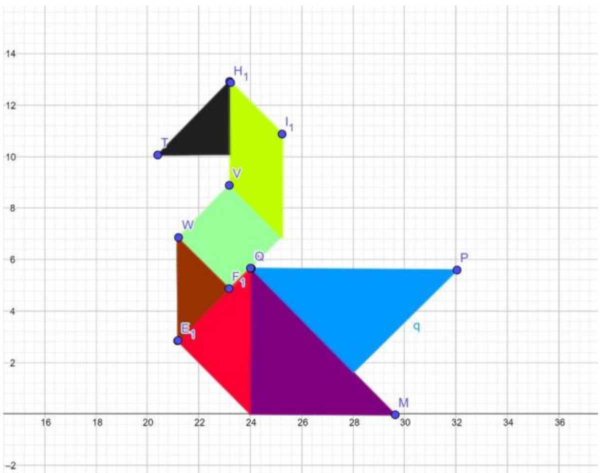


Ilustración 8. Ave construida con el Tangram

6. Clasificación de polígonos.

7. Construcción de polígonos convexos y cóncavos.

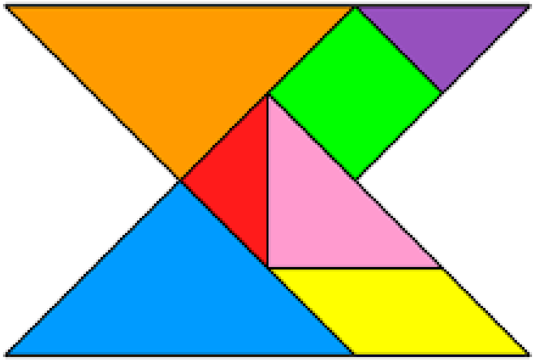


Ilustración 9 Polígono cóncavo creado con el Tangram

Otras actividades que se pueden desarrollar empleando el Tangram en GeoGebra:

8. Introducir el concepto de longitud.
9. Desarrollar el concepto de perímetro de figuras planas.
10. Desarrollar la noción de área.
11. Estudio de polígonos con áreas iguales o perímetros iguales. Medir áreas, tomando como unidad el triángulo pequeño. Ordenar las piezas por áreas.
12. Relaciones de adición y sustracción entre piezas.
13. Estudio de figuras con áreas equivalentes.
14. Concluir que, para figuras con la misma área, tenemos perímetros distintos.
15. Introducción del concepto de amplitud.
16. Comparación y ordenación de ángulos.
17. Suma de ángulos interiores de un polígono.
18. Suma de ángulos exteriores de un polígono.

19. Estudio de fracciones
20. Desarrollar la creatividad de cada alumno con la composición de figuras libres.

Conclusión

En definitiva, la creación del Tangram y su manipulación usando GeoGebra implica que el docente organice el proceso educativo - didáctico de manera específica, para lograr el desarrollo del pensamiento lógico – matemático en su grupo de estudiantes proponiendo situaciones o problemas que se puedan resolver con el Tangram.

Además, este recurso permite despertar en el niño el desarrollo del sentido espacial, su imaginación y fantasía que contribuyen al desarrollo de capacidades, al logro de metas personales y al éxito, en todo campo de la vida de los estudiantes. Por último, el software GeoGebra facilita la fase manipulativa del desarrollo del pensamiento lógico – matemático y motiva el interés de los estudiantes por aprender.

Referencias

Iglesias, M. (2009). Ideas para Enseñar El Tangram en la Enseñanza y el Aprendizaje de la Geometría. UNION Revista Iberoamericana De Educación Matemática. 17, pp. 117 – 126. http://www.fisem.org/www/union/revistas/2009/17/Union_017_014.pdf

Medina, M. (2018). Estrategias para el desarrollo del pensamiento lógico-matemático. Revista Didasc@lia: D&E. 9 (1), pp. 125 – 132. https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/6595073.pdf.

Navarro, V., Arrieta, X. y Delgado, M. (2017). Programación didáctica utilizando GeoGebra para el desarrollo de competencias en la formación de conceptos de oscilaciones y ondas. Omnia, 23 (2), 76-88. https://www.redalyc.org/pdf/737/73754834008.pdf

Rodríguez de la Torre, A. (1997). El desarrollo del pensamiento lógico – matemático. Congreso de Córdoba Diciembre-97. http://www.waece.org/biblioteca/pdfs/d081.pdf

Los primeros días de la covid19 en Ecuador analizados con GeoGebra

The first days of covid19 in Ecuador analyzed with GeoGebra

Fredy Rivadeneira Loor[35]

Resumen

La emergencia sanitaria provocada por la covid19 obligó a la humanidad a migrar casi por completo a entornos digitales tanto en aspectos laborales, académicos, e incluso personales; situación que se denomina nueva normalidad.

El presente trabajo muestra un primer avance de una experiencia realizada en el Instituto GeoGebra de la Universidad Técnica de Manabí, Ecuador. Experiencia que consistió en establecer el comportamiento de los contagios de la covid19 utilizando para ello la herramienta Análisis de Regresión de dos Variables que posee GeoGebra al trabajar en el entorno de la vista Hoja de Cálculo.

***Palabras clave*:** GeoGebra, covid19, regresión, didáctica, estadística.

[35] Universidad Técnica de Manabí – Instituto GeoGebra de la UTM.
fredy.rivadeneira@utm.edu.ec geogebra@utm.edu.ec

Abstract

The health emergency caused by the covid19 forced humanity to migrate almost completely to digital environments both in work, academic, and even personal aspects; a situation called the new normal.

This work shows a first advance of an experience carried out at the GeoGebra Institute of the Technical University of Manabí, Ecuador. Experience that consisted of establishing the behavior of COVID19 infections using the Two Variable Regression Analysis tool that GeoGebra has when working in the Spreadsheet view environment.

***Keywords*:** geogebra, education, regression, didactic, stadistics.

Objetivo: Analizar el comportamiento de los contagios de la covid19 en el Ecuador por medio de la visualización de los diferentes modelos de regresión que posee GeoGebra.

Desarrollo del trabajo

Antecedentes informativos

De acuerdo con información emitida por la Secretaría General de Comunicación de la Presidencia del Ecuador, el 29 de febrero de 2020 se conoció oficialmente el primer caso de covid 19 en el país; y desde ese instante el Gobierno empezó a tomar medidas

El 11 de marzo de 2020, cuando ya existían 17 contagios en el Ecuador, se activó el COE Nacional, organismo encargado de establecer directrices ante la emergencia y sobre todo de hacer pública las cifras oficiales de contagio.

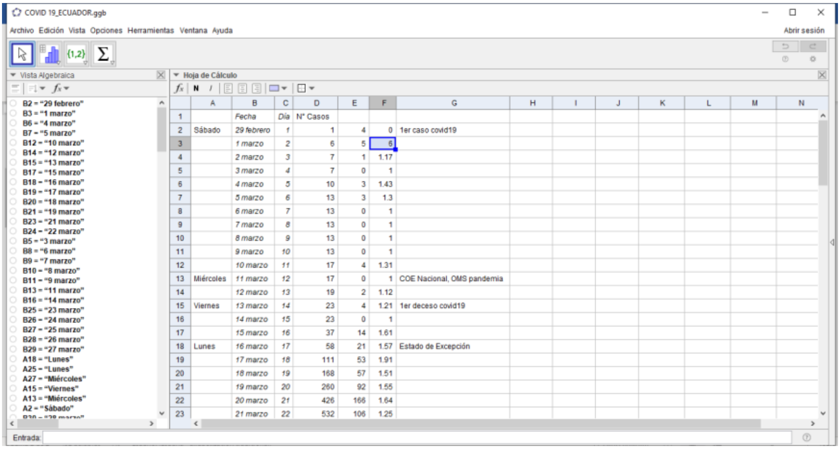
Para el 13 de marzo de 2020 ya existían 23 casos oficiales de covid19 y se conocía del primer deceso a causa de la misma enfermedad.

El 16 de marzo de 2020 se decreta el Estado de Excepción, teniendo en ese instante 58 casos confirmados de covid19 en el Ecuador.

Para el 25 de marzo de 2020 se decreta el Toque de Queda en todo el territorio ecuatoriano, ya con 1211 casos confirmados.

Organización de la información

La información del número de contagios que entregaba el COE Nacional se fue colocando en la Hoja de Cálculo de GeoGebra organizando la fecha, número de casos confirmados, entre otra información.



	A	B	C	D	E	F	G
1		Fecha	Día	N° Casos			
2	Sábado	29 febrero	1	1	4	0	1er caso covid19
3		1 marzo	2	6	5	6	
4		2 marzo	3	7	1	1.17	
5		3 marzo	4	7	0	1	
6		4 marzo	5	10	3	1.43	
7		5 marzo	6	13	3	1.3	
8		6 marzo	7	13	0	1	
9		7 marzo	8	13	0	1	
10		8 marzo	9	13	0	1	
11		9 marzo	10	13	0	1	
12		10 marzo	11	17	4	1.31	
13	Miércoles	11 marzo	12	17	0	1	COE Nacional, OMS pandemia
14		12 marzo	13	19	2	1.12	
15	Viernes	13 marzo	14	23	4	1.21	1er deceso covid19
16		14 marzo	15	23	0	1	
17		15 marzo	16	37	14	1.61	
18	Lunes	16 marzo	17	58	21	1.57	Estado de Excepción
19		17 marzo	18	111	53	1.91	
20		18 marzo	19	168	57	1.51	
21		19 marzo	20	260	92	1.55	
22		20 marzo	21	426	166	1.64	
23		21 marzo	22	532	106	1.25	

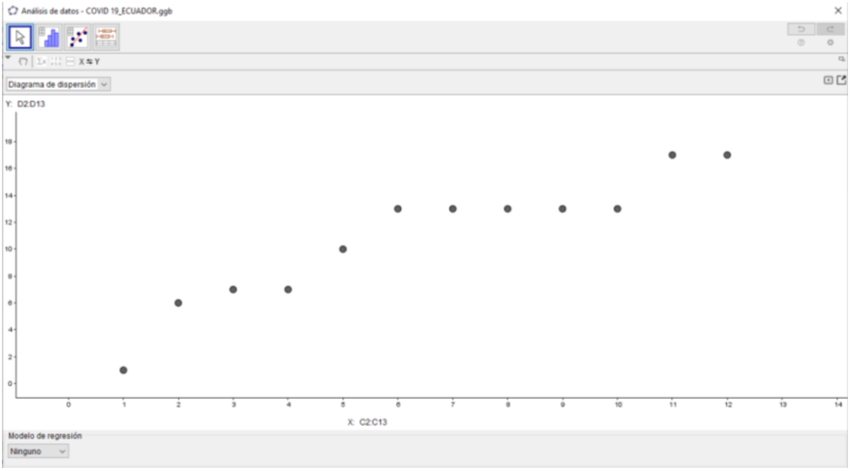
Análisis de Regresión

Una vez los datos numéricos organizados en la Hoja de Cálculo, se procedió a utilizar la herramienta Análisis de Regresión de dos Variables, en este caso: día de contagio y número de contagiados.

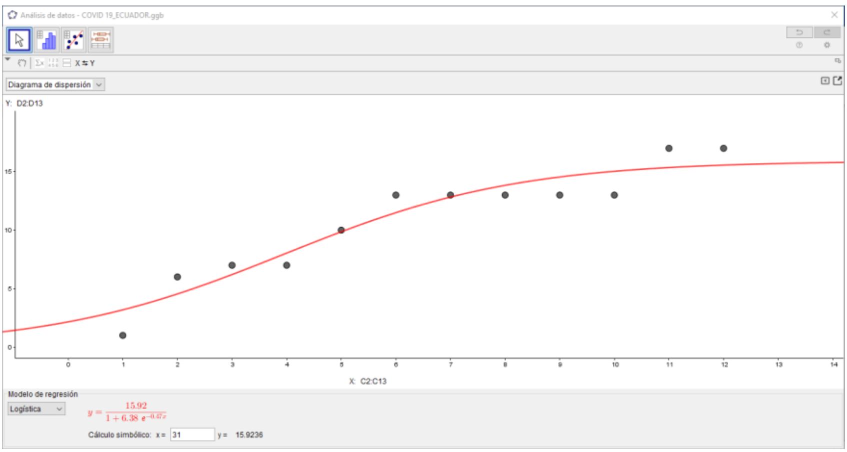
El análisis se realizó teniendo como cortes las decisiones tomadas por el Gobierno del Ecuador, así tenemos:

1. Primer contagio hasta activación del COE Nacional.

El comportamiento de los contagios de covid19 en los primeros 12 días se observa en la siguiente gráfica:

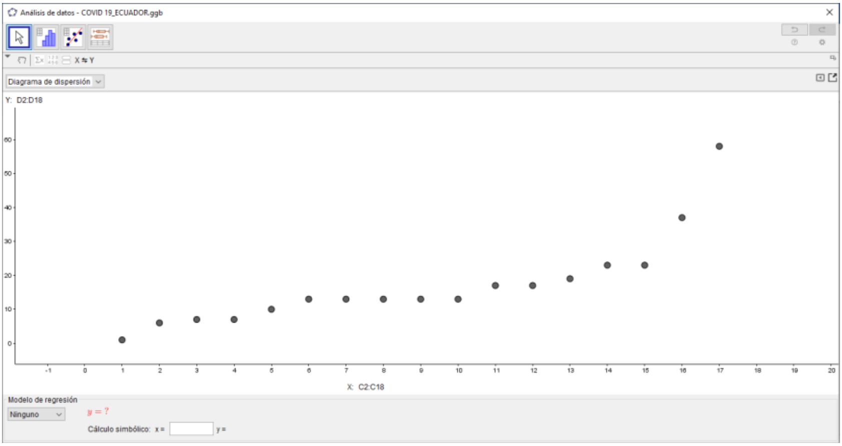


El modelo de regresión que más se ajusta sería el logístico, con el que haciendo una estimación al día 31 de la pandemia se tendrían alrededor de 16 contagios.

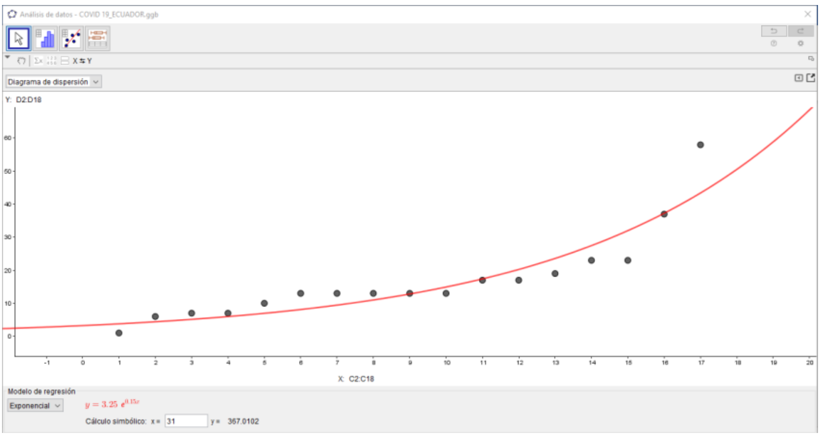


2. Primer contagio hasta decreto de Estado de Excepción.

El comportamiento de los contagios de covid19 en los primeros 17 días se observa en la siguiente gráfica:

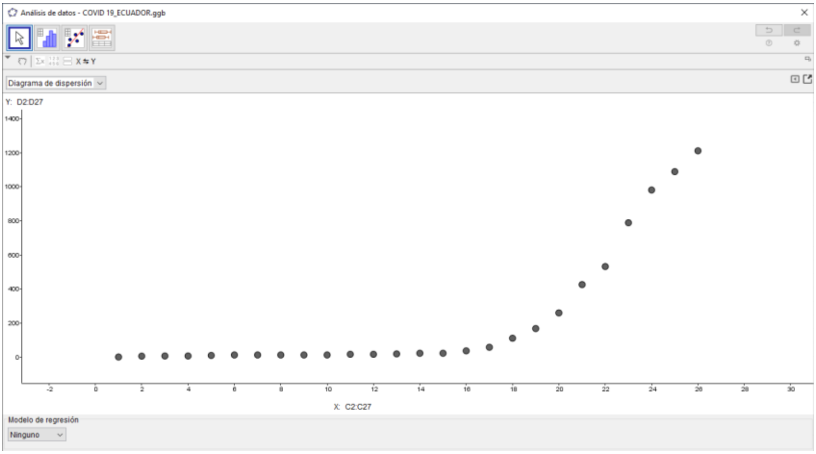


El modelo de regresión que más se ajusta sería el exponencial, con el que haciendo una estimación al día 31 de la pandemia se tendrían alrededor de 367 contagios.

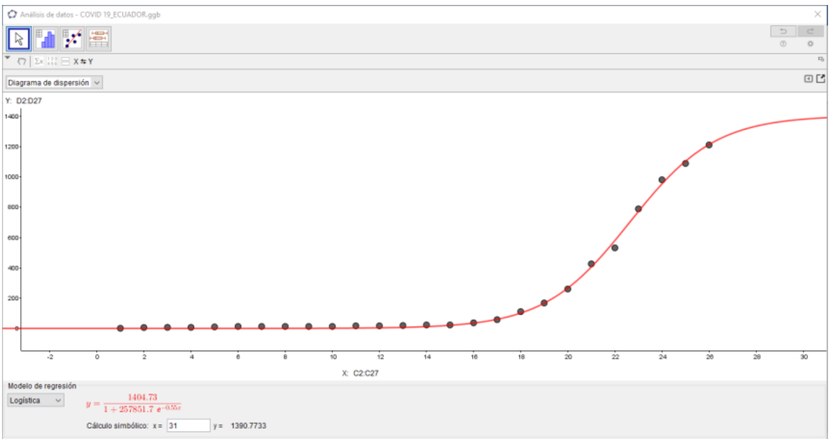


3. Primer contagio hasta decreto del Toque de Queda.

El comportamiento de los contagios de covid19 en los primeros 17 días se observa en la siguiente gráfica:



El modelo de regresión que más se ajusta sería el logístico, con el que haciendo una estimación al día 31 de la pandemia se tendrían alrededor de 1391 contagios.



Consideraciones finales

El trabajo realizado se puede convertir en un referente a ser utilizado en futuras investigaciones y también como recurso didáctico en la enseñanza de la Estadística.

De acuerdo a los mostrado en las gráficas que se obtuvieron con GeoGebra, se puede establecer que con un modelo de regresión se puede interpretar con mayor claridad el comportamiento de los casos de covid19 en Ecuador, y probablemente en otras regiones, tal como lo muestran Valero & Lezama, 2020.

Se puede inferir que el decreto de Toque de Queda fue una decisión acertada ya que según se muestra en las gráficas del tercer análisis, se consiguió "achatar la curva" de contagios.

Referencias

Carrillo, A. (2010). *GeoGebra. Un recurso imprescindible en el aula de Matemáticas*. España: UNIÓN.

Rivadeneira, F. (2019). *GeoGebra en la enseñanza de la Estadística Descriptiva*. Ecuador: UNAE

Valero, S. & Lezama, J. (2020). *Una experiencia didáctica con estudiantes de bachillerato en torno a la modelación de los datos del COVID19 en México*. México: Cinvestav-IPN

La II Jornada Ecuatoriana de GeoGebra ofreció a los docentes de matemática de todos los niveles del sistema educativo ecuatoriano la oportunidad de difundir sus resultados investigativos en torno a la utilización del software GeoGebra, como un recurso didáctico en el proceso de enseñanza-aprendizaje, en tiempos tan complejos como los vividos en el 2020, donde la humanidad ha sido azotada por la pandemia provocada por el Covid-19 y que ha conllevado un giro de 180° hacia la modalidad educativa virtual.

Sirvan las experiencias presentadas en esta obra como una contribución al quehacer educativo, pedagógico y didáctico de nuestros docentes ecuatorianos.