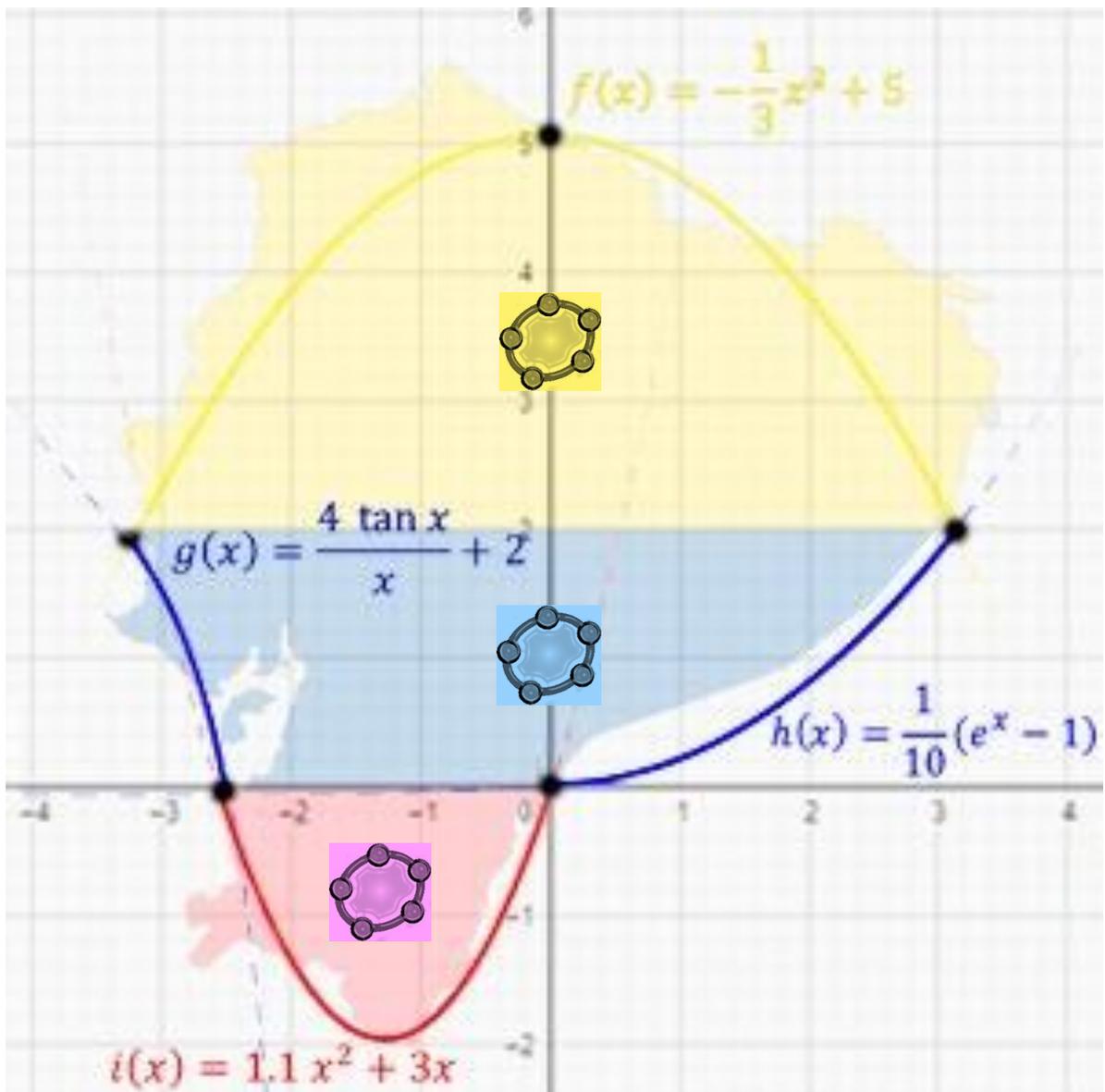


GeoGebra en el Ecuador



GeoGebra en el Ecuador

AUTORES COORDINADORES:

Marco Vinicio Vásquez Bernal

José Enrique Martínez Serra

Hugo Fernando Abril Piedra

COLECTIVO DE AUTORES:

Marco Vinicio Vásquez Bernal

José Enrique Martínez Serra

Hugo Fernando Abril Piedra

Henry Onel Ulloa Buitrón

Víctor Byron Pazmiño Puma

Roxana Aucchuallpa Fernández

Diana Isabel Rodríguez Rodríguez

Joana Valeria Abad Calle

Abdón Pari Condori

Rosa Ildaura Troya Vásquez

Arelys García Chávez

Luis Alexander Criollo Cabrera

◆ **UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN – UNAE**

Rectora:

Rebeca Castellanos Gómez

Vicerrector Académico:

Luis Enrique Hernández Amaro

Vicerrectora de Investigación y Posgrado:

Graciela de la Caridad Urías Arbeláez

◆ **ORGANIZACIÓN DE ESTADOS IBEROAMERICANOS PARA LA EDUCACIÓN, LA CIENCIA Y LA CULTURA – OEI**

Directora y Representante Permanente OEI – Oficina Nacional del Ecuador:

Sara Jaramillo Idrobo

Técnico de Proyectos OEI - Oficina Nacional del Ecuador:

Henry Onel Ulloa Buitrón

GeoGebra en el Ecuador

ISBN: _____

Coordinadores:

Marco Vinicio Vásquez Bernal

José Enrique Martínez Serra

Hugo Fernando Abril Piedra

Diseño y diagramación general:

José Enrique Martínez Serra

Diseño de portada:

Thalía Ortiz García

Créditos:

Este libro ha sido editado con el financiamiento de la Organización de Estados Iberoamericanos - OEI

◆ **CASA DE LA CULTURA ECUATORIANA, NÚCLEO DEL CAÑAR – CCE**

Director:

Edgar Palomeque Cantos

Diseño y Edición:

Editorial Alonso María Arce de la CCE, Núcleo del Cañar

Contenido

Prólogo	7
Agustín Carrillo de Albornoz Torres.....	7
§1. El software GeoGebra	9
José Enrique Martínez Serra	9
Arellys García Chávez.....	9
1.1. Introducción	9
1.2. Surgimiento y evolución del software GeoGebra	10
1.1. Principales conceptualizaciones y características	11
1.2. Principales recursos	13
§2. El Proyecto de Investigación “Empleo del software GeoGebra en el Proceso de Enseñanza Aprendizaje de la Matemática”	17
Marco Vinicio Vásquez Bernal	17
José Enrique Martínez Serra	17
2.1. Motivaciones para el diseño del proyecto	17
2.2. Principales elementos de la concepción del proyecto	19
2.3. Resultados obtenidos desde su aprobación a la fecha. Principales proyecciones	22
2.4. Referencias	26
§3. El Instituto Ecuatoriano de GeoGebra (IEG)	30
3.1. Proceso de fundación del IEG	30
3.1.1. Panorámica general	30
Marco Vinicio Vásquez Bernal	30
3.1.2. Contribuciones de la OEI al Instituto Ecuatoriano de GeoGebra	38
Henry Onel Ulloa Buitrón	38
3.1.3. Contribuciones del MINEDUC al Instituto Ecuatoriano de GeoGebra	40
Víctor Byron Pazmiño Puma.....	40
§4. Las Jornadas Ecuatorianas de GeoGebra (JEG)	43
Joana Valeria Abad Calle	43
Diana Isabel Rodríguez Rodríguez.....	43
4.1. Las Primeras Jornadas Ecuatorianas de GeoGebra	43
1.1. Las Segundas Jornadas Ecuatorianas de GeoGebra	49
§5. Los Cursos de Capacitación a docentes ecuatorianos en el empleo del software GeoGebra en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática	55
Roxana Aucchuallpa Fernández	55

Abdón Pari Condori	55
2.1. Introducción	56
2.2. Revisión Teórica	58
2.2.1. Formación continua	58
2.2.2. Competencia digital.....	59
2.2.3. GeoGebra	60
2.3. Metodología	61
2.4. Procesos de planificación, ejecución y evaluación de los cursos de capacitación. 63	
2.5. Resultados obtenidos en las encuestas de satisfacción	71
2.6. Reflexiones y consideraciones finales	74
§6. Concepción de la encuesta de amplio alcance a docentes ecuatorianos de Matemáticas sobre “La incursión e impacto del empleo del software GeoGebra en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Matemática en el Ecuador”	77
6.1. Problemática y objetivos.....	77
Rosa Ildaura Troya Vasquez	77
6.2. Diseño de la encuesta sobre impacto del empleo del software GeoGebra	79
Rosa Ildaura Troya Vasquez	79
6.3. Población y muestreo.....	83
José Enrique Martínez Serra	83
6.4. Propuesta para el procesamiento de los resultados	89
Luis Alexander Criollo Cabrera	89
§7. Procesamiento de resultados de las encuestas.....	93
7.1. Resultados sobre datos generales de los encuestados e indicadores de uso de GeoGebra	93
Marco Vinicio Vásquez Bernal	93
Hugo Fernando Abril Piedra	93
Joana Valeria Abad Calle.....	93
Roxana Aucahualpa Fernández	93
Rosa Ildaura Troya Vásquez	93
Luis Alexander Criollo Cabrera	93
7.2. Resultados sobre indicadores de beneficio de GeoGebra.....	99
José Enrique Martínez Serra	99
Diana Isabel Rodríguez Rodríguez.....	99
Arellys García Chávez.....	99

7.2.1. Preguntas de la encuesta sobre el “impacto del uso de GeoGebra en la enseñanza de las matemáticas” que ofrecen información sobre los beneficios del empleo de GeoGebra	99
7.2.2. Preguntas de la encuesta sobre “uso de GeoGebra” que ofrecen información sobre los beneficios del empleo de GeoGebra.....	100
7.2.3. Indicadores de beneficio a valorar	101
7.2.4. Procesamiento de datos sobre algunos indicadores de beneficio obtenidos en la encuesta sobre “impacto del uso de GeoGebra”.....	102
7.2.5. Gráficos e interpretaciones que visualizan el comportamiento de los indicadores de beneficio en la encuesta sobre “uso de GeoGebra”	105
7.2.6. Establecimiento de correlaciones convenientes entre algunos indicadores de beneficio en la encuesta sobre “uso de GeoGebra”.....	108
7.2.7. Conclusiones parciales.....	112
7.2.8. Recomendaciones.....	112
7.2.9. Bibliografía.....	113
§8. Proyecciones sobre políticas y actividades del Instituto Ecuatoriano de GeoGebra derivadas de los resultados obtenidos mediante las encuestas	114
Colectivo de autores	114
8.1. Planificación Estratégica del Instituto Ecuatoriano de GeoGebra	116
§9. Algunos recursos de GeoGebra diseñados y empleados por los autores en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática	118
9.1. Recursos de Geometría para la Educación Inicial.....	118
Diana Isabel Rodríguez Rodríguez.....	118
9.2. Recursos de Aritmética y Álgebra para la Educación Media	129
Roxana Aucahuallpa Fernández	129
9.3. Recursos de geometría y Algebra para la Educación Básica Superior	139
Marco Vinicio Vásquez Bernal	139
9.4. Recurso para la Geometría 3D.....	151
Rosa Ildaura Troya Vásquez	151
9.5. Recursos de Geometría y Funciones para el Bachillerato.....	158
Luis Alexander Criollo Cabrera	158
9.6. Acercamiento a las curvas maravillosas.....	167
José Enrique Martínez Serra	167

Prólogo

Agustín Carrillo de Albornoz Torres¹

Parte de la historia de GeoGebra en la UNAE quizás comenzara a fraguarse durante el VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (CIBEM) celebrado en Madrid en julio de 2017, en el que aún recuerdo la ilusión con la que Marco Vinicio Vázquez nos convenció a Juan Carlos Toscano (OEI) y a mí, para que la próxima edición del Día GeoGebra Iberoamericano se celebrara en el año 2018 en la UNAE.

El objetivo que se planteaba el equipo de docentes de la UNAE, no era solo organizar una nueva edición de esta actividad, eran mucho más ambiciosos ya que deseaban que este Día GeoGebra sirviera de lanzamiento de todo el plan de trabajo que deseaban realizar a largo plazo para promover el uso de este software como recurso para la enseñanza y aprendizaje de unas nuevas matemáticas que aprovecharan las posibilidades que GeoGebra ofrece para cambiar la forma de trabajo en el aula.

Para lograrlo, iniciaron el proceso para constituir el Instituto Ecuatoriano de GeoGebra, reconocido por el Instituto Internacional de GeoGebra en febrero de 2018, el mismo año en el que celebrarían sus jornadas. Aunque los tiempos no eran propicios para la creación de nuevos institutos, así lo entendían desde el Instituto Internacional, se logró gracias al apoyo de distintas instituciones y sobre todo de su propia Universidad que contaba como Rector con Freddy Álvarez González, que en las conversaciones que mantuve con él, a pesar de no ser docente del área de matemáticas, estaba convencido de la importancia de este programa y de las posibilidades que ofrecía.

El equipo de docentes de la UNAE no ha parado desde entonces, afrontando la organización de dos ediciones de las Jornadas Ecuatorianas de GeoGebra, en 2019 de

¹ Director del Instituto GeoGebra de Andalucía, España. Nombrado embajador de GeoGebra por el Instituto Internacional de GeoGebra. Colaborador habitual de la Organización de Estados Iberoamericanos (OEI) con la que he participado y coordinado actividades como cursos de formación online tanto para profesorado de Primaria como de Secundaria. También, desde hace tres años ha coordinado los Club de GeoGebra Iberoamericanos convocados a través de Iberciencia de la OEI. En la actualidad desempeña los cargos de Secretario general de la Federación Iberoamericana de Sociedades de Educación Matemática (FISEM) www.fisem.org y Secretario general de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) www.fespm.es Coautor del libro "GeoGebra. Mucho más que geometría dinámica".

forma presencial y como era de esperar, en 2020 de forma virtual por las razones que todos conocemos. En ambas ocasiones tuve la suerte de participar gracias a su amable invitación.

Visitar la UNEA y compartir con su profesorado y alumnado supone una gran satisfacción, ya que la sensación no es la de cumplir un trabajo o realizar una exposición, es más un compromiso con un grupo de docentes, o mejor dicho amigos, con los que conversar y debatir sobre cómo mejorar nuestra labor.

Como se puede apreciar en los distintos capítulos de este libro, han abordado nuevos proyectos, no solo encaminados a la formación de docentes, también a la investigación de los cambios que produce el uso de GeoGebra en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas cuyos resultados figuran en uno de sus capítulos.

Y aún más, como otros usuarios han creado nuevos recursos apoyados en GeoGebra para los distintos niveles educativos que describen y por supuesto comparten con el resto de usuarios a través de la Web de Recursos que ofrecen los creadores de este software que, además, aparecen descritos en otro de los capítulos de este libro.

Compartir es una característica esencial y primordial que todos los usuarios no deben olvidar ya que si Markus Hohenwarter, creador de GeoGebra ha compartido con millones de usuario su programa, el resto tenemos que imitarlo para que aquellos materiales, construcciones, experiencias, etc., que elaboramos queden también a disposición de todos. De esta forma nos ayudaremos para mejorar la enseñanza de las matemáticas.

§1. El software GeoGebra

José Enrique Martínez Serra²

Arelys García Chávez³

1.1. Introducción

A partir del desarrollo de las TIC en la era digital, cada vez es mayor la oferta de programas disponibles para utilizar en el aula cuando se desea incorporar las TIC. Ya no es necesario recurrir a programas comerciales con el consiguiente costo, ya que se podrán encontrar alternativas a estos programas a través de las opciones que ofrece el software libre.

Así, para desarrollar los contenidos de geometría se pueden encontrar en Internet, distintos programas como Regla y Compás, Dr. Geo o Kig y, por supuesto, GeoGebra.

Aunque básicamente, todos estos programas de geometría dinámica tienen características comunes, no todos son iguales, sobre todo si se consideran las características que ofrecen.

Como se afirma en Carrillo, Pari & Auccahuallpa (2020):

“Con todos estos programas se trabaja de manera análoga, ya que a partir de unos objetos elementales (puntos, rectas, circunferencias, etc.), se realizan distintas construcciones, estableciendo relaciones afines y métricas entre los objetos que intervienen, de manera que al mover cualquier objeto elemental se mantengan las relaciones existentes entre los objetos de la construcción. Es evidente que para que se mantengan las relaciones, es necesario que los objetos estén relacionados a partir de propiedades geométricas y no a partir de trazados a mano alzada”. P. 1.

Esta característica expresada por los autores citados, es el principio fundamental para tener en cuenta sobre el significado de la geometría dinámica.

² UNAE, jose.martinez@unae.edu.ec

³ UNAE, arelys.garcia@unae.edu.ec

1.2. Surgimiento y evolución del software GeoGebra

GeoGebra es un software matemático interactivo libre para la educación en colegios y universidades. Su creador Markus Hohenwarter, comenzó el proyecto en el año 2001, como parte de su tesis de maestría, en la Universidad de Salzburgo, lo continuó en la Universidad Atlántica de Florida (2006-2008), luego en la Universidad Estatal de Florida (2008-2009) y en la actualidad, en la Universidad de Linz, Austria.

GeoGebra está escrito en Java y por tanto está disponible en múltiples plataformas: Microsoft Windows en todas sus versiones; Apple macOS, de la versión 10.6 en adelante; Linux: compatible con Debian, Ubuntu, Red Hat y OpenSUSE; andorid, dependiendo del dispositivo; apple Ios, versión 6.0 o posterior.

Es básicamente un procesador geométrico y un procesador algebraico, es decir, un compendio de matemática con software interactivo que reúne geometría, álgebra, estadística y cálculo, por lo que puede ser usado también en física, proyecciones comerciales, estimaciones de decisión estratégica y otras disciplinas. Su categoría más cercana es la de “software de geometría dinámica”.

GeoGebra permite el trazado dinámico de construcciones geométricas de todo tipo, así como la representación gráfica, el tratamiento algebraico y el cálculo de funciones reales de variable real, sus derivadas, integrales, etc.

Desde la fundación de GeoGebra, por Markus Hohenwarter, se esperaba lograr un programa que reuniera las virtudes de los programas de geometría dinámica, con las de los sistemas de cálculo simbólico. Marcus valoraba todos estos recursos para la enseñanza de la matemática, pero notaba que, para el común de los docentes, los programas de cálculo simbólico resultaban difíciles de aprender, dada la rigidez de su sintaxis, y que por esta razón evitaban su uso. Por otro lado, observaba que los docentes valoraban de mejor manera los programas de geometría dinámica, ya que su interfaz facilitaba su utilización. De esta forma, surgió la idea de crear GeoGebra.

Rápidamente el programa fue ganando popularidad en todo el mundo y un gran número de voluntarios se fue sumando al proyecto desarrollando nuevas funcionalidades, materiales didácticos interactivos, traduciendo tanto el software como su documentación

a decenas de idiomas, colaborando con nuevos usuarios a través del foro destinado para tal fin.

En la actualidad, existe una comunidad de docentes, investigadores, desarrolladores de software, estudiantes y otras personas interesadas en la temática, que se nuclean en los distintos Institutos GeoGebra locales que articulan entre sí a través del Instituto GeoGebra Internacional.

Especialmente importante y enriquecedor resulta el empleo de GeoGebra en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en los tiempos actuales de modalidad virtual, provocada forzosamente por las condiciones de asilamiento que viven los seres humanos durante los dos últimos años 2020 y 2021, debido a la conocida pandemia producida por el nuevo coronavirus SARS-CoV-2, causante de la enfermedad conocida como COVID 19, y que al 31 de marzo de 2021 ha cobrado cerca de 3 millones de muertes a nivel planetario.

Uno de estos procesos que ha sufrido transformaciones drásticas en muchos países, incluido el Ecuador, ha sido la Educación Matemática en los diferentes niveles de enseñanza, la cual ha debido emigrar, de una modalidad presencial a una modalidad virtual, donde el papel de los medios y recursos tecnológicos, así como sus metodologías activas y didácticas innovadoras asociadas, han tomado total vigencia y han evolucionado considerablemente en los dos últimos años.

Es por ello que, gracias al surgimiento en abril del 2018, del Instituto Ecuatoriano de GeoGebra se han concebido en el Ecuador disímiles actividades, proyectos y eventos científicos que tienen en el centro de su atención el empleo de GeoGebra, y que serán descritos con minuciosidad en otros apartados de este libro.

1.1. Principales conceptualizaciones y características

Las sucesivas versiones de GeoGebra han ido añadiendo diferentes características, así como nuevos comandos. Las versiones en desarrollo aportarán soporte para cálculo simbólico (4.2) y 3D (5.0).

Actualmente, con GeoGebra, podemos convertir nuestro móvil o tablet en calculadoras, activando el Modo Examen. Durante el Modo Examen, el alumnado permanece sin conexión y solo puede utilizar las aplicaciones GeoGebra.

Una breve panorámica de las diferentes versiones que ha tenido GeoGebra, desde su creación, se ofrece a continuación:

- Versión 1.0. Fecha de lanzamiento: febrero de 2002. Objetos disponibles: punto, vector, recta, ángulo, número y sección cónica. Construcciones con el ratón y la barra de entrada. Extensión de los archivos: .geo. Idiomas: inglés y alemán.
- Versión 2.0. Fecha de lanzamiento: 9 de enero de 2004. Funciones en x, graficación, derivadas, integrales, tangente en un punto. Funciones hiperbólicas. Exportación de gráficos como EPS, PNG y JPG. Extensión de los archivos: .ggb (XML comprimido). Idiomas: inglés y alemán.
- Versión 3.0. Fecha de lanzamiento 22 de marzo de 2008. Polígonos regulares, curvas paramétricas, listas. Nuevas herramientas: área, pendiente, longitud, perímetro. Funciones por partes. Operaciones lógicas binarias. Inserción de texto (y fórmulas en LaTeX) e imágenes. Exportación de gráficos como PDF, SVG, EMF y PSTricks. Exportación como página web dinámica. Ajustes almacenables. Idiomas: 39 idiomas (incluido español por primera vez).
- Versión 3.2. 3 de junio de 2009. Vista de Hoja de Cálculo. Nuevas herramientas: compás, inversión, cónicas. Comandos de funciones estadísticas y gráficos. Matrices y números complejos. Capas y colores dinámicos. Exportación a PGF/TikZ. Idiomas: 45.
- Versión 4.0. Fecha de lanzamiento: 20 de octubre de 2011. GeoGebraTube (compartición de hojas dinámicas en línea). GeoGebraPrim (versión para estudiantes pequeños). Requiere Java 5. Nuevas herramientas: análisis de datos, cálculo de probabilidades, inspección de funciones; polígonos rígidos, polilíneas. Desigualdades, inecuaciones, ecuaciones implícitas y funciones de varias variables. Logaritmos en cualquier base. Copiar y pegar. Posibilidad de asociar guiones a cada objeto en lenguaje propio o JavaScript. Botones, cajas de entrada y herramienta lápiz. Exportación a GIF animado y archivo de Asymptote. Idiomas: 50.

- Versión: 4.2. Fecha de lanzamiento: 3 de diciembre de 2012. Soporte para cálculo simbólico: Vista algebraica CAS. Nuevos comandos de GeoGebra, LaTeX y JavaScript.
- Versión 4.4. Fecha de lanzamiento: 1 de diciembre de 2013. Nuevo motor de álgebra simbólica. Mayor integración con GeoGebraTube. Eliminada la exportación a página web dinámica HTML. Nuevos comandos.
- Versión: 5.0. Soporte para 3 dimensiones: Vista 3D. Soporte para funciones de 2 variables. Nuevas herramientas y objetos: plano, prisma recto, esfera; pirámide, cilindro, cono. Ventana Python y tortugas como en Logo.
- Versión: 6.0. Versión de GeoGebra en HTML5.

1.2. Principales recursos

El sitio web oficial de GeoGebra se encuentra en la dirección www.GeoGebra.org, y en su Inicio pueden verse los menús principales:

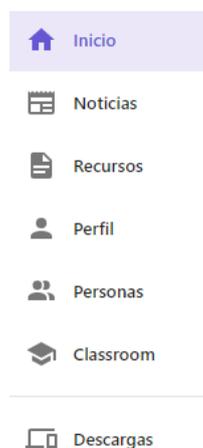


Figura 1. Menús principales del sitio de GeoGebra

Dentro de estos menús pueden encontrarse los elementos relativos a cada una de las secciones declaradas.

Especialmente se hace énfasis en los recursos agrupados en los grandes nodos:

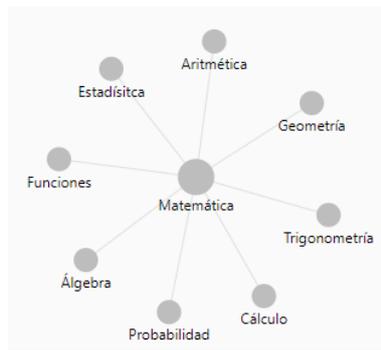


Figura 2. Nodos principales de los recursos disponibles en el sitio de GeoGebra

De tal forma, que al clicar cualquiera de ellos, se despliegan nuevos nodos, según sea el área al que pertenece el recurso que se busca.

Por ejemplo, al clicar el nodo “Geometría” aparece:



Figura 3. Nodos que se despliegan una vez que se clickea el nodo principal "Geometría" de los principales recursos de GeoGebra

Y, a su vez, ya se van visualizando debajo ficheros donde se muestran varios recursos que han ido subiendo los usuarios de GeoGebra.

El lector puede clicar algunos de estos enlaces para preciar una muestra representativa de recursos:

- <https://www.GeoGebra.org/m/dAqNKuXH#material/QX6K3DgE> (Teselaciones)
- <https://www.GeoGebra.org/m/Nda4cXke> (Ecuaciones cuadráticas)
- <https://www.GeoGebra.org/m/Wk39MzgQ> (Ley de los cosenos con material concreto)
- <https://www.GeoGebra.org/m/CP6PrCpW> (función exponencial y logarítmica)

Por otra parte, en el menú Descargas (<https://www.GeoGebra.org/download>), pueden verse diferentes softwares de GeoGebra



Figura 4. Menú que de softwares de GeoGebra que se despliega al clicar el menú "Descargas" del menú principal del sitio de GeoGebra

Una de las versiones más usadas de GeoGebra en la actualidad es la versión 5 del programa, que ofrece las siguientes vistas que se vinculan dinámicamente:

- Vista gráfica 2D: En esta vista se pueden realizar construcciones geométricas utilizando puntos, rectas, segmentos, polígonos, cónicas, etc. También se pueden realizar operaciones tales como intersección entre objetos, traslaciones, rotaciones, etc. Además, se pueden graficar funciones, curvas expresadas en forma implícita, regiones planas definidas mediante desigualdades, etc.
- Vista algebraica: Allí se muestran las representaciones algebraicas y numéricas de los objetos representados en las otras vistas del programa.
- Vista gráfica 3D: En esta vista se pueden representar, además de los objetos mencionados para la vista gráfica 2D, planos, esferas, conos, poliedros, funciones de dos variables.
- Vista hoja de cálculo: Presenta una planilla con celdas organizadas en filas y columnas en las cuales es posible ingresar y tratar datos numéricos. También ofrece herramientas para el tratamiento estadístico de los datos.
- Vista CAS (Cálculo Simbólico): Permite realizar cálculos en forma simbólica (derivadas, integrales, sistemas de ecuaciones, cálculo matricial, etc.).

- Vista de Probabilidades y Estadística: Esta vista contiene representaciones de diversas funciones de distribución de probabilidad y permite calcular la probabilidad de las mismas en un determinado intervalo. También ofrece una calculadora que permite realizar tests estadísticos.

Algunos enlaces contenedores de Videos Tutoriales para irse familiarizando con el empleo de GeoGebra son:

- <https://video.search.yahoo.com/yhs/search?fr=yhs-iba-1&hsimp=yhs-1&hspart=iba&p=video+introducci%C3%B3n+al+GeoGebra#id=2&vid=dac59960545196196e4024ed47fe55f0&action=click>
- <https://video.search.yahoo.com/yhs/search?fr=yhs-iba-1&hsimp=yhs-1&hspart=iba&p=video+introducci%C3%B3n+al+GeoGebra#id=1&vid=8ad9a4704e8c87c4f0b5ecc07a63f827&action=view>

Bibliografía

Carrillo, A.; Pari, A. & Auccahuallpa, R. (2020). Uso de GeoGebra para la enseñanza de las matemáticas. Folleto para el curso de Educación Continua a docentes ecuatorianos.

<https://educacioncontinua.unae.edu.ec/mod/resource/view.php?id=62716>

Díaz, L., Rodríguez, J., Lingán, S. (2018). Enseñanza de la geometría con el software GeoGebra en estudiantes secundarios de una institución educativa en Lima. *Revista de Psicología Educativa*, Vol. 6 No. 2.

<http://dx.doi.org/10.20511/pyr2018.v6n2.251>

Pari, A. (2019) Memorias de la I Jornada Ecuatoriana de GeoGebra. ISBN: 978-9942-783-42-4 Digital Universidad Nacional de Educación del Ecuador- UNAE pp. 5 – 6

<https://unae.edu.ec/editorial/portal-de-libros/memorias-de-la-i-jornada-ecuatoriana-de-GeoGebra/>

Ministerio de Educación (2016). *Currículo de Educación General Básica y Bachillerato General Unificado*. [https://educacion.gob.ec/wp-](https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/03/MATE_COMPLETO.pdf)

[content/uploads/downloads/2016/03/MATE_COMPLETO.pdf](https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/03/MATE_COMPLETO.pdf)

Vaillant, D., Rodríguez Zidán, E. y Bentancor Biagas, G. (2020). Uso de plataformas y herramientas digitales para la Enseñanza de la Matemática. *Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação*, 28 (108), pp. 718-740. <https://doi.org/10.1590/s0104-40362020002802241>

§2. El Proyecto de Investigación “Empleo del software GeoGebra en el Proceso de Enseñanza Aprendizaje de la Matemática”

Marco Vinicio Vásquez Bernal⁴

José Enrique Martínez Serra⁵

2.1. Motivaciones para el diseño del proyecto

La matemática como un curso o disciplina basada en la ciencia se conoce como la reina de todas las ciencias. Durante mucho tiempo, el papel de las matemáticas se redujo al dominio puramente académico. Pero en la actualidad, el papel de las matemáticas no se limita al dominio puramente académico, esta ha entrado en el campo de la tecnología y la industria. Aunque, a veces, el profesor de matemáticas no tiene suficiente conocimiento, de esta ciencia, por lo que es necesario leer conceptos que contradicen lo que dice o implica la teoría de las matemáticas. Sin embargo, las matemáticas fomentan la adquisición de habilidades y conocimientos científicos especializados, lo que explica los fenómenos naturales de la vida en la sociedad. Es algo que crece en la civilización a medida que aumenta la demanda de cantidad de personas. Se originó de un problema práctico, y los hombres necesitaban resolver estos problemas. Ha contribuido al desarrollo de la civilización, de la cultura y otras disciplinas. A pesar de su naturaleza abstracta de las matemáticas, su enseñanza es el pensamiento científico entre los estudiantes.

La globalización y el cambio tecnológico han creado una nueva economía global impulsada por la tecnología, la información y la comunicación. Esto ha planteado muchos desafíos para la enseñanza y aprendizaje didáctico del sistema educativo. Tanto NCTM

⁴ UNAE, marco.vasquez@unaeedu.onmicrosoft.com

⁵ UNAE, jose.martinez@unae.edu.ec

(Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas) como BECTA (Agencia Británica de Comunicaciones Educativas y Tecnología) se centraron en la tecnología como habilitadora, así como alentar a los estudiantes a centrarse en la reflexión, verificación, toma de decisiones y resolución de problemas (NCTM, 2000; BECTA, 2003). En esa perspectiva, GeoGebra mucho más que geometría dinámica (Carrillo & Llamas, 2010) es una herramienta que respalda el proceso de aprendizaje y promete nuevas soluciones a los desafíos que enfrenta la educación del siglo XXI.

El aprendizaje del siglo XXI puede verse como una transformación educativa global que abarca habilidades de pensamiento de orden superior, alta información y habilidades tecnológicas, resolución de problemas, pensamiento innovador, generación de múltiples ideas y habilidades de tomas de decisiones que puedan involucrarse en la enseñanza y aprendizaje que enfatice el conocimiento, habilidades y valores para enfrentar problemas cotidianos de manera lógica y sistemática (Saavedra & Opfer, 2012). Es decir, las dimensiones clave de las prácticas de aprendizaje promovidas por varios modelos de aprendizaje del siglo XXI incluye el aprendizaje colaborativo, el uso de las tecnologías de información y comunicación (TIC) como herramienta para la construcción y reconstrucción y co-construcción del conocimiento, el pensamiento crítico y creativo, y la resolución auténtica de problemas (Chai et al. 2015).

El Proyecto de Investigación “Empleo del software GeoGebra en el Proceso de Enseñanza Aprendizaje de la Matemática” se enfoca en la dimensión de uso de las tecnologías de información y comunicación específicamente, en el impacto que está alcanzando del software de GeoGebra en la enseñanza de la matemática en el Ecuador a través de los cursos que desarrolla en forma conjunta el Instituto Ecuatoriano de GeoGebra (IEG), la Universidad Nacional de Educación (UNAE), la Organización de Estados Iberoamericanos (OEI) y el Ministerio de Educación (MinEdu) para profesores de las ciudades Ambato, Azogues, Guayaquil, Ibarra, Lago Agrio, Loja, Machala, Manta, Quevedo, Quinindé y Tena.

El estudio se realiza con profesores que participaron o participaran del curso “GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de las matemáticas en la Educación Básica” en su forma bimodal: la primera parte virtual y la segunda parte en forma virtual utilizando la plataforma de la Universidad Nacional de Educación. Incluso, la investigación puede

extenderse a todos los profesores de matemáticas de los diferentes niveles a través de un cuestionario en línea para determinar el porcentaje de profesores que utilizan GeoGebra en el País.

2.2. Principales elementos de la concepción del proyecto

Al utilizar GeoGebra como una herramienta para el aprendizaje de las matemáticas, los profesores pueden maximizar el impacto de las TIC en la educación matemática (BECTA, 2003). Con ello, se les enseña a trabajar en grupos de colaboración o aplicar el proceso de resolución de problemas, comprenden el concepto y el proceso cuando aprenden con GeoGebra. Los estudiantes desarrollan el pensamiento de orden superior que consiste en la transformación de la información y el concepto. Esta transformación ocurre cuando los estudiantes combinan ideas de información, sintetizan, generan, interpretan, estiman, conjeturan, o llegan a una conclusión o interpretación de una forma visual, dinámica y creativa. GeoGebra se convierte más poderosa cuando se utiliza como herramienta para la resolución de problemas, el desarrollo conceptual y pensamiento crítico en matemáticas.

La Educación permite a las personas adaptarse a los cambios en sociedades más complejas. En ese contexto, las matemáticas proporcionan una restauración simple del razonamiento lógico y el conocimiento. Esta capacidad de proporcionar y adquirir una educación es una de las características que diferencian a los seres humanos de los otros seres vivos. Utilizando GeoGebra como herramienta, los estudiantes dedican tiempo productivo a desarrollar estrategias para resolver problemas complejos y a desarrollar una comprensión profunda de diversos temas matemáticos. Porque para un conocimiento avanzado, las personas mejoran continuamente sus herramientas y estrategias de enseñanza y aprendizaje. En esa perspectiva, GeoGebra es una herramienta que brinda nuevas oportunidades para la enseñanza y aprendizaje como un medio de innovación en educación matemática que ayuda a responder a los requerimientos del aprendizaje del siglo XXI. Cuando los estudiantes utilizan GeoGebra como herramienta puede ayudar a resolver problemas, a comprender lo que sucede, a desarrollar sus habilidades en el uso y aplicación de las matemáticas.

Por otro lado, desde su creación GeoGebra despertado el interés de matemáticos, profesores de matemática, investigadores como parte de la integración de las TIC en la educación (Pari, 2019). Es decir, GeoGebra apoya la noción de integración de la tecnología en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en las escuelas por su potencial de promover la participación activa de los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas. El aprendizaje activo podría proporcionar a los estudiantes experiencias de aprendizaje significativas y oportunidades para producir trabajos de calidad, creativos e innovadores. Porque el software dinámico tiene la capacidad de apoyar los enfoques lógicos y sistemáticos de los estudiantes para resolver problemas de geometría y también desencadena múltiples formas de interacciones y colaboraciones en las aulas de matemáticas. La estimulación del pensamiento creativo e innovador de los estudiantes proporciona evidencia del apoyo potencial del software dinámico para realizar el aprendizaje del siglo XXI dentro de la Educación Matemática.

Sin embargo, coincidimos con la pregunta ¿Por qué se lanzan móviles mejores cada pocos meses, y coches mejores todos los años, pero no somos capaces de decir que hemos mejorado el sistema educativo incluso a lo largo de varias décadas? (EL PAIS, 17/05/2012). Creo que existe una respuesta simple a la pregunta: Tenemos expertos que entienden la electrónica por detrás de la pantalla del móvil y su diseño; de hecho, todo un ejército de investigadores y tecnólogos para crear módulos inalámbricos más eficientes ¡que sean un 10% más pequeños o livianos que los actuales! Si hiciéramos lo mismo en el campo de la educación, tendríamos en todos los países, muchas entidades investigando sobre como aprender los niños las matemáticas, como se entiende los conceptos científicos, que impacto tiene el tamaño de la clase en el aprendizaje, en que puntos se equivocan los niños cuando aprenden a resolver las ecuaciones lineales. Pero no lo hacemos. Por eso tenemos teléfonos móviles mejores cada pocos meses mientras que la educación sigue languideciendo, década tras década.

La verdad es que probablemente nadie en el mundo hoy sepa cómo solucionar nuestro problema educativo. Admitir esto es muy importante, pero no podemos caer en el pesimismo. Lo cierto es, que el enfoque convencional de tiza, exposición, uso texto escolar que implica la memorización de fórmulas y transferir estrategias aritméticas de la pizarra a los guiones de respuesta, se toma como un enfoque antiguo y es menos relevantes para estudiantes del siglo XXI (Saavedra & Opfer, 2012). Por ejemplo, la

National Education Association (2010) y Partnership for 21st Century Skills (2011) establecen cuatro habilidades específicas más importantes del aprendizaje para el siglo XXI: el pensamiento crítico, la comunicación, la colaboración, la creatividad y la innovación. Para enfrentar problemas de aprendizaje global como TIMSS y PISA, cada estudiante debe tener la capacidad de aplicar sus conocimientos al resolver problemas y sentirse confiado para enfrentar problemas no rutinarios.

Por esta razón la investigación propuesta es pertinente y necesario para determinar el impacto que está teniendo el uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de las matemáticas, las bondades y las dificultades que enfrentan los profesores para su integración, el apoyo de los directivos y los expertos en GeoGebra y contenidos del curso. También se explora las opiniones de los maestros y estudiantes con respecto a la implementación de lecciones tradicionales, así como las lecciones que habían incorporado el uso del software de geometría dinámica GeoGebra.

Además, los resultados del estudio podrían beneficiar al Ministerio de Educación de Ecuador y otras organizaciones, preocupados e interesados en la educación, así como diseñar talleres de enseñanza y aprendizaje para el avance de las competencias y habilidades profesionales de los maestros de matemáticas y con ello ofrecer actividades de enseñanza y aprendizaje de matemáticas en las aulas de matemáticas.

El proyecto de investigación ha estado dirigido a cumplimentar los siguientes objetivos:

Objetivo General: Analizar el impacto del uso de GeoGebra en la práctica pedagógica del profesorado ecuatoriano que participa del curso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de las matemáticas.

Objetivos específicos

1. Revisión de la literatura de uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de las matemáticas producido por la comunidad de GeoGebra.
2. Conocer la actitud de los profesores de matemática hacia el uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de las matemáticas.
3. Conocer a los docentes con experiencia en Matemáticas hacia el uso de GeoGebra
4. Estudiar la enseñanza en el aula con una combinación de Matemáticas y GeoGebra.

5. Indagar el impacto sobre las concepciones y creencias sobre el uso de las TIC en el profesorado que participa en el curso.
6. Conocer las condiciones para la implementación de GeoGebra en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en las unidades educativas.

2.3. Resultados obtenidos desde su aprobación a la fecha. Principales proyecciones

Como base de los análisis realizados, los autores han delimitado el siguiente marco conceptual:

Marco conceptual

GeoGebra es mucho más que geometría dinámica (Carrillo & Llamas, 2010). GeoGebra es un software que combina geometría, álgebra, cálculo, estadística y probabilidades posiblemente representando una variedad de conceptos matemáticos. En GeoGebra, objetos matemáticos como puntos, vectores y líneas de un cono, por ejemplo, se pueden mostrar en una representación gráfica dinámica. Esta característica permite que varios conceptos matemáticos avancen y retrocedan. El software también ofrece varias aplicaciones alternativas interactivas para la enseñanza de las matemáticas.

Jarvis, Hohenwater y Lavicza (2011) señalan que existe una tendencia en el uso global del software GeoGebra de geometría dinámica e interactiva desde su primera introducción en 2002. También afirman que los estudiantes aprenden matemáticas mejor con el uso de este software de tecnología dinámica que es capaz de hacer estas tres cosas, a saber, hacer que las sesiones de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se vuelvan más atractivas, mejorar la actitud de los estudiantes y estimular su motivación para aprender matemáticas, fomentó el pensamiento de los estudiantes para ser más crítico, creativo e innovador para resolver problemas matemáticos en uno, de manera más lógica y sistemática.

La ventaja de utilizar el software de geometría dinámica GeoGebra ha obtenido un apoyo alarmante en todo el mundo y, como resultado de esto, se han establecido muchos institutos GeoGebra en la mayoría de los países desarrollados, como el Instituto Ecuatoriano de GeoGebra en el país. Se puede ver que hay países que han estado tomando

medidas para desarrollar y extender el uso del software de geometría dinámica GeoGebra a nivel mundial para apoyar las demandas del aprendizaje del siglo XXI. Según Jarvis, Hohenwarter y Lavicza (2011) está en línea con los hallazgos de Wurnig (2009), quien descubrió que los estudiantes habían adquirido nuevas experiencias al aprender a comprender el concepto cónico y la función gráfica mediante el uso de este software dinámico. Wurnig (2009) también argumenta que las propias imágenes de los estudiantes y las imágenes de las actividades cotidianas en vivo se pueden insertar en la pantalla gráfica de GeoGebra y, posteriormente, pueden relacionar estas imágenes con el aprendizaje de ecuaciones cónicas y de función que implican análisis cognitivo, evaluación y creación de habilidades. El uso de GeoGebra inició un aprendizaje efectivo y significativo entre los estudiantes y, en consecuencia, los impulsó a aumentar sus esfuerzos para resolver sistemáticamente los problemas matemáticos dados.

Otros investigadores como Iranzo y Fortuny (2011) llevaron a cabo un estudio de caso cualitativo sobre la influencia de GeoGebra en las estrategias de resolución de problemas. Habían encontrado evidencia del uso del software de geometría dinámica GeoGebra en el enfoque de aprendizaje euclidiano y la resolución de problemas. Estos estudiantes habían logrado pensar de manera crítica, creativa e innovadora, y también habían colaborado y comunicado eficientemente entre sus compañeros.

Los estudiantes también pudieron auto organizar las operaciones del software de geometría dinámica GeoGebra para visualizar con precisión los problemas matemáticos que se les dan, lo que en consecuencia inicia su pensamiento geométrico en la resolución de problemas. Sin lugar a dudas, el uso del software de geometría dinámica GeoGebra había iniciado a los estudiantes a construir diversas representaciones para manifestar su comprensión de los conceptos de geometría. El uso de este software dinámico también había ayudado a los estudiantes a superar los problemas relacionados con su comprensión del álgebra para la adquisición de conceptos de geometría. Más importante aún, el uso de este software de geometría dinámica había permitido a los estudiantes aprender varios enfoques de resolución de problemas para enfrentar o enfrentar experiencias cotidianas en vivo.

GeoGebra es un software matemático dinámico para todos los niveles de educación que reúne geometría, álgebra, hojas de cálculo, gráficos, estadísticas y cálculo en un paquete

fácil de usar. GeoGebra es una aplicación interactiva de geometría, álgebra, estadística y cálculo, destinada a aprender y enseñar Matemáticas y Ciencias desde la escuela primaria hasta el nivel universitario.

Sin embargo, hay otras aplicaciones y recursos matemáticos disponibles en línea, como CK-12, BuzzMath, Simulaciones PhET, Geometry Pad, Wolfram Alpha, Brainscape Flashcards, Cabri Express, Desmos y Geometer's Sketchpad. Después de una revisión exhaustiva y una comparación realizada, los estudios revelan que solo Geometry Pad y Geometer's Sketchpad tienen características similares que están muy cerca de GeoGebra.

Los motivos por los que GeoGebra fue el elegido, se recogen a continuación:

1. GeoGebra es accesible en línea a través de todos los medios; computadoras personales, teléfonos móviles y tabletas. A diferencia de Geometry Pad que solo está disponible en dispositivos móviles. Sin embargo, es conveniente preparar los materiales didácticos utilizando computadoras personales (computadoras portátiles o de escritorio). El usuario también puede descargar las aplicaciones GeoGebra para uso fuera de línea.
2. Es un software de código abierto disponible gratuitamente para usuarios no comerciales en cambio el Geometr's Sketchpad (GS), se puede comprar una licencia cuyo costo entre \$15.00 a \$ 70.00 por computadora para usar GS.
3. En comparación con GS, GeoGebra tiene recursos y soporte actualizados. GeoGebra cuenta con el Instituto GeoGebra para proporcionar capacitación e intercambio de conocimientos. Mientras que los últimos recursos disponibles para GS datan del año 2016.
4. Los investigadores han recibido una capacitación sobre cómo usar GeoGebra. Por lo tanto, los investigadores se sienten cómodos al usar esta aplicación en lugar de otras, con fines de enseñanza e investigación.

Para acometer las tareas de investigación científica, se ha propuesto emplear la siguiente metodología:

Metodología

Es una investigación descriptiva cualitativa, dado que es un método científico que implica observar y describir el comportamiento de un sujeto sin influir sobre él de ninguna manera. Es decir, la intervención de los investigadores solo se hará en el desarrollo de los talleres de formación en el uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de las matemáticas.

El cuestionario en línea será aplicado a más de 300 profesores que participaron y participaron desde el 2018 a 2020, en los cursos de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de las matemáticas en educación básica. El curso se desarrolla en forma bimodal: La primera parte consiste en un taller virtual de introducción de GeoGebra de 4 horas realizado con participantes seleccionados por el Ministerio de Educación (docentes de matemáticas) de las diferentes 9 zonas de Ecuador. La parte virtual del curso consiste en 5 unidades o temas que se desarrollan autónoma con el acompañamiento del tutor certificado como facilitador de GeoGebra por el Instituto Internacional de GeoGebra (IGI por sus siglas en inglés).

La muestra no es aleatoria, porque será determinada por el número de profesores que respondan el cuestionario en línea. Sin embargo, La novena unidad corresponde a una experiencia en el aula con el uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de un tema libre y/o que corresponde al nivel de educación donde labora el docente.

Las técnicas utilizadas para la recolección de datos cuantitativos y cualitativos serán la observación, encuesta en línea, el envío de las tareas de ejecución en la plataforma e informe de su experiencia en el aula. Los datos cuantitativos recopilados se analizarán mediante el software estadístico SPSS 21.0 para Windows. Los datos cualitativos serán analizados con NVivo 12.

Entre los principales resultados obtenidos hasta la fecha han estado:

- Diseño del proyecto
- Presentación de proyecto
- Revisión de literatura del área
- Selección de la información apropiada
- Elaboración de marco teórico

- Elaboración del marco metodológico
- Elaboración de instrumentos de recolección de datos (Cuestionarios, guía de observación participante)
- Validación de los instrumentos de recolección de datos
- Realización del Taller de GeoGebra: “Innovar y transformar la enseñanza de las matemáticas con GeoGebra”. (200 participantes)
- Realización del Taller de GeoGebra “GeoGebra en el contexto Covid-19 para la enseñanza y aprendizaje de la matemática”. (120 docentes seleccionados por el ministerio de educación)
- Presentación y socialización de algunos resultados del Proyecto en la II Jornada Ecuatoriana de GeoGebra.

Cabe resaltar que algunas tareas del proyecto se encuentran en proceso de ejecución, tales como:

- Publicación de los artículos desarrollados en la II Jornada Ecuatoriana de GeoGebra.
- Participación y divulgación de los trabajos de investigación en eventos nacionales e internaciones.
- Publicación en revistas internacionales de educación matemática como: revista de educación matemática, OEI, otros.
- Demostrar, mediante el procesamiento de datos de los instrumentos de investigación empleados, el impacto del empleo del software de GeoGebra en la educación matemática del país, mediante la mejora el rendimiento académico de los estudiantes, la motivación a los docentes a perder el miedo al empleo de las TIC en general, y de GeoGebra en particular, como herramienta para facilitar el aprendizaje de los estudiantes y potenciar su producción de recursos didácticos.

2.4. Referencias

Carrillo de Albornoz, A. & Llamas, I. (2010). *GeoGebra mucho más que geometría dinámica*. México: Alfaomega.

- Chai, C. S., Deng, F., Tsai, P.-S., Koh, J. H. L., & Tsai, C.-C. (2015). Assessing multidimensional students' perceptions of twenty-first-century learning practices. *Asia-Pacific Education Review*, 16(3), 389–398.
- Creswell, J. W. (2008). *Educational research planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative research* (4th edition). Boston: Pearson.
- Fregona, D., Smith, S., Villareal, M. & Viola, F. (Eds). (2017). *Formación de profesores que enseñan matemática y prácticas educativas en diferentes escenarios*. Buenos Aires, Argentina: Universidad Nacional de Córdoba.
- Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. (2007). Mathematics teacher development with ICT: Towards an international GeoGebra institute. In D.Kuchemann (Ed.). *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 27.
- Hussin, S., Yusoff, J. M., Mustaffa, S. S. & Mokmin, N. M. (2019). Effectiveness of Using GeoGebra Software in Teaching Angle in Circle. *Advanced Journal of Teaching and Vocation Education* 2 (3) pp. 1-6. Doi: 10.26666/rmp.ajtve.2018.3.1.
- Iranzo, N., & Fortuny, J.M. (2011). Influence of GeoGebra on Problem Solving Strategies. In Bu, L. & Schoen, R (Eds.), *Model-centered learning pathways to mathematical understanding using GeoGebra* (pp. 91-103), The Netherlands: Penerbit Sense.
- Jarvis, D., Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. (2011). GeoGebra, democratic Retrieved, and sustainability: Realizing the 21st-century potential of dynamic mathematics for all. In Bu, L. & Schoen, R (Eds.), *Model-centered learning pathways to mathematical understanding using GeoGebra* (pp. 231-241), The Netherlands: Sense Publisher.
- Kim, K. & Md-Ali, R. (2017). GeoGebra: Toward Realizing 21 Century Learning in Mathematics Education. *Malaysian Journal of Learning and Instruction: special Issues*, pp. 93-115.
- Machromah, U., Purnomo, M. E. & Sari, C. K. (2019). Learning calculus with GeoGebra at collage. *Journal of Physics*. Doi: 10.1088/1742-6596/1180/1/012008.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., & Hooper, M. (2016). *TIMSS 2015 International Results in Mathematics*. IEA.

- Mudaly, V. & Fletcher, T. (2019). The effectiveness of GeoGebra when teaching linear function using the Ipad. *Problems of Education in the 21 Century* 77 (1), pp. 57-81.
- National Education Association (NEA). (2010). *Preparing 21st century students for a global society. An educator's guide to the 'four Cs'*. Retrieved from <http://www.nea.org/assets/docs/A-Guide-to-Four-Cs.pdf> on 7 June 2017.
- Pierce, R. & Stacey, K. (2011). Using dynamic geometry to bring the real world into the classroom. In Bu, Lingguo & Schoen, R (Eds.), *Model-centered learning pathways to mathematical understanding using GeoGebra* (pp. 41-55), The Netherlands: Sense Publishers.
- Pari, A. (Coord). (2019). *Memorias de la I Jornada Ecuatoriana de GeoGebra: Javier Loyola*, Ecuador: UNAE
- Parra, C. & Saiz, I. (Comps). (2000). *Didáctica de la matemática. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires: Paidós Educador.
- Saavedra, A. R., & Opfer, V. D. (2012). *Teaching and learning 21st century skills: Lessons from the Learning Sciences*. Rand Corporation.
- Saltrick, S., Hadad, R., Pearson, M., Fadel, C., Regen, B., & Wyan, J. (2011). *21st century skills map*. Washington: Partnership for 21st Century Skills.
- Smith, M. & Stein, M. (2016). *5 Prácticas para orquestar discusiones productivas en matemáticas*. México: NCTM.
- Sztein, A. (2010). *The Teacher Development Continuum in the United States and China*. USA: National Academy of Science.
- TIMSS. (2011). *Mathematics items released set for eight grade*. USA: TIMSS & PIRLS International Study Center.
- Triwahyuningtyas, D., Rahayu, S. & Agustin, W. D. (2019). The Impact of GeoGebra Classic Application on Learning Geometry. Doi:10.1088/1742-6596/1381/1/012033.
- Wong, L.M. (2013). *The use of GeoGebra in collaborative learning in mathematics*. Retrieved from <http://www.fp.utm.my/ePusatSumber/pdf/fail/ptkghdfwP2/Wong%20Lit%20May>. TP.

Wong, L.M. (2013). *The use of GeoGebra in collaborative learning in mathematics.*

Retrieved from

<http://www.fp.utm.my/ePusatSumber/pdf/fail/ptkghdfwP2/>

Wong%20Lit%20May.TP.

Wurnig, O. (2009). *Solid of revolution from the integration of a given function to the modelling of a problem with the help of CAS and GeoGebra.* Retrieved from

http://www.math.unipa.it/~grim/21_project/Wurnig600-605.

Zilinskiene, I. & Demirbilek, Muhamment. (2015). Use of GeoGebra in Primary Math Education in Lithuania: An Exploratory Study from Teacher' Perspective.

Informatics in Education, 14 (1), pp. 127-142. Doi:

<http://dx.doi.org/1015388/infedu.2015.08>.

§3. El Instituto Ecuatoriano de GeoGebra (IEG)

3.1. Proceso de fundación del IEG

3.1.1. Panorámica general

Marco Vinicio Vásquez Bernal⁶

De los resultados obtenidos en las pruebas PISA realizadas en Ecuador se evidencia que el área de matemáticas registra las menores valoraciones, además varias investigaciones evidencian que la problemática en torno a la enseñanza de matemáticas es común en distintas geográficas (CEA 2004).



Reunión con Markus Hohenwarter, creador de GeoGebra, Madrid, 2017

Algunas investigaciones indican que la problemática en el aprendizaje de matemáticas es consecuencia de que las metodologías que se utilizan para su enseñanza, mismos que privilegian los algoritmos y la forma operacional de desarrollarlos, olvidando que el objetivo de esta área del saber es desarrollar el razonamiento lógico para entender reflexivamente el entorno natural y social (Paltan y Quillim, 2012).

Es necesario entonces cambiar las metodologías de enseñanza de las matemáticas, propiciando la construcción de conocimiento en los estudiantes, desde su singularidad,

metodologías que incorporen actividades dinámicas, llamativas y constructivas, en tal sentido ayuda el uso de recursos dinámicos como el GeoGebra para la enseñanza.

Además, la realidad social y las circunstancias impuestas por el COVID – 19, obligan a utilizar este tipo de recursos por sus bondades y por la accesibilidad de los mismos.

⁶ UNAE. marco.vasquez@unaedu.onmicrosoft.com

GeoGebra nace como un software que facilita la enseñanza de matemáticas, paulatinamente se ha ido transformando en una plataforma que a la vez que permite construir nuevas actividades de enseñanza aprendizaje posibilita el compartir y mejorar las ya existentes.

Sus bondades técnicas han sido ya presentadas muy claramente por los expertos, es mi afán hablar sobre los objetivos sociales que han direccionado nuestro accionar para proponer y lograr la creación formal del Instituto Ecuatoriano de GeoGebra, intentando explicar por qué la UNAE le apuesta a esta herramienta como un apoyo efectivo para lograr su misión.

La filosofía de esta nueva universidad se enmarca en el humanismo y en el bienestar social, creemos en esa innovación que genera igualdad, logrando que la creatividad sirva para diluir las brechas que el materialismo ha impuesto entre los hombres.

Buscamos los procesos y las herramientas que permitan que la enseñanza aprendizaje genere igualdad y posibilite desarrollo individual y colectivo. El accionar de la UNAE responde a los requerimientos del entorno, más aspiramos que nuestras respuestas sean pertinentes a nuestra realidad y se sujeten a los ideales de esta institución educativa.

Nuestra conceptualización asevera que una herramienta o proceso se considera innovador si se sujeta a las dimensiones de: percepción de mejora, democratización del aula, uso efectivo y eficientes de recursos y novedoso en el contexto.

CREACIÓN DEL IEG

El 6 de febrero del 2018, gracias a gestiones de docentes de la UNAE y el apoyo incondicional de sus autoridades, particularmente de su Rector el PhD Freddy Álvarez González, el Instituto Internacional de GeoGebra con sede en Linz Austria, aprueba la creación del Instituto Ecuatoriano de GeoGebra con sede en la UNAE.

Esta creación se formaliza en el contexto de las VI Jornadas Iberoamericanas de GeoGebra que se desarrollaron en Azogues los días 24 y 25 de abril del 2018 contando con el apoyo de la OEI y en coordinación con el Ministerio de Educación de Ecuador.



El Instituto Ecuatoriano de GeoGebra fue creado con los siguientes objetivos:

Objetivo General: Mejorar los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas en Ecuador mediante el uso del GeoGebra.

Objetivos Específicos:

- Que los docentes de matemáticas de la UNAE utilicen GeoGebra en la formación de los futuros docentes de Ecuador.

- Que los estudiantes de la UNAE conozcan y manejen GeoGebra como herramienta de aprendizaje y de enseñanza.



- Capacitar a los docentes ecuatorianos de matemáticas en el uso de GeoGebra, los docentes de la UNAE y los demás participantes del curso serían los facilitadores, se utilizaría la plataforma de la UNAE y se capacitaría a otros docentes.



Masiva participación de docentes ecuatorianos en la inauguración del IEG, abril. 2018

CAPACITACIONES

En este evento internacional que contó con la presencia de estuvieron Agustín Carrillo de Albornoz Torres y José Luis Muñoz Casado, embajadores de GeoGebra para Iberoamérica se concluyó el primer curso de capacitación que desarrolló el Instituto Iberoamericano de GeoGebra, cristalizando un compromiso asumido anteriormente logrando la capacitación de docentes ecuatorianos en el manejo y uso de la herramienta digital para la enseñanza de matemáticas, planteando que estos 35 docentes luego replicarán el curso aprobado a los demás profesores del sistema educativo ecuatoriano.

Vale la pena recordar el inmenso apoyo que los directivos de la OEI: Juan Carlos Toscano y Natalia Armijos brindaron para el desarrollo de estas actividades y este evento.

En lo posterior, varios han sido los cursos y talleres que se han organizado desde el instituto ecuatoriano de GeoGebra, para que entre abril del 2018 y abril del 2021 se hayan capacitado aproximadamente a 1200 docentes del sistema educativo y estudiantes de la UNAE.

Para estas capacitaciones se ha contado con el apoyo del Ministerio de Educación, particularmente de la Secretaria de Tecnologías Educativas, con quienes a través de su

proyecto “Escuelas que inspiran” se ha logrado que la oferta sea a nivel nacional, desarrollando actividades en distintas localidades del Ecuador.

Vale la pena resaltar aquí el trabajo desarrollado por el Profesor Abdón Pari, quien, entre otras cosas, con entrega y compromiso desarrolló varios talleres en la Amazonía ecuatoriana logrando que esta herramienta tecnológica apoye la enseñanza aprendizaje en esa geografía.

EVENTOS

En pos del cumplimiento de los objetivos del Instituto Ecuatoriano de GeoGebra se han organizado eventos científicos que permitan socializar los resultados obtenidos a la vez que reflexionar sobre las formas de usar esta herramienta en la enseñanza - aprendizaje de matemáticas y ámbitos similares en Ecuador.

Así podemos indicar que el 21 y 22 de mayo, en las instalaciones de la UNAE, en Chuquipata, Azogues se desarrollaron las Primeras Jornadas Ecuatorianas de GeoGebra, convocando a alrededor de 700 estudiantes, profesores e investigadores de la enseñanza de las matemáticas y afines.

En este evento se desarrollaron 16 ponencias, 8 conferencias y 7 talleres, este evento se desarrolló en modalidad presencial, contando con la participación de los expertos: Agustín Carrillo de Albornoz Torres de la Universidad de Córdoba, España, Freddy Yonior Rivadineira de la Universidad Técnica de Manabí, Sergio Rubio-Pizzorno de México. Agostinho Iaqchan Ryokiti Homa, de ULBRA, Brasil, además como expertos de la UNAE participamos: Abdón Pari, Roxana Auccahuallpa y Marco Vásquez.



Expertos internacionales que participaron en las Primeras Jornadas Ecuatorianas de GeoGebra, Azogues - 2019



Afiche de la Segunda Jornada Ecuatoriana de GeoGebra

Luego, ya en etapa de la pandemia provocada por el COVID -19, el 4 de diciembre del 2020, en modalidad virtual se desarrolló la II Jornada Ecuatoriana de GeoGebra, teniendo como sede la UNAE, en este evento participaron alrededor de 500 personas debidamente registradas, se

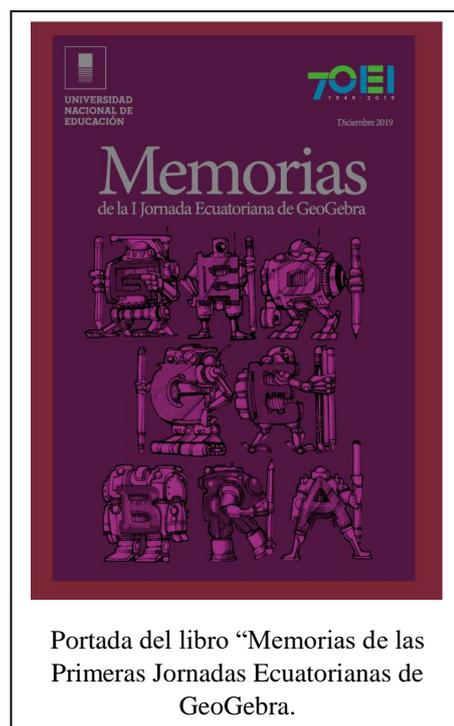
presentaron 5 conferencias, 8 talleres y 12 ponencias, se contó con la presencia de los expertos internacionales: Agustín Carrillo, Fabián Vitabar, Claudia Lisette Oliveira, Karina Rizzo y Agostinho Iaqchan Ryokiti Homa.

También los miembros del Instituto Ecuatoriano de GeoGebra han compartido sus experiencias en eventos internacionales como las Primeras Jornadas Bolivianas de GeoGebra, el GeoGebra Global Gathering 2019, efectuado en Linz, Austria el 23 y 24 de julio y las séptimas Jornadas Iberoamericanas de GeoGebra, además el Directos del Instituto ha sido invitado como miembro del Comité Científico del Congreso Internacional de GeoGebra a desarrollarse próximamente en Sevilla España.

PUBLICACIONES

Libro Memorias de la Primera Jornada Ecuatoriana de GeoGebra.

Este libro, financiado por la OEI, recoge las contribuciones de expertos internacionales y nacionales en el uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de las matemáticas presentadas en la I Jornada Ecuatoriana de GeoGebra organizada por el Instituto Ecuatoriano de GeoGebra con sede en la Universidad Nacional de Educación. Consta de tres secciones: conferencias, ponencias y talleres, orientados a profesores de matemática y estudiantes de universidades.



Este libro puede descargarse en el link: <https://unae.edu.ec/editorial/portal-de-libros/memorias-de-la-i-jornada-ecuatoriana-de-GeoGebra/>

Libro Memorias de la Segunda Jornada Ecuatoriana de GeoGebra.

Este libro, en formato digital, al igual que el primero recoge la contribución de los expertos, de los conferencistas, ponentes y los talleristas que participaron en este evento; aún se encuentra en proceso de edición.

Además, desde noviembre del 2020, se cuenta con una página web donde se aloja la información del IEG, su dirección es: <https://jornadasinnovacion.ec/GeoGebra2020/>.

3.1.2. Contribuciones de la OEI al Instituto Ecuatoriano de GeoGebra

Henry Onel Ulloa Buitrón⁷

La Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura (OEI), desde hace setenta años ha realizado junto con los gobiernos de los países de Iberoamérica, esfuerzos importantes para democratizar y hacer asequibles los distintos avances e innovaciones que en materia educativa se generan en el mundo.

La OEI en el 2013 promueve la creación del **Instituto Iberoamericano de la Enseñanza de las Ciencias y la Matemática (IBERCIENCIA)** como una instancia de transferencia de conocimiento entre los países de Iberoamérica, con el único objetivo de generar mecanismos para que todos los avances en la educación científica y matemática tengan canales de circulación que permitan ofrecer a los miles de docentes que trabajan en las escuelas e institutos de la región materiales, reflexiones, propuestas y documentos que les permita mejorar su práctica educativa.

Para ello se establecieron mecanismos de interfase entre el instituto y la comunidad educativa que permitan la circulación multidireccional del conocimiento, de tal manera que la educación iberoamericana pueda tanto demandar conocimiento como ofrecer sus iniciativas para que puedan ser conocidas y potencialmente usadas por otros docentes. Las redes y comunidades de docentes han sido un mecanismo excepcional para establecer esta relación entre educación, ciencia e innovación.

Bajo el paraguas de Iberciencia también se crea el **Instituto Iberoamericano de TIC y Educación (IBERTIC)** como una instancia promotora de la transferencia de los conocimientos y experiencias de la región para el uso adecuado, pertinente y potente de las tecnologías en la educación. IBERTIC fomenta el uso democrático e inclusivo de las herramientas digitales en los procesos de enseñanza-aprendizaje en las aulas de las escuelas iberoamericanas, instando a los gobiernos a invertir más y mejor en TIC y conectividad.

En 2015 estos dos institutos lanzan el **Club Iberoamericano de GeoGebra** e invitan a los profesores y estudiantes iberoamericanos a incorporarse al club cuyo objetivo es,

⁷ OEI. henry.ulloa@oeiecuador.org

promover el uso de GeoGebra como instrumento para hacer matemática y compartir esta labor con estudiantes de todos los países de Iberoamérica. Esta iniciativa cuenta con el apoyo e impulso de la Consejería de Economía, Innovación, Ciencia y Empleo de la Junta de Andalucía y la coordinación académica se lleva desde la Universidad de Córdoba (España) a través del profesor Agustín Carrillo.

El Club Iberoamericano de GeoGebra en los siguientes años cobra impulso con actividades y eventos de carácter regional y la red de docentes y estudiantes usuarios de GeoGebra va creciendo paulatinamente por toda la región. Cada vez se van sumando más actores y más países a esta iniciativa como es el caso de la Consejería de Conocimiento, Investigación y Universidad de la Junta de Andalucía, la Federación Iberoamericana de Sociedades de Educación Matemática (FISEM) y la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) han apoyado la realización de varios eventos académicos y de formación de GeoGebra en varios países de Latinoamérica entre estos y Ecuador.

GeoGebra es un software libre y gratuito, disponible para distintas plataformas que ha supuesto una revolución por las posibilidades que ofrece y por la sencillez para su uso, lo cual está haciendo que cada vez sea mayor el número de usuarios que utilizan este programa. GeoGebra está en continua evolución y desarrollo, lo que hace que cada versión incorpore nuevas opciones con las que aumenta su potencia y, por tanto, incrementa también las actividades y tareas que pueden afrontarse con su ayuda.

Partiendo de las oportunidades y potencialidades que GeoGebra le puede aportar al sistema educativo ecuatoriano en el mejoramiento de las prácticas docentes de la enseñanza de matemáticas, es que en el 2018 bajo el liderazgo de la UNAE, de la mano de Iberciencia y de Juan Carlos Toscano su director y con la asistencia técnica de la OEI Oficina Nacional del Ecuador se concreta la creación del Instituto Ecuatoriano de GeoGebra, el mismo que se ha encargado de difundir y de capacitar en esta herramienta a miles de docentes de todo el Ecuador.

3.1.3. Contribuciones del MINEDUC al Instituto Ecuatoriano de GeoGebra

Víctor Byron Pazmiño Puma⁸

El Ministerio de Educación del Ecuador (MINEDUC) tiene como misión garantizar el acceso y calidad de la educación inicial, básica y bachillerato a los y las habitantes del territorio nacional, mediante la formación integral, holística e inclusiva de niños, niñas, jóvenes y adultos, tomando en cuenta la interculturalidad, la plurinacionalidad, las lenguas ancestrales y género desde un enfoque de derechos y deberes para fortalecer el desarrollo social, económico y cultural, el ejercicio de la ciudadanía y la unidad en la diversidad de la sociedad ecuatoriana. Su misión exige el trabajo interinstitucional y cooperativo con instituciones nacionales e internacionales que son afines a la educación y su calidad.

Desde el año 2017, el MINEDUC viene implementando la Agenda Educativa Digital (AED) cuyo objetivo es fortalecer y potenciar el proceso de enseñanza-aprendizaje en el Sistema Educativo Nacional a través del incremento de prácticas innovadoras que integren las tecnologías para empoderar el aprendizaje, el conocimiento y la participación. En esta implementación se ha coordinado con varias instituciones multilaterales e instituciones de la academia, levantando procesos de formación que permitan acceder, formar, capacitar, desarrollar innovar y transformar habilidades y competencias en los docentes del sistema educativo nacional.

Como uno de los ejes de la AED, el desarrollo docente y la formación continua en herramientas y programas digitales como contribución a la mejora de la calidad educativa ha permitido capacitar a docentes en territorio de parroquias especialmente urbano-marginales, desarrollando interés por implementar las tecnologías digitales en sus aulas.

Es así como desde noviembre de 2017, el Ministerio de Educación a través de la Dirección Nacional de Tecnologías para la Educación (DNTE) en conjunto con la Organización de Estados Iberoamericanos (OEI – Ecuador) y la Universidad Nacional de Educación (UNAE) vienen coordinando varios procesos de formación y capacitación docente en el uso e implementación de las herramientas digitales tal como es GeoGebra, como

⁸ MINEDUC. victorb.pazmino@educacion.gob.ec

contribución a la mejora de la calidad educativa en la enseñanza de la matemática, atendiendo a la población de profesores y profesoras que están a cargo de la asignatura en todos los niveles y subniveles de educación de las provincias de Pichincha, Esmeraldas, Manabí, El Oro, Tulcán, Imbabura, Tungurahua, Azuay, Cañar y Orellana.

El papel que viene facilitando el Ministerio de Educación del Ecuador como ente rector de la política educativa nacional en el proceso de formación y capacitación en la herramienta digital GeoGebra, atiende varios ámbitos acción como: convocatoria, selección, coordinación, organización, validación y acompañamiento.

A continuación, se hace una breve descripción de cada ámbito de acción en la que el Ministerio de Educación contribuyó para la ejecución del proceso:

Convocatoria: Este ámbito se refiere a la convocatoria a participar de los cursos y talleres de formación y capacitación en la herramienta digital GeoGebra realizada a los docentes de los distritos educativos de las provincias anteriormente mencionadas y que de una u otra forma no han sido beneficiadas con este tipo de procesos. Como ente rector de la educación, el MINEDUC convoca a los docentes a través de las zonas y distritos educativos, poniendo a consideración la oferta de capacitación e insta a otorgar los distintos permisos a las unidades desconcentradas en territorio.

Selección: En conjunto con las autoridades de las instituciones educativas y los distritos, la DNTE, bajo criterios, selecciona a los docentes que participan de los cursos y talleres de formación en GeoGebra cuando el número de cupos y docentes sobrepasa la oferta de la Universidad Nacional de Educación, quien facilita a los instructores. Criterios como inclusión, interculturalidad, diversidad y género han sido los principios que han matizado la selección de los docentes que han participado en los procesos de formación.

Coordinación: Este ámbito se deriva en dos aristas. La primera se refiere a la coordinación de la logística con las unidades desconcentradas para preparar las sedes de capacitación, el material, equipos, conectividad y otros aspectos que faciliten el buen desenvolvimiento de los cursos y talleres de GeoGebra. La segunda arista es la coordinación tanto con la UNAE como con la OEI – Ecuador, para definir aspectos de número de docentes a ser capacitados, cantidad de instructores que facilitan los cursos y talleres, como las necesidades institucionales de movilización y hospedaje, y como punto clave los objetivos, contenidos y planificación de los cursos y talleres.

Organización: Este ámbito está en concordancia con el anterior, una vez que se ha coordinado con las unidades administrativas de territorio como con la UNAE y la OEI, se procede a organizar los cursos y talleres en territorio de acuerdo con la planificación levantada con estas dos instancias. Además, este ámbito se refiere a organizar el proceso a nivel interno con las unidades administrativas de planta central como la Dirección Nacional de Formación Continua.

Validación: Este ámbito es interno, a nivel de planta central y se refiere a dos aspectos. El primero al aspecto es el académico de validación de las horas de curso que los docentes aprueban con relación a la capacitación y la certificación emitida por la UNAE, la misma que se coordina con la Dirección Nacional de Formación Continua quién reconoce y valida los certificados de aprobación y que sirven para los procesos de categorización y recategorización. El segundo aspecto se centra en la validación y reconocimiento del trabajo por parte de las autoridades internas como la Subsecretaría para la Innovación Educativa y el Buen Vivir, el Viceministerio de Educación valorando el proceso de formación y capacitación en GeoGebra y reconociendo el trabajo interinstitucional con la academia y organismos multilaterales.

Como acción primordial, cabe mencionar que fruto de las acciones mencionadas en los procesos de formación y capacitación en GeoGebra, en conjunto con la OEI – Ecuador y la UNAE, contribuimos al nacimiento del Instituto Ecuatoriano de GeoGebra que tiene sede en la universidad y como ente rector de la educación se facilitó para que los docentes del país puedan conocer y fortalecer al instituto con la participación y contribución de sus experiencias para la innovación educativa del país. Es así como desde el año 2018, en el marco del sexto día Iberoamericano de GeoGebra, la Universidad Nacional de Educación, UNAE, oficializó – desde Azogues, la creación del Instituto Nacional de GeoGebra.

El Ministerio de Educación, a través de sus distintas unidades administrativas y en especial desde la Dirección Nacional de Tecnologías para la Educación y en el marco de la implementación de la Agenda Educativa Digital, continuará apoyando y coordinando procesos que fortalezcan y desarrollen habilidades y competencias digitales en los docentes del sistema educativo nacional y continuará coordinando el trabajo con la Universidad Nacional de Educación y la Organización de Estados Iberoamericanos para que el Instituto Ecuatoriano de GeoGebra alcance con el objetivo de formar y capacitar a

docentes, mejorar los procesos de enseñanza de la matemática a través del desarrollo de nuevas experiencias producto de la investigación.

§4. Las Jornadas Ecuatorianas de GeoGebra (JEG)

Joana Valeria Abad Calle⁹

Diana Isabel Rodríguez Rodríguez¹⁰

4.1. Las Primeras Jornadas Ecuatorianas de GeoGebra

En el año 2001 Markus Hohenwarter crea GeoGebra en la Universidad de Salzburgo (Austria) como una herramienta didáctica para la enseñanza de las matemáticas como un trabajo de su tesis de Educación en Matemática e Informática. Este programa que se puede ubicar en la dirección www.GeoGebra.org permite a muchos docentes desarrollar distintas formas de enseñar la matemática dinámica, donde GeoGebra es un programa de libre acceso que combina de forma interactiva la geometría, el álgebra, aritmética, estadística y probabilidades en un solo software, donde se puede ubicar además experiencias educativas de forma gratuita. (Pari, A., 2019)

El Instituto Ecuatoriano de GeoGebra (IEG) con sede en la Universidad Nacional de Educación, planifica las I JORNADA ECUATORIANO DE GEOGEBRA. Estas Jornadas de GeoGebra se apropia de un espacio académico e investigativo de expansión del conocimiento en el uso y bondades de la herramienta GeoGebra. Así afirma Navarro, Arrieta y Delgado (2017) que al utilizar la herramienta GeoGebra se apropia de la programación didáctica que permitirá a los docentes apoyarse en las tecnologías y facilitar en los estudiantes la construcción de aprendizajes significativos y críticos.

Organización

Este celebre evento fue organizado por el Instituto Ecuatoriano de GeoGebra (IEG), la Universidad Nacional de Educación (UNAE), la Organización de los Estados Iberoamericanos Ecuador (OEI), el Ministerio de Educación del Ecuador y el Grupo de

⁹ UNAE. joana.abad@unae.edu.ec Orcid: 0000-0001-9901-8355

¹⁰ UNAE. diana.rodriguez@unae.edu.ec Orcid: 0000-0003-4406-9555

Investigación Eureka 4i de la UNAE, es así como se desarrollan la I JORNADA ECUATORIANA DE GEOGEBRA, acto académico que se realizó en modalidad presencial durante dos días en las fechas 21 y 22 de mayo del año 2019, donde los idiomas oficiales del evento fueron español e inglés en torno a conferencias magistrales, talleres y comunicaciones con el objetivo de generar encuentros de investigadores, usuarios y expertos en GeoGebra y en Didáctica de la Matemática.

La difusión del evento se la realizó por la página de la UNAE, el Ministerio de Educación y la OEI, a través de la página se registró la inscripción de más de 300 participantes. Mismos que, asistieron en las jornadas completas desde las conferencias, los talleres y ponencias que se presentaron en los horarios establecidos en la agenda de las I Jornadas Ecuatorianas de GeoGebra.

El evento presencial permitió conocer a expertos conferencistas de México, España y Brasil quienes, con otros con expertos docentes de la UNAE de Bolivia, Colombia, México y Ecuador, expusieron durante el primer día 21 de mayo de 2019 en aras de exaltar los beneficios didácticos para docentes y estudiantes de todos los niveles de educación inicial, básica, bachillerato y universitario. Para desarrollar la enseñanza de las matemáticas de forma dinámica, interactiva y novedosa. Los talleres fueron transmitidos en dos jornadas del día 21 y 22 de mayo, mientras que las ponencias se desarrollaron en la jornada del día 22 de mayo de 2019.

Propósitos

El aporte de estas jornadas (IJEG), con múltiples conferencias, talleres y ponencias comunicaron el propósito de promover la herramienta GeoGebra como un recurso didáctico para la enseñanza de las matemáticas y que este puede ser utilizado en todos los niveles educativos. Además, como un acercamiento de las TIC pensando en esa integralidad de GeoGebra como práctica en el aula de clase. Así también, este encuentro expuso espacios de difusión de las investigaciones y experiencias didácticas a través de GeoGebra desde las orientaciones teóricas y metodológicas para la enseñanza, los espacios brindaron intercambios pedagógicos, compartir experiencias en áreas afines como la física, química y biología, y claro comunicaciones, redes entre los participantes y los expertos e investigadores de GeoGebra.

Inauguración de la I Jornada Ecuatoriana de GeoGebra

La Bienvenida fue iniciada por el Ph. D. Freddy Álvarez, Rector de la UNAE, intervino con un breve saludo el Ing. Fausto Diaz Director Nacional de Tecnología, representando al Ministerio de Educación, también participó con el acto Inaugural la Eco. Sara Jaramillo, directora de la Organización de Estados Iberoamericanos OEI-Ecuador y finalmente indicaciones y recomendaciones de los organizadores a cargo del Ph. D. Abdón Pari Coordinador de las Primeras Jornadas Ecuatorianas de GeoGebra.

Conferencias magistrales

Las conferencias magistrales fueron expuestas por siete expertos en el uso y enseñanza de las matemáticas a través de la herramienta GeoGebra.

- Conferencia 1 (C1): Carrillo de Albornoz, A. Embajador de GeoGebra para Iberoamérica. ESPAÑA, Materiales y recursos para aprovechar todo lo que la Comunidad GeoGebra nos ofrece. Universidad de Córdoba.
- (C2): Rubio, S. Miembro del Instituto GeoGebra Internacional. MÉXICO, Como profesor, ¿para qué me sirve GeoGebra actualmente?
- (C3): Angostinho Iaqchan Ryokiti Homa, BRAZIL, Objetos de aprendizaje. potencialidades de la vista tridimensional. Universidad Luterana de Brasil
- (C4): PhD. Freddy Álvarez COLOMBIA, Educación y Geometría. Universidad Nacional de Educación Ecuador.
- (C5): Vásquez, V. ECUADOR, Demostraciones con GeoGebra. Universidad Nacional de Educación.
- (C6) Pari, A. BOLIVIA, El impacto de GeoGebra en el desarrollo profesional de los profesores de matemática. Universidad Nacional de Educación. Ecuador.
- (C7): Ibarra, M. MÉXICO, GeoGebra Móvil en la Enseñanza de la Matemática. Universidad Nacional de Educación. Ecuador.

Talleres

Se desarrollaron (7) siete talleres, estos fueron desarrollados en cuatro laboratorios de cómputo, y en tres salones de clase, con el uso de material digital y tecnológico. Ubicando desde distintas modalidades para el desarrollo del software de GeoGebra con conectividad y sin ella. Pues la herramienta una vez descargada permite desarrollarla sin

conectividad desde cualquier computador, tablet o celular que tenga descargado el programa. Los talleres se desarrollaron en horarios desde las 14h00 hasta las 17h00.

- Taller 1 (T1): Rubio, S. Profesor y Autor: Creando recursos educativos con GeoGebra- Instituto Internacional GeoGebra (México).
- (T2): Ryokiti, A. Desarrollando objetos interactivos en GeoGebra. Universidad Luterana de Brasil.
- (T3): Rivera, F. GeoGebra en la enseñanza de la Estadística Descriptiva. Universidad Técnica de Manabí (Ecuador)
- (T4): Carrillo de Albornoz, A. Lista y secuencias con GeoGebra Universidad de Córdoba (España)
- (T5): Auccahuallpa, R. GeoGebra y la Etnomatemática. UNAE (Ecuador)
- (T6): Vásquez, M. Complementariedad entre GeoGebra y material concreto Universidad Nacional de Educación (Ecuador)
- (T7) Ibarra, M. y Abril H. Educación STEM y GeoGebra. UNAE (Ecuador)

Ponencias

Las ponencias fueron expuestas en cuatro salones expositivos, se desarrollaron (16) dieciséis ponencias las cuales se presentaron hasta cuatro ponencias por salón. Desde las 9h00 hasta las 12h00

- Ponencia 1 (P1): Riofrío, S., Trelles, C. y Samaniego, G. Guía didáctica para el gráfico de las funciones seno y coseno para segundo año de bachillerato general unificado mediante GeoGebra. Instituto Superior Tecnológico del Azuay - Universidad de Cuenca
- (P2): Guallpa, P., Sarmiento, C. Trelles, C. Aplicación de GeoGebra en la Teoría de Grafos. Tecnológico del Azuay; Universidad de Cuenca, Unidad Educativa Luisa de Jesús Cordero.
- (P3): Vergara, J., Vélez, C., Aray C., Durán, U., y Vergara, I. Estudio de Superficies Cuádricas con GeoGebra. Universidad Técnica de Manabí.
- (P4): Calderón, M. Panamá, G. y Morales, C. Secuencias didácticas con GeoGebra: aprendizaje de las funciones lineales y cuadráticas. Universidad Técnica de Machala. Universidad Nacional de Educación.

- (P5): Mata, J., Verdugo, D., Coronel C., y Rojas, J. GeoGebra como herramienta para mejorar en el aprendizaje del campo: Dominio Matemático del Examen “Ser Bachiller” Universidad Católica de Cuenca.
- (P6): Chóez, N., Sárate, J. y Amay, T. GeoGebra en el aprendizaje del sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Universidad Nacional de Educación.
- (P7): Merino, A. y Cueva, M. Elaboración de animaciones en GeoGebra para motivar el estudio de geometría analítica. Pontificia Universidad Católica del Ecuador.
- (P8): Rea, S. y Villa, J. Construcción de cilindros, empleando GeoGebra, en Educación Básica Superior. Universidad Nacional de Educación.
- (P9): Caguana, T. y Troya, R. Construcción de poliedros en octavo año aplicando GeoGebra, Universidad Nacional de Educación.
- (P10): Morales, C. y Panamá, G. Experiencia de la enseñanza y aprendizaje del álgebra y geometría con ayuda del software GeoGebra. Universidad Nacional de Educación.
- (P11): Loor, E., Paredes, S., y Puente, I. Diagramas de Venn para el cálculo de problemas de conjuntos con GeoGebra. Universidad Nacional de Educación.
- (P12): Fuentes, G., Loachamin, J., y Mina, J. Trayectoria Elíptica de la Tierra alrededor del Sol proyectado en GeoGebra. Universidad Central del Ecuador.
- (P13): Romero, K. y Vernis, D. Aplicación del Reloj Solar Quitsato en GeoGebra para estudiantes de la Universidad Central del Ecuador.
- (P14): Cuásquer, C. y Farinango, D. Pensamiento Crítico a través del aprendizaje de funciones en GeoGebra. Universidad Central del Ecuador.
- (P15): Llerrena, C., Logiurato, F. y Tlapanco, J. GeoGebra y el modelo de Van Hiele para el desarrollo de teoremas geométricos. Universidad Regional Amazónica IKIAM.
- (P16): Cevallos, D. y Huacho, J. GeoGebra para la resolución de problemas con Geometría. Universidad Nacional de Educación.

Logística

Las I Jornadas Ecuatorianas de GeoGebra se apoyó con estudiantes de la Carrera de Educación Inicial quienes colaboraron con un protocolo estudiantil, los dos días del evento, grupos estructurados en mesas de los registros de asistencias, otro grupo para la

entrega de materiales, otro grupo en cafetería, otros con orientación hacia los talleres, y ponencias así también los registros de asistencia por salones, la validación de los participantes para la entrega de certificados para el final del evento.

Clausura

La clausura del evento se cerró con las últimas conferencias magistrales, diversos números artísticos y la entrega inmediata de los certificados de las I Jornadas Ecuatorianas de GeoGebra.

Publicación

Las memorias de las I Jornadas Ecuatorianas de GeoGebra, se han publicado en un libro con el registro ISBN: 978-9942-783-39-4 Impreso con un tiraje de 800 ejemplares y una reimpresión de 500 ejemplares además con ISBN: 978-9942-783-42-4 Digital Universidad Nacional de Educación del Ecuador- UNAE el cual se puede descargar en el siguiente enlace <https://unae.edu.ec/editorial/portal-de-libros/memorias-de-la-i-jornada-ecuatoriana-de-GeoGebra/> donde se puede ubicar las conferencias, los talleres y las ponencias.

Certificación

El número de horas de la certificación de la participación a la I Jornada Ecuatoriana de GeoGebra es de 40 horas. Esta certificación es aprobación a través de la participación antes, durante y después del evento en actividades presenciales, asistencia, participación y actividades con la plataforma EVEA de formación continua de la UNAE. Se entregaron 297 certificados de participación y asistencia y 199 certificados de aprobación en los talleres por cumplir con todas las actividades finales del taller.

Tabla 1. Personal que ha colaborado en la ejecución del evento

Organizadores	Coordinadores	Comité Organizador	Comité Científico	Comité académico	Comité Logística
Marco Vinicio Vásquez Bernal	Abdón Pari Condori	Joana Valeria Abad Calle	Abdón Pari Condori	Marco Vinicio Vásquez Bernal	Joana Valeria Abad Calle
Director de IEG	Roxana Auccahuallpa Fernández	Roxana Auccahuallpa Fernández	Roxana Auccahuallpa Fernandez	Roxana Auccahuallpa Fernández	Hugo Abril Piedra
	Hugo Abril Piedra	Marcos Manuel Ibarra Núñez		José Enrique Martínez Serra	
	Marcos Manuel Ibarra Núñez	Carol Ivone Ullairi Ullauri			

Germán
Wilfrido Panamá
Criollo

Carlos Gonzalo
Morales
Figuerola

José Enrique
Martínez Serra

Mario
Madroñero
Murrillo

Elizabeth Ríos
Armijo

1.1. Las Segundas Jornadas Ecuatorianas de GeoGebra

Las segundas jornadas ecuatorianas de GeoGebra se desarrollaron en el marco de la virtualidad, se llevaron a cabo el 4 de diciembre de 2020. Con respecto a los eventos académicos virtuales se destaca el papel formativo con espacios interactivos, de “formato cognitivo susceptible de transferir y difundir conocimientos, incitar al pensamiento y a la generación de nuevas ideas, de una forma en la que no suponen óbice las limitaciones espaciales y temporales”. (Crespo, 2015. p.2). Se muestran elementos atractivos para el desarrollo del aprendizaje propiciando mejora en las habilidades, destrezas y conocimientos profesionales como lo menciona Moreira y Delgadillo (2014):

Los espacios virtuales de aprendizaje favorecen aspectos que la presencialidad limita o simplemente no contempla. Entre estas facilidades de la virtualidad, las más relevantes se asocian con el rompimiento de la barrera de la distancia, la rigidez de los horarios y la facilidad de la distribución del tiempo de estudio sumado a la posibilidad de combinarla con las múltiples ocupaciones que conlleva el estilo de vida moderno. (p. 2)

En efecto, las II Jornadas de GeoGebra propiciaron nuevas expectativas para sus participantes sin considerar las distancias, horarios accesibles y que hicieron que estos espacios virtuales se conviertan en oportunidades de aprendizaje de la matemática. Además, se generó espacios de comunicación fluida y efectiva creando ambientes adecuados en el desarrollo del mismo.

La organización estuvo a cargo del Instituto ecuatoriano de GeoGebra (IEG) con sede en la Universidad Nacional de Educación y la Organización de los estados Iberoamericanos Ecuador OEI. Se constituyó con la articulación de conferencias magistrales, talleres y

ponencias. Con una comunicación a los investigadores, educadores, expertos en GeoGebra y Didáctica de la matemática.

La modalidad para la inscripción virtual a las II Jornadas no tuvo costo alguno, el registro al mismo fue previo con cupos limitados. Se extendió la convocatoria para la participación a docentes de matemática del sistema educativo ecuatoriano, investigadores noveles y expertos en el uso de GeoGebra como recurso didáctico, estudiantes universitarios en las diversas carreras de educación e interesados en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática.

Propósitos

Se ofreció a los docentes de matemática de todos los niveles del sistema educativo ecuatoriano la oportunidad de desarrollar, difundir sus productos investigativos. Así como también, de actualizar su formación con la utilización de la herramienta de GeoGebra como un recurso didáctico en el proceso de enseñanza-aprendizaje, para fortalecer su quehacer educativo con el apoyo de las TIC. Donde, “la influencia que tiene GeoGebra como recurso didáctico informático para enseñar, aprender, estudiar y recrear contenidos de la Matemática haciendo visibles las principales características, propiedades y fundamento lógico-teórico correspondiente”. (Benavides, et al., 2014, p.2)

De esta manera, se pretendió una adecuada integración de GeoGebra en la práctica docente en el marco del COVID-19. Uno de los aspectos relevantes en la actualidad, que genero gran expectativa en los participantes para la construcción de estrategias innovadoras en cada uno de los contextos.

Se constituyó en una ocasión de enriquecimiento académico para difundir y discutir investigaciones y experiencias didácticas con GeoGebra. Con el intercambio de orientaciones teóricas y metodológicas en la enseñanza de las matemáticas en todos los subniveles de la educación ecuatoriana, “el impacto que produce la utilización de la herramienta tecnológica GeoGebra en el contexto educativo, con la pretensión del logro de un aprendizaje significativo y aplicable a diferentes aspectos de la vida cotidiana del estudiante”. (Álvarez, et al., 2019, p. 392)

De igual forma, se trabajó en la consolidación de los usuarios de la comunidad de GeoGebra presente en la enseñanza de la matemática. Con espacios virtuales de calidad

para el intercambio de ideas, experiencias, estrategias orientadas de manera interdisciplinaria con la física, química, y biología.

Además, se organizaron espacios articulados con propuestas pedagógicas y tecnológicas que impulsen el pensamiento computacional de los docentes para fortalecer su cotidianidad en las aulas. Motivando a su participación activa para propiciar espacios de aprendizaje con el apoyo de GeoGebra.

Conferencias Magistrales

Se desarrollaron 6 conferencias magistrales distribuidas de la siguiente manera:

- (C1): Pari, A. Alemania. Comprender mejor las fracciones con GeoGebra.
- (C2): Vitabar, F. Uruguay. La transición de GeoGebra durante el confinamiento: de un accesorio didáctico hacia un intermediario ineludible.
- (C3): Ryokiti, A. Brasil. Desarrollando simuladores con GeoGebra.
- (C4): Carrillo de Albornoz, A. España. Curvas y lugares geométricos con GeoGebra.
- (C5): Oliveira, C. Brasil. La planificación didáctica del profesor de matemáticas en el uso de tecnologías digitales: posibilidades con el software GeoGebra.
- (C6): Rizzo, K. Fotografía y GeoGebra, una estrategia posible para descubrir la matemática que nos rodea.

Las conferencias se desarrollaron por el canal de YouTube en vivo posterior a la inauguración del evento a cargo del director del Instituto de GeoGebra UNAE, Marco Vinicio Vázquez, representante de la OEI Ecuador, Henry Ulloa.

Ponencias

Se desarrollaron 10 grupos de ponencias con el apoyo en la logística de las estudiantes de educación inicial de 11H30 a 12H30 así tenemos las siguientes participaciones.

- (P1): López, G. y Chávez, V. GeoGebra para la inclusión de estudiantes con discapacidad auditiva.
- (P2): Morocho, R. Aprendizaje de cónicas con la realidad y GeoGebra.
- (P3): Fernández, C. y Guachún, F. El software GeoGebra como recurso didáctico para el aprendizaje de vectores y sus operaciones: Una propuesta didáctica.

- (P4): Díaz-Urdaneta, S. Un mapeamiento crítico sobre objetos de aprendizaje elaborados con el GeoGebra en Latinoamérica.
- (P5): Merino, A., Cueva, M., y Guachamín, C. Superficies regladas en GeoGebra como vínculo entre la Matemática y la Arquitectura.
- (P6): Mora, J. GeoGebra como herramienta de transformación educativa en matemática.
- (P7): Armendaríz, A., Pilay, D. Conceptualización de las características de la Función Cuadrática a partir del producto de funciones lineales mediante el uso de GeoGebra.
- (P8): Sánchez, I. Projeto clube GeoGebra: uma oportunidade para promover a aprendizagem geométrica.
- (P9): Rodríguez, D., Valarezo, Ch., Garcés, M. Aproximación a la Geometría y Medida en el subnivel de preparatoria con la herramienta de GeoGebra.
- (P10): Auqui, J., Quizhpilema, J. y Tenezaca, C. Plan de mejora basado en el software GeoGebra para contribuir al aprendizaje de la matemática.
- (P11): Guachún, F., Rojas, M. y Rojas, I. El software GeoGebra como recurso para la enseñanza de la Integral definida: Una propuesta didáctica.
- (P12): Auccahuallpa, R. GeoGebra y el sentido numérico.
- (P13): Quito, L. y Sánchez, E. GamiGebra para la enseñanza de geometría en el noveno año de EGB.
- (P14): Vázquez, M. GeoGebra como herramienta para desarrollar procesos de metacognición.

Talleres

Se realizaron 10 talleres de 14H00 a 16H00 pm de manera simultánea con la intervención de las estudiantes de EI, parte de la logística:

- (T1): Martínez, J. Papel de GeoGebra en el desarrollo de la intuición matemática.
- (T2): Rodríguez, D. y Valarezo, Ch. Aproximación a la Geometría y Medida para el subnivel de Preparatoria con la herramienta de GeoGebra.
- (T3): Troya, I. Creación del Tangram en GeoGebra para desarrollar el pensamiento lógico - matemático en estudiantes de Básica.

- (T4): Cachumba, J. GeoGebra como recurso didáctico de apoyo en las clases virtuales de Geometría.
- (T5): Rivadeneira, F. Los primeros días de la covid19 en Ecuador analizados con GeoGebra.
- (T6): Vergara, J. 3D o sólidos de revolución
- (T7): Aray, C. y Vélez, C. Vectores con GeoGebra.
- Párraga, O. GeoGebra en el celular.
- Morales, C. Elaboración de objetos de enseñanza – aprendizaje con GeoGebra.
- Peñafiel, E. Pitágoras: demostración de un teorema desde GeoGebra.

Logística

Las II Jornadas Ecuatorianas de GeoGebra se apoyó con estudiantes de la Carrera de Educación Inicial quienes colaboraron con la organización de las salas por grupos de zoom tanto de las ponencias como de los talleres. Además, participaron como moderadores en cada una de las aulas virtuales.

Clausura

La clausura del evento se desarrolló por el canal de you tube a las 16H00 del mismo día, con la intervención del director del Instituto de GeoGebra y la participación de la comunidad UNAE.

Publicaciones

Las conferencias y las ponencias aceptadas serán publicadas en las Actas del evento de las II Jornada Ecuatoriana de GeoGebra con IBSN por la Editorial de la UNAE en su formato en línea e impreso.

Certificación

El número de horas de la certificación de la participación a la II Jornada Ecuatoriana de GeoGebra es de 40 horas. Esta certificación es aprobación a través de la participación antes, durante y después del evento en actividades sincrónicas y asincrónicas. Otorgando a 67 estudiantes el certificado por cumplir con el proyecto final de cada uno de los talleres de manera asincrónica.

Tabla 2. Personal que ha colaborado en la ejecución del evento

Organizadores	Comité Organizador	Comité Académico	Comité Logística
Marco Vinicio Vásquez Bernal	Roxana Auccahuallpa Fernández	José Enrique Martínez Serra	Joana Valeria Abad Calle
Director de IEG	Diana Isabel Rodríguez Rodríguez Edwin Bolívar Peñafiel Arévalo (estudiante FEUE) Genesis Hurtado (Estudiante FEUE)	Rosa Ildaura Troya Vázquez	Hugo Abril Piedra

Bibliografía

- Álvarez, Ch., Cordero, J., González, J., Sepúlveda, P. (2019). Software GeoGebra como herramienta en enseñanza y aprendizaje de la Geometría. Educación y Ciencia - Núm. 22. Año 2019 • Pág. 387-402. https://revistas.uptc.edu.co/index.php/educacion_y_ciencia/article/view/10059/8336
- Benavides, G., Benavides, N., Jumbo, C. (2014). Uso de GeoGebra como recurso didáctico para el estudio, la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en el aula. <https://www.pedagogia.edu.ec/public/docs/3d0d8e28687965d22d16dad72b37b692.pdf>
- Crespo, J. (2015). Eventos académicos virtuales. Ideas alrededor de un estado de la cuestión. ASRI - Arte y Sociedad. Revista de Investigación. Núm. 8, p. 1-9. <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/5029081.pdf>
- Moreira, C., Delgadillo, B. (2014). La virtualidad en los procesos educativos: reflexiones teóricas sobre su implementación. Tecnología en Marcha. Vol. 28, Nº 1, Enero-Marzo. Pág 121-129. <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/5051536.pdf>
- Navarro, V., Arrieta, X., Delgado, M. (2017) Programación didáctica utilizando GeoGebra para el desarrollo de competencias en la formación de conceptos de oscilaciones y ondas Omnia, vol. 23, núm. 2 mayo-agosto,2017 pp. 76-88. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=73754834008>

Pari, A. (2019) Memorias de la I Jornada Ecuatoriana de GeoGebra. ISBN: 978-9942-783-42-4 Digital Universidad Nacional de Educación del Ecuador- UNAE pp. 5 – 6
<https://unae.edu.ec/editorial/portal-de-libros/memorias-de-la-i-jornada-ecuatoriana-de-GeoGebra/>

§5. Los Cursos de Capacitación a docentes ecuatorianos en el empleo del software GeoGebra en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática

Roxana Auccahuallpa Fernández¹¹

Abdón Pari Condori

Resumen: En este capítulo, se presentan datos e información sobre cuatro años de experiencia en formación continua en uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de la Básica y formación de formadores a través del Instituto Ecuatoriano de GeoGebra con sede UNAE. El texto se ha estructurado en cuatro apartados: primero, una presentación del marco teórico y legislativo de partida, segundo, se explica a grandes rasgos las cuestiones metodológicas (Instrumentos, participantes, procedimientos de análisis de datos), tercero, procesos de planificación, ejecución y evaluación de los cursos, cuarto, los resultados generales y finaliza con algunas reflexiones y consideraciones finales.

Palabras clave: Formación continua, matemática, docentes, GeoGebra.

Abstract: This chapter presents data and information on four years of experience in continuous training in the use of GeoGebra as a didactic resource for the teaching of Basic Education and training of trainers through the Ecuadorian Institute of GeoGebra at UNAE. The text is structured in four sections: first, a presentation of the theoretical and legislative framework, second, the methodological issues (instruments, participants, data analysis procedures), third, planning processes, implementation and evaluation of the courses, fourth, the results generals and ends with some reflections and considerations.

¹¹ UNAE. roxana.auccahuallpa@unaeedu.onmicrosoft.com

Keywords: Continuing education, mathematics, teachers, GeoGebra.

2.1. Introducción

En el contexto ecuatoriano, la formación continua del profesorado es competencia de la Ley de Educación y Régimen académico. En ese contexto, para responder a las exigencias de la actual sociedad en que vivimos, la educación de las personas debe abarcar todo el ser a lo largo de su vida (White, 2012). La formación continua del profesorado es un factor clave en el manejo y aplicación de las tecnologías de información y comunicación (TIC) que se hace cada vez más imprescindible. En la misma línea, Alvares (2020) señala:

“(...) la formación en TIC se hace imprescindible en todos los sectores profesionales, y en el colectivo docente mucho más. No en vano, se las sigue considerando a las TIC como las impulsoras de los cambios y la innovación en las aulas.” (p.71).

A pesar de esa consciencia colectiva de la importancia de las TIC en los docentes, existe la persistencia en utilizar estas con métodos tradicionales. No obstante, “los docentes son el colectivo que más números de horas de formación voluntaria realiza fuera de su horario laboral” (Gómez, Boumadan, Poyatos y Soto, 2020, p.96).

En este sentido, según la Ley Orgánica de Educación Intercultural (LOEI) en el capítulo cuarto art.10 menciona que los docentes ecuatorianos del sector público tienen derecho a “Acceder gratuitamente a procesos de desarrollo profesional, capacitación, actualización, formación continua, mejoramiento pedagógico y académico en todos los niveles y modalidades, según sus necesidades y las del Sistema Nacional de Educación”. (2017, p.13)

Además, el nuevo Marco Legal de Ecuador establece que:

los docentes públicos, como profesionales de la educación, deben desarrollar estrategias para ayudar a todos sus estudiantes a lograr los aprendizajes esperados, y por lo tanto, como parte de su jornada laboral, deben cumplir con actividades tales como diseñar materiales pedagógicos, conducir investigaciones relacionadas a su labor, atender a los representantes legales de los estudiantes y realizar actividades de refuerzo y apoyo educativo para

estudiantes que lo necesiten, por mencionar algunas. Todo esto requiere, naturalmente, que los docentes tengan la posibilidad de desarrollarse profesionalmente (Mineduc, 2012, p.21)

Incluso, el artículo 349 de la Constitución de la República del 2008 dispone que el personal docente en todos los niveles educativos tiene derecho a un sistema de formación profesional continua que les permita actualizarse, capacitarse, desarrollarse profesionalmente y mejorar académica y pedagógicamente; una remuneración justa de acuerdo a la profesionalización, desempeño y méritos académicos. Por ello, el Ministerio de Educación en conjunto con las universidades e instituciones de educación superior son los encargados de desarrollar cursos de formación continua. Así, para el 2012, el Acuerdo Ministerial No. 020-12 del 25 de enero del 2012 del Estatuto Orgánico de Gestión Organizacional por Procesos del Ministerio de Educación; en su artículo 19 establece que la unidad responsable del desarrollo profesional educativo es la Subsecretaría de Desarrollo Profesional Educativo.

Por su parte, el Reglamento General a la Ley describe con mayor detalle en qué consistirá la oferta de formación permanente para los profesionales de la educación. El artículo 311 señala que “con el objeto de mejorar las competencias de los profesionales de la educación”, el Ministerio de Educación debe certificar, diseñar y ejecutar “procesos de formación en ejercicio, atendiendo a las necesidades detectadas a partir de los procesos de evaluación y a las que surgieren en función de los cambios curriculares, científicos y tecnológicos que afecten su quehacer”. Incluso, de acuerdo a la ley ecuatoriana y la LOEI para ser docente este debe incursionar en su carrera magisterial y promueva en el escalafón debe realizar un desarrollo profesional permanente de actualización psicopedagógica y en ciencias de la educación. Para esto es fundamental la formación continua y la acumulación de horas conforme establece la LOEI y su Reglamento General (al menos 330 horas en cursos aprobados de formación continua también entendidos como cursos de actualización profesional y/o programas de posgrado para efectos de escalafón).

Por todo lo expuesto, es imprescindible que las instituciones de educación superior como la Universidad Nacional de Educación – UNAE desarrollen cursos de formación continua que permitan actualizar, capacitar y desarrollar estrategias de enseñanza y aprendizaje a

los docentes en su carrera magisterial. En este sentido, el Instituto Ecuatoriano de GeoGebra (IEG) con sede UNAE ha desarrollado múltiples cursos de GeoGebra de manera semipresencial y virtual de forma gratuita para el fortalecimiento y enriquecimiento de los docentes de matemáticas a nivel de la zonal 6 y otras que se han integrado a partir del 2018 hasta la actualidad.

El propósito de este capítulo es describir todas las capacitaciones que se han realizado a docentes ecuatorianos en el uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza y aprendizaje de la matemática. A su vez, mostrar el número de docentes que han participado desde la creación del Instituto Ecuatoriano de GeoGebra hasta la actualidad en los diferentes lugares de Ecuador en el cual se han desarrollado los cursos en conjunto con el apoyo del Ministerio de Educación de Ecuador y la OEI – Ecuador (Pari, 2019, p. 24).

2.2. Revisión Teórica

2.2.1. Formación continua

Hasta la década de los 90 del siglo pasado, según Torres y colaboradores (2014) los docentes se centraban en los procesos de enseñanza (p.130). A raíz de que la educación estaba basada en competencias profesionales cobro importancia en el giro de siglo, como resultado de la transformación del conocimiento como motor de la economía y factor determinante de la competitividad de los mercados (Torres, et al., 2014).

Toda transformación educativa está vinculada a la formación de los docentes, es decir, no hay mejora educativa sin innovación en la formación continua de los profesores. El profesorado de hoy se enfrenta a grandes desafíos, la sociedad es dinámica y se encuentra dentro de un mundo cambiante. En la misma línea, según Álvaro Marchesi, Secretario general de la Organización de Estados Iberoamericanos (OEI), en el preámbulo a metas educativas 2021 señala que: “el análisis de las condiciones que facilitan la incorporación de las TIC en el proceso de enseñanza y aprendizaje de manera innovadora se convierte en una reflexión ineludible”. (p. 8). En esa perspectiva, saber y saber enseñar son realidades diferentes. Tampoco la experiencia docente garantiza por sí misma la calidad de la enseñanza, por lo que es necesario la capacitación y actualización de docentes en servicio.

Mientras más preparado estén los docentes, mayor serán los beneficios que puede aportar en el proceso educativo. Por su parte, el pedagogo brasileño Paulo Freire señala que "un maestro cualificado ante un mundo globalizado es capaz de adaptarse al uso del espacio, los materiales y al uso y manejo del tiempo según las necesidades de los estudiantes" (2004, p.19). Esto significa, entonces, que el docente que reúne estas características posee valiosos conocimientos sobre el proceso de aprendizaje de sus estudiantes, además, logra implementar estrategias y técnicas de enseñanza, adecuadas al contexto que rodea al estudiante (Ronquillo, 2018, p.24)

2.2.2. Competencia digital

Actualmente las tecnologías de la información y de comunicación (TIC) están sufriendo un desarrollo vertiginoso, que está afectando a prácticamente todos los campos de nuestra sociedad y la educación no es ajena a este cambio acelerado. A pesar de que las tecnologías en la educación han existido desde los inicios de la misma, se han visto pasar por las aulas Televisores, radios, materiales didácticos, videos, proyectores, entre otros, pero su incorporación era casi voluntaria y por iniciativa personal del docente. Sin embargo, en la sociedad actual del conocimiento y pos pandemia, exigen nuevas habilidades y desarrollo de competencias, así como surgen nuevos escenarios y entornos de formación de modo que potencia el desarrollo de habilidades, conocimientos, actitudes y valores. En este sentido, las habilidades digitales, los conocimientos, actitudes y valores hacia el dominio de la tecnología resultan fundamentales y conforman una de las principales competencias del siglo XXI (Pastor y López, 2017, p. 62). El desarrollo de competencia digital en el profesorado debe entenderse como algo más que el dominio de ratones y teclas del ordenador, debería capacitar también al profesorado para el aumento de su autonomía crítica como parte integrante de su desarrollo personal y ciudadano (Gonzales, 2017, p. 59).

En esa perspectiva la competencia digital, es una competencia básica para cualquier ciudadano del siglo XXI, en consecuencia, hay una gran necesidad y una alta exigencia de estas competencias en el profesorado. Un docente que posee la competencia digital, dispone de habilidades, conocimiento para promover un ambiente de aprendizaje enriquecido con las tecnologías de la información y la comunicación. Es decir, podrá

utilizar las TIC para mejorar y transformar las prácticas pedagógicas del aula y potenciar su propio desarrollo profesional y personal.

Sin embargo, como señala la UNESCO (2020): “el reto más grande de los docentes es seguir adquiriendo las competencias digitales necesarios para el beneficio de nuestros estudiantes”¹². En respuesta a estas necesidades del país, desde el Instituto Ecuatoriano de GeoGebra con sede en la Universidad Nacional de Educación se oferta los cursos de formación continua en el Uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza y aprendizaje de la matemática con facilitadores certificados por el Instituto de GeoGebra Internacional (IGI).

El reto que enfrenta el profesorado del Ecuador no solo consistía en dar clases delante de una pantalla, sino el desarrollo de las competencias digitales necesarias para desarrollar una educación completa y de calidad. En esa perspectiva, los expertos en GeoGebra han desarrollado cursos de formación continua en uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de la matemática, que contemplaba la iniciación al uso de la plataforma, al uso de GeoGebra desde lo básico y mostrando las potencialidades del software, motivando a los docentes no solamente en el uso de GeoGebra sino también en conocimiento disciplinar. Además, el Ecuador presenta una muy variada geografía entre sus cuatro regiones de la Sierra, la Costa, la Amazonia y la Insular con calendarios académicos también variados. En las cuatro regiones existe un consenso entre los docentes que la normalidad no volverá, y que la tecnología ha venido a quedarse.

2.2.3. GeoGebra

En las últimas décadas se han creado una variedad de recursos digitales para la enseñanza de la matemática incluyendo GeoGebra que fue creado por Markus Hohenwarter en 2002 como parte de su tesis de Master en Educación Matemática en la Universidad de Salzburgo (Austria). Sin embargo, alrededor de este software se ha creado una comunidad internacional y agrupaciones locales en calidad de Institutos de GeoGebra. En ese marco se ha creado en el país el Instituto Ecuatoriano de GeoGebra con sede en la Universidad Nacional de Educación.

¹² <https://www.iesalc.unesco.org/2020/11/20/el-reto-mas-grande-es-seguir-adquiriendo-las-competencias-digitales-necesarias-para-el-beneficio-de-nuestros-estudiantes/>

La razón porque se ha optado por GeoGebra y no otro software, las encontramos en Pari, Mendoza y Auccahuallpa (2020):

Existe una gran variedad de recursos digitales para la enseñanza de las matemáticas relacionadas con la geometría, por ejemplo, el uso de un sistema de geometría dinámica (DMS), Geometr's Sketchpad y Cabri. Pero muchas de estas aplicaciones informáticas no fueron creadas con un determinado enfoque pedagógico, ni están todos disponibles de forma gratuita ni se sugieren en el plan de estudios para la enseñanza de las matemáticas. (p. 160).

A diferencia de los otros programas, GeoGebra es un software gratuito de código abierto que combina características de geometría dinámica, sistemas de álgebra computacional y programas de hojas de cálculo (Sarmiento y Luna, 2017 en Pari et al., 2020, p. 161). Otra de las potencialidades de GeoGebra es su capacidad única de iluminar tanto los conceptos algebraicos como los geométricos y proporciona un mecanismo para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en las aulas de todos los niveles del sistema educativo (Zengin, 2018 en Pari et al. 2020, p. 161).

Por lo tanto, GeoGebra es una herramienta importante durante la exploración, comprobación de conjeturas, descubrir y modelar. El principio básico de arrastrar un objeto de una figura es que debe mantener todas sus propiedades tal como fue construida. Es decir, la diferencia de un objeto matemático construido versus un objeto dibujado, radica en que en el objeto matemático construido es invariante en todos sus atributos, así como, la longitud de un segmento, área, amplitud de uno o varios ángulos cambian de los objetos matemáticos involucrados. Finalmente, la importancia de esta herramienta de arrastre es que permite observar invariantes y patrones entre los elementos de una figura construida.

2.3. Metodología

La investigación fue de tipo cuantitativo, de alcance descriptivo-explicativo, cuyo objetivo fue analizar la experiencia del desarrollo de los cursos de formación continua en el “uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de la matemática” y “formación de formadores en uso de GeoGebra” en el periodo 2017-2020, desarrollados

desde el Instituto Ecuatoriano de GeoGebra (IEG) con sede en la Universidad Nacional de Educación UNAE.

Participantes

Los participantes de este estudio fueron docentes que participaron en los cursos de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza y aprendizaje de la matemática entre los años 2017, 2018, 2019 y 2020.

Tabla 1. Docentes participantes de cursos de GeoGebra en Ecuador

Año	Provincia	Lugar	No. Participantes	No. Aprobados	Facilitadores
2017	Sucumbíos	Lago Agrio	20		Abdón Pari
	Pichincha	Quito	36	16	Agustín Carrillo José Luis Muñoz
	Azogues	Azogues	36	14	Agustín Carrillo José Luis Muñoz
2018	Esmeraldas	Quinindé	100	90	Abdón Pari Roxana Aucchuallpa
	Sucumbíos	Lago Agrio	40	36	Abdón Pari
	Azogues	Azogues	80	50	Abdón Pari Roxana Aucchuallpa Marco Ibarra German Panamá Carlos Morales
2019	Tungurahua	Ambato	40	20	Abdón Pari
	Manabí	Manta	40	20	Abdón Pari
	El Oro	Machala	40	20	Abdón Pari
	Azogues	Azogues	80		Abdón Pari Roxana Aucchuallpa
2020	Azogues	Azogues	200	120	Abdón Pari Roxana Aucchuallpa
2021	Azogues y otros lugares		120	85	Roxana Aucchuallpa Marco Vásquez Diana Rodríguez José Enrique Martínez
Total			832	421	

Fuente: Autoría propia (2021)

Al final del proceso del curso, desde la plataforma virtual formativa evea.unae.edu.ec se aplica un cuestionario de satisfacción a los profesores participantes que completaron el curso.

Instrumentos y técnicas de recogido de información

Cuestionario. El instrumento ‘Cuestionario sobre el uso de GeoGebra como herramienta didáctica para la enseñanza de las matemáticas’ tuvo el objetivo determinar las percepciones, expectativas y valoraciones que tienen los docentes participantes de los

cursos de GeoGebra desarrollados por el Instituto Ecuatoriano de GeoGebra (IEG) con sede UNAE sobre el uso del software GeoGebra y el curso semipresencial y virtual. Este instrumento fue desarrollado en los cursos del 2019 – 2020 como parte del proyecto de investigación de la UNAE. El cuestionario fue elaborado en formularios de Google y enviado a través de la plataforma de evea.unae.edu.ec a todos los participantes. Este comprendía tres partes, la primera relacionado al aspecto demográfico (edad, género, procedencia, nivel educativo, años de experiencia), la segunda incluía 4 tipos de preguntas con 9 ítems cada una sobre GeoGebra en el proceso de enseñanza aprendizaje en el aula y en el taller, y la tercera tuvo 4 preguntas abiertas relacionados a ventajas y desventajas del uso de GeoGebra en el aula y cómo desarrollar de forma efectiva el software. (Ver anexo 1)

2.4. Procesos de planificación, ejecución y evaluación de los cursos de capacitación

Los diferentes cursos de GeoGebra que se realizaron a partir del Instituto Ecuatoriano de GeoGebra con sede en la Universidad Nacional de Educación UNAE desde el 2018 en conjunto el Ministerio de Educación de Ecuador (Mineduc) y la Organización de Estados Iberoamericanos (OEI) tuvieron como propósito fundamental desarrollar destrezas y habilidades para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en docentes de la educación básica y bachillerato con el uso de GeoGebra de todo el país. A su vez, capacitar a los formadores en el uso de GeoGebra para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y la producción de recursos didácticos e investigación en el campo de la educación matemática.

Los cursos de GeoGebra que se desarrollaron fueron de dos tipos: (1) Semipresencial y (2) Virtual

Tipo 1. Semipresencial. Este tipo de curso fue desarrollado en dos etapas, la primera desarrollado en un taller de 1 a 3 días por los facilitadores del curso (docentes certificados por el IEG). La segunda desarrollada en su modalidad virtual a través de la página web evea.unae.edu.ec de formación continua de la UNAE. Además, se tiene cursos para dos tipos de usuarios (Principiantes en GeoGebra y Usuarios en GeoGebra). El curso para principiantes en GeoGebra tiene 9 unidades distribuidos en temas relacionados a la enseñanza de las matemáticas que se muestra en la Tabla 2. A su vez cuenta con 100 y

150 horas de certificación, distribuidos en 50 de práctica (acompañamiento) presencial y 100 horas de trabajo autónomo con acompañamiento asincrónico del facilitador experto en GeoGebra. El curso requiere de aprobación de un mínimo de 7 sobre 10 puntos, para ello el participante deberá resolver dos retos propuestos en cada unidad. Además, cada unidad tiene un periodo de 15 días calendario para la ejecución de la tarea asignada que es enviado a través de la plataforma de evea.una.edu.ec para su revisión.

Tabla 2. Unidades del Curso de GeoGebra para Principiantes

Unidades	Sistema de Conocimientos
Unidad 1. Introducción general al Curso de GeoGebra	Taller presencial: Introducción a GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de las Matemáticas de Educación Básica.
Unidad 2. Primeros pasos con GeoGebra	Registrarse en la plataforma del campus virtual de la UNAE. Realizar los primeros pasos en GeoGebra. Construcción de perfil en la plataforma y en GeoGebra: En uso de GeoGebra: trazo de puntos, segmentos, rectas y circunferencias. Objetos libres y dependientes.
Unidad 3. Geometría con GeoGebra	Introducción. GeoGebra como recurso TIC. Conexión entre vista algebraica, vista gráfica y hoja de cálculo. Deslizadores, animación y texto.
Unidad 4. Circunferencia y círculo con GeoGebra	Circunferencias, semicircunferencias, arcos de circunferencia, sector circular, actividades de investigación, elementos de una circunferencia, posiciones relativas, dibujando circunferencias, áreas, tangentes, rectas tangentes por un punto exterior.
Unidad 5. Triángulos con GeoGebra	Elementos notables de un triángulo: Mediatriz, Mediana, Altura y Bisectriz. Actividades de investigación, posiciones de un punto notable, punto de Gergonne, triángulo medial, triángulo órtico, construcciones, rectas sobre triángulos: Recta de Euler, Recta de Simson, Teoremas sobre triángulo rectángulo.
Unidad 6. Cuadriláteros con GeoGebra	¿Qué es un cuadrilátero?, clasificación de cuadriláteros, cuadriláteros de puntos medios, cuadrilátero tangencial, propiedad de las bisectrices, paralelogramos de Winttenbauer, propiedades de áreas, teorema de Aubele, teorema de Thebault y puntos notables de un cuadrilátero convexo.
Unidad 7. Ecuaciones y sistemas de ecuaciones e inecuaciones con GeoGebra	Resolución de ecuaciones, factorización, resolución aproximada de ecuaciones, resolución de sistema de ecuaciones, inecuaciones.
Unidad 8. Listas y secuencias con GeoGebra	Esta unidad dedicaremos al estudio de los polígonos. Construcción de polígonos irregulares. Construcción de polígonos regulares con GeoGebra y con compas.
Unidad 9. Estadística con GeoGebra	Estadística unidimensional. Datos no agrupados y datos agrupados. Representaciones gráficas. Parámetros estadísticos.

Cierre del curso de GeoGebra: entrega de certificados a aprobados	Cierre del Curso Masivo de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de las Matemáticas.
--	--

Fuente: Autoría propia (2021)

Por otra parte, el curso para ‘Usuarios en GeoGebra’ tiene 10 unidades distribuidas en temas relacionados a la enseñanza de las matemáticas superior. Este curso es para docentes de matemáticas que se caracterizan por ser usuarios del software, tienen experiencia en GeoGebra y han aprobado el curso de principiantes en GeoGebra. El propósito fundamental de este curso es capacitar a los formadores en el uso de GeoGebra para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y que estos puedan producir recursos didácticos e investigación en el campo de la educación matemática.

El sistema de conocimientos de este curso se muestra en la Tabla 3. No obstante, el curso certifica a los participantes en 250 horas, 100 de práctica y 150 de trabajo autónomo. De la misma forma que el curso para principiantes, el curso requiere de aprobación de un mínimo de 7 sobre 10 puntos, para ello el participante deberá resolver dos retos propuestos en cada unidad. Además, cada unidad tiene un periodo de 15 días calendario para la ejecución de la tarea asignada que es enviado a través de la plataforma de veea.una.edu.ec para su revisión. Como trabajo final del curso, el participante debe acreditar el desarrollo y creación de una actividad didáctica haciendo uso de GeoGebra, el cual debe ser presentado en el aula con sus estudiantes y grabado para una valoración de la actividad por parte de los facilitadores.

Tabla 3. Unidades del Curso de GeoGebra para Usuarios.

Unidades	Sistema de Conocimientos
Unidad 1: Geometría con GeoGebra	Introducción. GeoGebra como recurso TIC. Conexión entre vista algebraica, vista gráfica y hoja de cálculo. Deslizadores, animación y texto. Construcción de polígonos regulares e irregulares. Circunferencia y círculo.
Unidad 2: Cónicas, curvas y otros lugares geométricos	Para construir un lugar geométrico necesitaremos dos objetos: un punto que será el que describirá el lugar geométrico, y otro que será el punto que se mueve y hace que las condiciones cambien, y por tanto, exista un lugar geométrico.
Unidad 3: Otras opciones de GeoGebra	Una vez conocido el funcionamiento de GeoGebra, dedicaremos este nuevo tema para dar a conocer nuevas opciones y posibilidades de este software con el objetivo de lograr que las matemáticas sean más dinámicas.
Unidad 4:	En este tema proponemos distintas opciones para desarrollar en el aula actividades que requieren la utilización de programas de cálculo simbólico (CAS), procurando en todo

Cálculo simbólico. Resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones	momento que tengan la etiqueta del software libre, si es posible que ofrezcan versiones multiplataforma que permitan su instalación en distintos sistemas operativos.
Unidad 5: Aplicaciones al cálculo y al análisis	Como ya indicamos en bloques es mucho más que un programa de geometría dinámica por lo que constituirá un excelente recurso para estudio y representación de funciones, <i>GeoGebra</i>
Unidad 6: Álgebra lineal	Antes de iniciar las actividades con vectores y matrices que corresponden al tema de álgebra lineal, dedicaremos las primeras actividades al trabajo con listas y sucesiones que como expondremos, con GeoGebra no quedan limitadas a valores numéricos. Para trabajar con sucesiones será de gran ayuda el comando Secuencia
Unidad 7: Estadística y probabilidad	Este tema está dedicado a la estadística que poco a poco, en las nuevas versiones de GeoGebra va mejorando, lo que hace que este software se pueda utilizar en todos los bloques de contenidos.
Unidad 8: Geometría en 3D	Al arrancar GeoGebra aparecerá una vista similar a la que estamos habituados, por lo que tendremos visibles la vista algebraica y la vista gráfica (en 2D), además del resto de elementos ya conocidos. Accediendo al menú Vista podremos activar la Vista gráfica en 3D.
Unidad 9: Geometría afín y euclídea en el plano y en el espacio	Ya sabemos que para cualquier objeto de la vista gráfica aparecerán sus coordenadas o ecuación, según el caso, en la vista algebraica y que a través del botón secundario de ratón, accediendo a Propiedades, podemos hacer que éstas también aparezcan en la vista gráfica.
Unidad 10: Taller de GeoGebra para un Grupo de profesores	En esta actividad el participante debe presentar una planificación de un Taller de GeoGebra para un grupo de profesores de su entorno (entre 15 y 50 docentes), realizar el taller y mostrar las evidencias en un video y el informe del taller. Otra posibilidad es presentar una ponencia en las II Jornadas Ecuatorianas de GeoGebra a realizarse en la UNAE los días 21 y 22 de mayo de 2020.
	Cierre del curso de formación de formadores sobre uso de GeoGebra

Cierre del curso

Fuente: Autoría propia (2021)

Tipo 2. Virtual. Este tipo de curso fue desarrollado de forma completa en su modalidad virtual, la cual estaba compuesta de un taller virtual de dos horas a través de la plataforma zoom sobre la introducción al curso y la forma de acceso a la plataforma virtual evea.unae.edu.ec de formación continua de la UNAE. Luego de esta actividad sincrónica con los participantes, el curso se desarrolló de forma virtual asincrónica, en la que los participantes si tenían dudas o consultas pueden escribir mensajes a los facilitadores a través de la plataforma virtual.

Este tipo de curso surgió a raíz de la emergencia sanitaria mundial del covid-19, por ello, se desarrolló el curso completo en su modalidad virtual atendiendo las dudas o preguntas a través de la página web evea.unae.edu.ec. Existieron dos cursos que se desarrollaron, el

primero de 150 horas para 200 docentes interesados en el uso de GeoGebra correspondientes a 9 unidades y el segundo curso de 100 horas y 5 unidades con 120 participantes.

La tabla 4 muestra una síntesis de todos los cursos de GeoGebra que se desarrollaron a partir del 2017 hasta la actualidad. Incluye el nombre del curso, lugar, modalidad, número de horas, número de participantes, fecha del curso, número de unidades y facilitadores.

Tabla 4. Cursos de GeoGebra en el periodo de 2017-2020

	Nombre de curso	Lugar	Modalidad	Número horas	Número de participantes	Fecha del curso	Unidades	Tutores Facilitadores
1	GeoGebra para la enseñanza de las matemáticas	Sucumbíos	Presencial		20	2017		Abdón Pari
2	Formador de Formadores	Pichincha Quito	Semipresencial	150	36	2017- 2018	9	Agustín Carrillo José Luis Muñoz
		Azogues		150	36	2017- 2018	9	Agustín Carrillo José Luis Muñoz
3	GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza y aprendizaje de la matemática	Esmeraldas – Quinindé	Semipresencial	100	100	2018	9	Abdón Pari Roxana Auccahuallpa
4	GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza y aprendizaje de la matemática	Sucumbíos – Lago Agrio	Semipresencial	100	40	2018	9	Abdón Pari
5	GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza y aprendizaje de la matemática	Azogues	Semipresencial	100	80	2018	9	Abdón Pari Roxana Auccahuallpa Marco Ibarra German Panamá Carlos Morales

	Nombre de curso	Lugar	Modalidad	Número horas	Número de participantes	Fecha del curso	Unidades	Tutores Facilitadores
6	GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza y aprendizaje de la matemática	Tungurahua-Ambato	Semipresencial	100	40	2019	9	Abdón Pari
7	GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza y aprendizaje de la matemática	Manabí-Manta	Semipresencial	100	40	2019	9	Abdón Pari
8	GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza y aprendizaje de la matemática	El Oro - Machala	Semipresencial	100	40	2019	9	Abdón Pari
9	Curso Masivo de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de las Matemáticas	Azogues	Semipresencial	150	90 docentes de matemáticas	17 enero al 22 de mayo 2019	9	Abdón Pari Roxana Auccahuallpa German Panamá Marcos Ibarra Carlos Morales Marco Vásquez
10	GeoGebra como recurso didáctico en el aula (Fase II)	UNAE Campus	Semipresencial	150	57	29 abril al 16 agosto 2019	9	Roxana Auccahuallpa Abdón Pari Condori
11	Innovar y transformar la enseñanza de matemáticas con GeoGebra	UNAE	Virtual	200	Docentes de matemáticas	01 mayo al 30 septiembre 2020	9	Abdón Pari Roxana Auccahuallpa Marco Vásquez
12	Uso de GeoGebra para la enseñanza de las matemáticas	UNAE Mineduc	Virtual	120	Docentes de matemáticas	15 octubre 2020 al 31 de enero 2021	5	Roxana Auccahuallpa Marco Vásquez

Nombre de curso	Lugar	Modalidad	Número horas	Número de participantes	Fecha del curso	Unidades	Tutores Facilitadores
							José Enrique Martínez Diana Rodríguez
TOTAL			832				

Fuente: Autoría propia (2021)

Desde la creación del Instituto Ecuatoriano de GeoGebra con sede UNAE en 2018 se han realizado múltiples cursos sobre el Uso de GeoGebra para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Hasta la fecha tenemos 12 cursos en la que participaron alrededor de 832 docentes y que certificaron a 421 docentes ecuatorianos en el uso del software.

A continuación, se detalla cada uno de los cursos que fueron desarrollados por parte del Instituto Ecuatoriano de GeoGebra con apoyo de la OEI y el Ministerio de Educación de Ecuador.

Curso 1. GeoGebra para la enseñanza de las matemáticas

El primer curso que dio inicio a los posteriores cursos de GeoGebra en la UNAE fue desarrollado en la provincia de Sucumbíos – Lago Agrio con un grupo de 20 docentes interesados en el uso de GeoGebra en el aula. El profesor Abdón Pari, quien en 2017 fue docente de la UNAE en la sede Lago Agrio desarrolló el primer curso de GeoGebra a pesar de las limitaciones tecnológicas que algunos docentes del curso poseían, esto no limitó el desempeño en la realización de los retos que cada unidad del curso requería. Aunque este curso no certificó el número de horas de los docentes, sirvió de base para gestionar la creación del Instituto Ecuatoriano de GeoGebra con sede en la UNAE.

Curso 2. Formación sobre el Uso de GeoGebra como recurso didáctico

El curso ‘Formación sobre el Uso de GeoGebra como recurso didáctico’ fue desarrollado en 2017 por los profesores representantes de GeoGebra en Iberoamérica como Agustín Carrillo y José Luis Muñoz. Este curso fue desarrollado para 36 docentes del cantón de Azogues y 36 para la provincia de Pichincha. La certificación de 350 horas de este curso de 11 unidades se desarrolló a partir de la aprobación del curso por parte del Ministerio de Educación y la UNAE. La modalidad del curso fue semipresencial, dos días de taller

presencial y lo otro fue desarrollado en su modalidad virtual a través de la plataforma de la UNAE.

Curso 3. 4. 5. 6. 7.8. GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza y aprendizaje de la matemática de Educación Básica

El curso ‘GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de las Matemáticas de Educación Básica’ organizado por el Instituto de GeoGebra de la UNAE permitió desarrollar habilidades en los docentes de matemáticas de las instituciones educativas del Ecuador en cuanto al uso el recurso de GeoGebra como recursos tecnológicos en el aula. El curso fue desarrollado en varias ciudades de Quinindé, Esmeraldas; de Lago Agrío, Sucumbíos; de Ambato, Tungurahua; de Manta, Manabí; y de Machala, El Oro.

Curso 9. Curso Masivo de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza aprendizaje de las matemáticas

El curso masivo de GeoGebra fue desarrollado a partir del IEG a 90 docentes del cantón de Azogues, el propósito del curso fue desarrollar destrezas y habilidades para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en docentes de la educación básica con el recurso de GeoGebra. El curso certifico 150 horas para 9 unidades de trabajo semipresencial por parte de los docentes participantes.

Curso 10. Formación de Formadores sobre uso de GeoGebra

Este curso fue desarrollado en noviembre de 2019 hasta marzo de 2020. El curso de formación sobre uso de GeoGebra para Formadores se propone desde la experiencia de haber participado en el curso de Principiantes de ‘**GeoGebra como Recurso Didáctico para la enseñanza de las Matemáticas**’, para profesores de las ciudades de Quinindé, Esmeraldas; de Lago Agrío, Sucumbíos; de Ambato, Tungurahua; de Manta, Manabí; y de Machala, El Oro. Los facilitadores del curso son certificados por el IEG.

Curso 11. Innovar y transformar la enseñanza de matemáticas con GeoGebra

El curso se desarrolló en su modalidad virtual debido a la emergencia sanitaria de covid-19. Por ello, desde el Instituto Ecuatoriano de GeoGebra con sede UNAE se ofertó al profesorado, el curso “Innovar y transformar la enseñanza de las Matemáticas con GeoGebra”, de manera gratuita para contribuir y coadyuvar a los requerimientos de teletrabajo del profesorado y del aprendizaje virtual de los estudiantes de todo el Sistema

Educativo del país. Participaron 200 docentes en este curso y se tuvo 4 facilitadores para el acompañamiento en el desarrollo del curso de 150 horas para 9 unidades.

Curso 12. Uso de GeoGebra para la enseñanza de las matemáticas

El curso se desarrolló en su modalidad virtual debido a la emergencia sanitaria de Covid-19. De manera conjunta con el Ministerio de Educación y el IEG se matricularon al curso 120 docentes de varios lugares de Ecuador. El curso tuvo 5 unidades y certificó 100 horas de formación continua.

2.5. Resultados obtenidos en las encuestas de satisfacción

En este apartado se presentan los resultados detallados, tablas y graficas obtenidas de los cuestionarios y comunicaciones por correo electrónico y WhatsApp sobre la satisfacción de los profesores que han participado del curso de “GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de la matemática en Educación Básica” en la modalidad semipresencial. La parte presencial se realizó al principio del curso con una duración de dos días, luego se continuaba con la modalidad virtual con el acompañamiento de por lo menos dos facilitadores.

En la figura siguiente, se presenta la distribución del profesorado que han participado del curso de GeoGebra, seleccionados por el Ministerio de Educación, en la que se tuvo una tasa de aprobación muy satisfactoria alcanzando el 90% de los participantes. El 49% eran docentes varones y 51% mujeres.

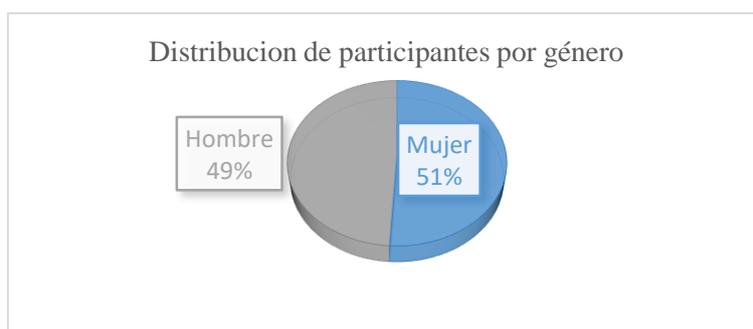


Figura 5. Distribución del profesorado por género. Autoría propia (2021)

A pesar de que GeoGebra fue creado en 2002 por Markus Hohenwarter y se ha ido expandiendo en el contexto internacional especialmente en los países europeos y Norteamérica, en Ecuador no es muy conocido por el profesorado. Aunque en forma intermitente existen rastro de algunos profesores que poseen el conocimiento del software

y utilizaban de forma independiente y aislado sin ninguna conexión o comunidad de aprendizaje con otros docentes ni instituciones o Instituto de GeoGebra. Este resultado se muestra en la Figura 2.

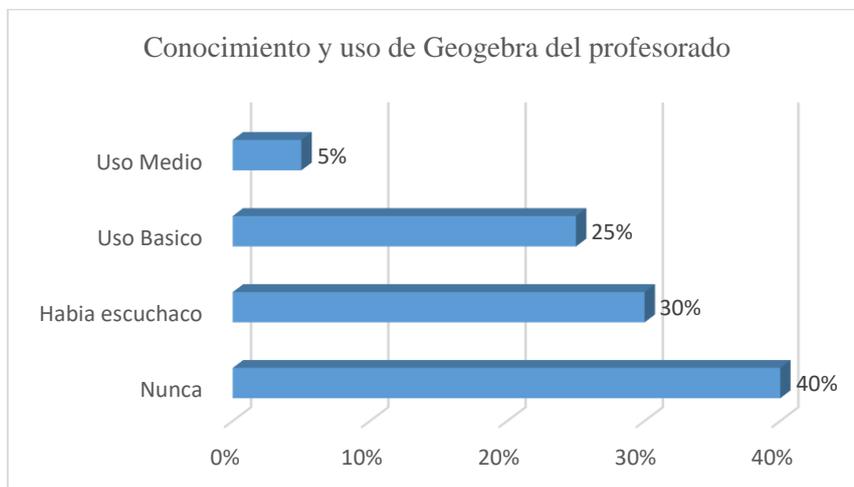


Figura 6. Distribución por conocimiento y uso de GeoGebra. Autoría propia (2021)

El 60% de docentes participantes no tenían conocimiento de GeoGebra antes de participar del curso (que incluye a los que nunca utilizaron y solo habían escuchado), mientras que el 30% de los docentes utilizaban GeoGebra, pero solo el 5% de los docentes tenían un nivel medio.

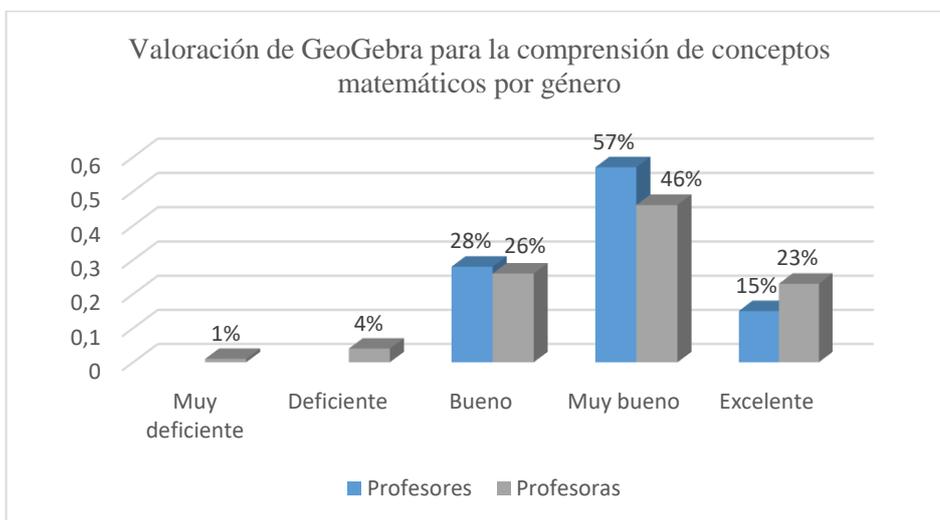


Figura 7. Valoración de GeoGebra para la comprensión de conceptos matemáticos por género. Autoría propia (2021)

La valoración del software de GeoGebra por parte del profesorado es dispersa especialmente entre las profesoras. Esto se debe a que algunas profesoras que fueron

seleccionadas, no eran docentes de matemática ni enseñaban asignaturas afines. Por lo que, el Ministerio de Educación debería tomar en cuenta en la selección de los docentes. Sin embargo, la mayoría de los docentes participantes consideran como bueno, muy bueno y excelente el uso de GeoGebra para la comprensión de conceptos matemáticos.

La valoración en cuanto a las actividades propuestas en los cursos y la metodología utilizada por parte de los facilitadores también han sido consideradas como buenos, muy buenos o excelentes. Aunque ha sido necesario en algunas unidades darles mayor atención y apoyo en la competencia de los retos propuestos. Por ejemplo, un análisis de las actividades de los profesores y los errores conceptuales se puede ver en Pari, Mendoza y Aucchuallpa (2020). En la Figura 4 se muestra la valoración de las actividades y la metodología utilizada por los facilitadores, en la que, existe una estrecha relación entre los docentes que valoran positivamente el software, así como también valoran positivamente las actividades y la metodología utilizada por el docente.

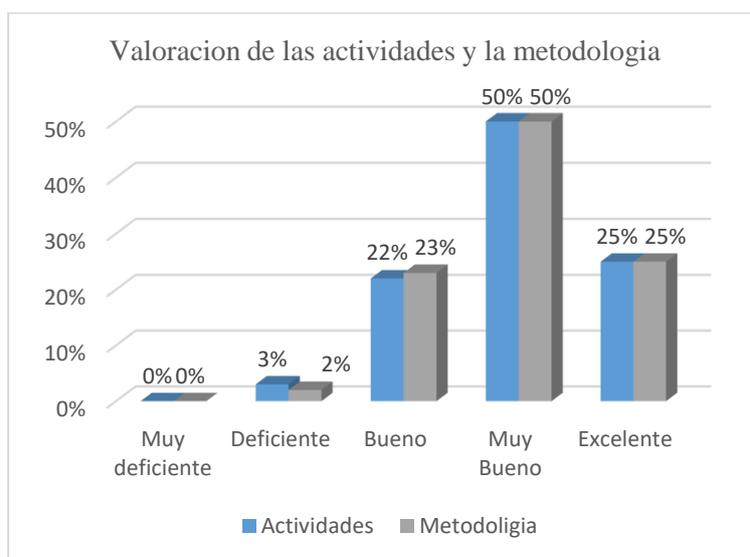


Figura 8. La valoración de las actividades propuestas y la metodología utilizada por los facilitadores. Autoría propia (2021)

Finalmente, de las preguntas abiertas del instrumento se seleccionaron tres comentarios u opiniones de los participantes sobre el curso de GeoGebra en tiempos de confinamiento y la introducción de los cursos virtuales por causa de la pandemia del Covid-19.

Tabla 5. Opiniones de los docentes participantes de GeoGebra.

<i>Querido doctor Pari. Agradezco a la UNAE, por habernos facilitado esta herramienta de GeoGebra que lo estoy implementando en el aula y ha sido muy útil para las clases virtuales y mis estudiantes están contentos. Muchas gracias de verdad.</i>	<i>Muchas gracias por haber compartido sus conocimientos sobre el uso de GeoGebra, me gustaría seguir aprendiendo más, porque es muy útil especialmente para las clases virtuales. Avisemos cualquier otro curso que organicen. Gracias.</i>	<i>GeoGebra es interesante y la forma de enseñar de los facilitadores, pero nosotras necesitamos más tiempo, porque tenemos otras cosas que hacer y por eso le pedimos que nos tengan mucha paciencia. Gracias a los facilitadores por su comprensión.</i>
Profesor 1	Profesor 2	Profesor 3

Fuente: Autoría propia (2021)

Las valoraciones a través del cuestionario y los comentarios, muestra que el curso en general ha sido de mucha utilidad para la enseñanza de las matemáticas. Así como, un proyecto muy acertado desde el Instituto Ecuatoriano de GeoGebra con sede en la Universidad Nacional de Educación y la apuesta del Ministerio de Educación y el apoyo de la Organización de Estados Iberoamericanos para el fortalecimiento de los docentes ecuatorianos.

2.6. Reflexiones y consideraciones finales

Es interesante finalizar este capítulo con algunas reflexiones con base a las experiencias de estos años con colegas que han participados de los cursos de capacitación a docentes ecuatorianos en el uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de la matemática y formación de formadores:

1. Existe un gran interés y motivación por la capacitación a través de cursos de formación continua para docentes y en particular por el uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de la matemática.
2. Se ha detectado la falta de conectividad y dispositivos tecnológicos en algunos docentes especialmente en las regiones de la Amazonia y la Costa. A pesar de esto, no ha sido limitante para que docentes de estos lugares puedan realizar cursos de formación continua en GeoGebra y certificarse como Formador de Formadores.
3. El criterio de selección que ha implementado el Ministerio de Educación ha sido fundamental para liberar al Instituto Ecuatoriano de GeoGebra y la UNAE de la gran demanda del curso por parte de los docentes. Sin embargo, en algunos casos ha existido

que un docente seleccionado no era profesor de matemáticas ni enseñaba matemáticas. Lo que le forzó al docente al abandono del curso por la falta de conocimientos matemáticos.

4. El apoyo de la Organización de Estados Iberoamericanos de Ecuador ha sido fundamental para los cursos presenciales de introducción al uso de GeoGebra en las distintas ciudades del país.

En conclusión, los cursos de capacitación a docentes ecuatorianos en el uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza y aprendizaje de la matemática en la educación Básica y Bachillerato, así, como el curso de formador de formadores ha sido un gran aporte del Instituto Ecuatoriano de GeoGebra con sede en la Universidad Nacional de Educación en un trabajo conjunto con el Ministerio de Educación y la Organización de Estados Iberoamericanos para enfrentar el periodo de confinamiento a causa de la pandemia del Covid-19. Además, el número de usuarios entre docentes y estudiantes está creciendo a lo largo del país porque GeoGebra paso de ser de un recurso didáctico a una herramienta imprescindible para el aprendizaje de la matemática.

Referencias

Asamblea General (2008). Constitución de la Republica. Quito: Ecuador

Álvarez, J. F. (2020). Evolución de la percepción del docente de secundaria español sobre formación en TIC. *Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, 71, 1-15. <https://edutec.es/revista/index.php/edutec-e/article/view/1567>.

Freire, P. (2004). *Cartas a quien se atreve a enseñar*. México: Editorial Siglo XXI.

Gómez, M., Boudaman, M., Poyotos, C., y Soto, R. (2020). Formación docente en línea a distancia. Un análisis de los perfiles y la opinión de los profesores. *Revista Electrónica Interdisciplinar del Profesorado*, 23(2), 95-111. DOI <https://doi.org/10.6018/reifop.423001>

González, R. (2017). Competencias mediática y digital del profesorado e integración curricular de las tecnologías digitales. *Revista Fuentes*, 19(2), 57-67. <http://dx.doi.org/10.12795/revistafuentes.2016.19.2.04>

- Marchesi, A. (2021). Preámbulo. En Carneiro, R., Toscano, J. C. y Díaz, T. (Coord.), *Los desafíos de las TIC para el cambio educativo*. Madrid, España: Fundación Santillana
- Ministerio de Educación (2012). *Marco Legal Educativo*. Quito: Ecuador.
- Ministerio de Educación (2017). Ley Orgánica de Educación Intercultural. Quito: Ecuador.
- Pari, A. (Coord.). (2019). El impacto de GeoGebra en el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. *Memorias de la I Jornada Ecuatoriana de GeoGebra*, 23-26. Editorial UNAE.
- Pari, A., Mendoza, D.J., Aucchahuallpa, R. (2020). GeoGebra as a Technological Tool in the process of teaching and learning Geometry. In: Rodríguez Morales G., Fonseca C.E.R., Salgado J.P., Pérez-Gosende P., Orellana Cordero M., Berrezueta S. (eds). *Information and Communication Technologies. TICEC 2020. Communications in Computer and Information Science*, vol. 1307. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-62833-8_20
- Pastor, M. y López, D. (2017). Hacia la construcción de un instrumento de evaluación de competencias digitales en estudiantes universitarios: Universidad Autónoma de Sinaloa. *Tecnología y Aprendizaje*. Ciudad Real, España: Comunidad Internacional para el Avance de la Tecnología en el Aprendizaje/ CIATA.org.
- Torres, A. D., Badillo, M., Valentín, N. O., y Ramírez, E. T. (2014). Las competencias docentes: el desafío de la educación superior. *Innovación Educativa*, 14 (66), 130-145.
- White, E. (2012). *La Educación*. Argentina: Asociación Casa Editora Sudamericana.

§6. Concepción de la encuesta de amplio alcance a docentes ecuatorianos de Matemáticas sobre “La incursión e impacto del empleo del software GeoGebra en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Matemática en el Ecuador”

6.1. Problemática y objetivos

Rosa Ildaura Troya Vasquez¹³

Según Trucco (2014), quien elaboró un documento sobre la Educación y la desigualdad en América Latina para la Comisión Económica para América Latina y el Caribe (CEPAL), señala que para el año 2013 en América Latina los estudiantes que alcanzaban el mínimo nivel de competencia que se esperaba en el área de Matemáticas correspondía a menos de la mitad del total. Este dato pone de manifiesto la necesidad de pensar y repensar como se enseña Matemáticas en la región. De ahí que, los docentes cada día busquen alternativas de mejora para su enseñanza de esta importante área del conocimiento.

Por otra parte, Ruiz (2014), indica que estos niveles tan bajos logrados por los estudiantes en las evaluaciones sobre competencias en el área de Matemáticas generaron que varias instituciones de América Latina y el Caribe se reunieran con la finalidad de buscar alternativas que permitieran superar este problema en la región. Esto demuestra que la preocupación por mejorar los resultados que obtienen los estudiantes en las pruebas de competencias en Matemáticas convoca a la reflexión, el análisis y la investigación de las posibles estrategias que contribuyan a la fortalecer estas competencias.

Ahora bien, en el Ecuador ocurre algo similar según Rodríguez et al (2019), quienes afirman que el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Básica no es significativo para el orden cognitivo y afectivo que deben alcanzar los estudiantes respecto a su entorno familiar, comunitario y social. Esto recalca la necesidad de fomentar métodos, medios y formas para que la enseñanza de las Matemáticas resulte no solo atractiva a los estudiantes sino también que contribuyan a que ellos desarrollen proceso cognitivos y metacognitivos para llegar a un aprendizaje significativo de esta ciencia.

¹³ UNAE, rosa.troya@unae.edu.ec

Pues bien, el software GeoGebra es una de las herramientas tecnológicas de la actualidad que, a nivel mundial se está empleando con éxito en la enseñanza de las Matemáticas en todo nivel educativo, debido a que, influye en los estudiantes motivando y autorregulando su aprendizaje (Gallego-López et al, 2018). Por lo tanto, tomando en cuenta lo mencionado sobre GeoGebra y el escenario de bajo rendimiento en las evaluaciones de las competencias matemáticas en el que se enmarca la región y el Ecuador, se creó en 2018 en este país, el Instituto Ecuatoriano de GeoGebra (IGE) con la finalidad de mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas en Ecuador mediante el uso del GeoGebra.

Luego de tres años de la creación del IEG, después de haber llevado a cabo importantes eventos como las VI Jornadas Iberoamericanas de GeoGebra en 2018, las Primeras Jornadas Ecuatorianas de GeoGebra en 2019 y las Segundas Jornadas Ecuatorianas de GeoGebra en 2020; y de que la UNAE dirigiera cursos sobre el uso de esta herramientas a un gran número de docentes en ejercicio del país, para promover el uso de GeoGebra en la enseñanza de las Matemáticas, se hace necesario analizar el impacto del uso de este software por parte de los docentes.

Por este motivo, el Grupo de Investigación Eureka 4i de la Universidad Nacional de Educación (UNAE) con el apoyo de la Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura (OEI) de Ecuador y el Ministerio de Educación se proponen diseñar y ejecutar el proyecto denominado “El impacto del uso de GeoGebra en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en el Ecuador”. Motivo por el cual, se vieron motivados a concebir una encuesta de amplio alcance dirigida a docentes ecuatorianos de Matemáticas que permitiera medir el impacto del empleo del software GeoGebra en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Matemática en el país. Además, se diseñó una encuesta de satisfacción dirigida a los docentes que han participado de los cursos sobre GeoGebra dictados por la UNAE y el IEG.

Bibliografía

Gallego-López, F., Granados-López, H. y Sánchez-Sánchez, O. (2018). Influencia del GeoGebra en la motivación y autorregulación del aprendizaje del cálculo y

álgebra en universitarios. *Revisita ESPACIOS*. 39 (17), pp. 1-11.
<https://www.revistaespacios.com/a18v39n17/a18v39n17p07.pdf>

Rodríguez, C., Celorio, A. y Gutiérrez, J. (2019). Enseñanza de la Matemática básica en la educación general básica de Ecuador. *ROCA. Revista científico-educacional de la provincia Granma*. 15 (2), pp. 217-230.
<file:///C:/Users/Usuario/Downloads/Dialnet-EnsenanzaDeLaMatematicaBasicaEnLaEducacionGeneralB-7013317.pdf>

Ruiz, Á. (2014). El CIAEM y las organizaciones internacionales de Educación Matemática en América Latina. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*.
https://www.academia.edu/33165409/El_CIAEM_y_las_organizaciones_internacionales_de_Educaci%C3%B3n_Matem%C3%A1tica_en_Am%C3%A9rica_Latina

Trucco, D. (2014). Educación y desigualdad en América Latina. *Serie Políticas Sociales*. 200, pp. 1-30.
https://www.cepal.org/sites/default/files/publication/files/36835/S2014209_es.pdf

6.2. Diseño de la encuesta sobre impacto del empleo del software GeoGebra

Rosa Ildaura Troya Vasquez¹⁴

Para determinar el impacto del uso de la herramienta tecnológica GeoGebra en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en Ecuador se consideró pertinente diseñar una encuesta sobre el impacto de este software. Debido a que, según Salinas y Cárdenas (2000), este tipo de instrumentos permite recolectar datos cuantitativos con la finalidad de realizar un análisis estadístico de las variables de estudio para establecer patrones que contribuyan a establecer el impacto del uso de esta herramienta tecnológica. Por lo tanto, se determinó como variable independiente el uso de GeoGebra, la cual, incluye otras

¹⁴ UNAE, rosa.troya@unae.edu.ec

covariables y como variable dependiente, el impacto en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas.

Por lo consiguiente, se realizó a nivel nacional e internacional una búsqueda bibliográfica de estudios cuantitativos, que hayan aplicado como instrumento de recolección de datos una encuesta, para valorar el uso que hacen los docentes de la herramienta tecnológica GeoGebra en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. Además, se preguntó a diferentes miembros de los Institutos de GeoGebra e investigadores que usan el software, si ellos han realizado investigaciones para valorar el uso que hacen de esta herramienta los docentes en sus respectivos países. No obstante, los resultados obtenidos indicaron que no había investigaciones sobre este tema específico. Razón por la cual, se amplió la búsqueda en las bases de datos digitales cambiando el descriptor GeoGebra por el término plataformas o herramientas digitales. De esta manera, se logró obtener varios resultados sobre estudios cuantitativos sobre el uso de plataformas y herramientas digitales en la enseñanza de las Matemáticas.

Luego, se leyó cada uno de los artículos encontrados y se analizó los instrumentos aplicados en cada caso. A partir de esto, se estableció que el instrumento más próximo al estudio que se pretendía realizar en Ecuador, era la encuesta digital diseñada por Vaillant et al (2020), para su investigación realizada en la Universidad ORT de Uruguay, (siglas en ruso que corresponden a la Organización del Trabajo Agrícola y Artesanal), cuyo artículo se titula “Uso de plataformas y herramientas digitales para la Enseñanza de la Matemática”. En consecuencia, se solicitó la respectiva autorización a los autores mediante correo electrónico, de acuerdo, a la conducta ética que se debe seguir como investigadores. Además, de esa manera se buscó promover la colaboración y confianza entre académicos de la comunidad científica con el propósito de avanzar en los objetivos de la investigación propuesta.

Consecuentemente, los autores dieron la aprobación para que su instrumento sea adaptado a la investigación del uso de GeoGebra en Ecuador, realizando el debido reconocimiento a ellos como autores de la encuesta original. El instrumento diseñado por estos autores era una “Encuesta sobre el uso de las herramientas y plataformas digitales en la enseñanza de la Matemática del Ciclo Básico” (Vaillant et al, 2020). Esta encuesta estaba dividida en ocho secciones que contenían 19 ítems y para validarla se realizó un

pilotaje, en el cual, se identificó algunas dificultades al momento de aplicar las preguntas, por lo tanto, para mejorar esos aspectos que provocaban confusiones se cambiaron algunas preguntas (Vaillant et al, 2020).

Ahora bien, la encuesta se adaptó considerando algunos aspectos para poder aplicarla en la investigación del uso de GeoGebra en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en Ecuador. Por ejemplo, las preguntas aumentaron en número porque, el perfil de los docentes de Ecuador tiene particularidades que ni tiene el perfil de los docentes de Uruguay. Además, la encuesta original se aplicó solo a docentes del primer nivel de Educación Secundaria de Uruguay (Vaillant et al, 2020). Mientras que, la encuesta en Ecuador se va a aplicar a docentes de todos los niveles de la Educación Básica y el Bachillerato, quienes fueron seleccionados de acuerdo a los criterios que se explican en el siguiente epígrafe.

Otro aspecto que se consideró para adaptar este instrumento fue su objetivo, que consistía en identificar y describir el uso de las diferentes herramientas y plataformas digitales empeladas por los docentes de Matemáticas (Vaillant et al, 2020). Por lo tanto, se modificaron o se eliminaron algunas preguntas que estaban dirigidas a valorar el uso de otras herramientas digitales, debido a que, el objetivo de la nueva encuesta es determinar solo el uso de GeoGebra en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas desde las percepciones de los docentes sobre el impacto de esta herramienta digital. Además, se tomó en cuenta el nivel de conocimiento de los docentes sobre la herramienta tecnológica GeoGebra y las limitaciones que ellos perciben para incorporar GeoGebra en la enseñanza de las Matemáticas. De esta manera, el instrumento para aplicarse en Ecuador quedó conformado por 24 ítems.

Cabe señalar en este punto que, para realizar el proceso de validación del cuestionario se procedió a realizar una prueba piloto en la cual se aplicó la encuesta a ocho de los diez investigadores que están llevando a cabo este estudio. Esta prueba piloto se implementó mediante un cuestionario elaborado en la aplicación de Google Forms con la finalidad de sondear las circunstancias de administración y de evaluar la calidad de los ítems. Debido a esto, los investigadores a quienes se les aplicó la encuesta son en su mayoría docentes de Matemáticas que han usado la herramienta GeoGebra en sus clases y que cumplieron un rol de expertos en este proceso de validación. Siendo así que, se les

solicitó a estos docentes contestar el cuestionario en línea y en la parte final en la sección “Observaciones” indicar si habían encontrado alguna dificultad al momento de realizar la encuesta. También, se les pidió que escribieran sus sugerencias de mejora a los ítems que ellos considerarán difíciles de entender o que desde su experiencia realizaran propuestas que permitieran afinar el instrumento.

De este proceso de validación nacieron algunas sugerencias para perfeccionar la encuesta. Por ejemplo, en la pregunta 2 donde se presentaba rangos de edad como opciones para que el encuestador indique su edad, se sugirió considerar un rango antes del primero (25 a 29 años) y otro o varios después del último (46 a 50 años). De igual manera, en el ítem 7 que solicitaba indicar el título académico del encuestado se propuso agregar el grado de Maestría y cambiar Ingeniero en Sistemas por solo Ingeniero. Además, en todos los ítems que incluían la opción “Otros” se planteó que permitiera desplegarse una alternativa para escribir lo que el encuestado considerara necesario.

También, se indicó que en el caso de los docentes que no conocen ni manejan GeoGebra se debería canalizar las preguntas de otra manera con el objetivo de que la encuesta no quede trunca al llegar al ítem que pregunta esto. En ese mismo sentido, en el ítem 14 que preguntaba si la “Inclusión de GeoGebra ha mejorado el aprendizaje de las Matemáticas” se señaló que la pregunta solo ofrecía información fáctica. Motivo por el cual, se propuso que se deje un literal abierto donde los docentes encuestados puedan mencionar o dar ejemplos de la mejora de los aprendizajes en sus estudiantes.

De acuerdo a todo lo expuesto, se modificó la encuesta tomando en cuenta las observaciones presentadas por los docentes siempre que fue posible hacerlo. El cuestionario final quedó compuesto por 24 ítems que incluían variables propias de los sujetos que conforman la población con el fin de que se vieran representadas todas estas características al momento de recoger los datos. Finalmente, la encuesta diseñada será aplicada a una muestra compuesta por docentes de las diferentes zonas educativas del país en el contexto de la crisis sanitaria provocada por la COVID-19. Motivo por el cual, el medio para esta aplicación es la plataforma de encuestas SurveyMonkey.

De la misma manera, con la encuesta de satisfacción sobre el uso de GeoGebra dirigida a los docentes que recibieron anteriormente el curso sobre este software en la UNAE. Por lo tanto, se realizó el mismo proceso de validación mediante una prueba

piloto, aplicando la encuesta a las mismas personas. A partir de lo cual, se pudo mejorar de forma dos preguntas, así se procedió a cargar este instrumento en la plataforma SurveyMonkey y se envió mediante correo a los casi 250 participantes que recibieron el mencionado curso. Luego, se procederá a realizar el debido seguimiento a las respuestas enviadas por los docentes y enviar un recordatorio pasando un día con la finalidad de que la mayoría de los docentes contesten las encuestas. El plazo que se dio a los participantes para contestar las encuestas es hasta el domingo 9 de mayo de 2021.

Bibliografía

- Salinas, P. y Cárdenas, M. (2000), *Métodos de investigación social*. <https://biblio.flacsoandes.edu.ec/catalog/resGet.php?resId=55376>
- Vaillant, D., Rodríguez Zidán, E. y Bentancor Biagas, G. (2020). Uso de plataformas y herramientas digitales para la Enseñanza de la Matemática. *Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação*, 28 (108), pp. 718-740. <https://doi.org/10.1590/s0104-40362020002802241>

6.3. Población y muestreo

José Enrique Martínez Serra¹⁵

Mediante el académico Víctor Byron Pazmiño Puma, funcionario del Ministerio de Educación Ecuatoriano, Especialista de la Dirección Nacional de Tecnologías para la Educación, miembro del Grupo de Investigación de GeoGebra en la UNAE, hemos podido obtener la matriz de todos los docentes de matemáticas ecuatorianos “MINEDUC-DNTE-2020-00135-M_docentes_matematica_docentes”, agrupados, según los estratos:

- Zona educativa y distrito donde ejercen su labor.
- Sexo.
- Régimen escolar de su institución educativa.
- Sostenimiento escolar de su institución educativa.
- Título académico y especialidad.

¹⁵ UNAE, jose.martinez@unae.edu.ec

- Jurisdicción de su institución educativa.

En este documento, puede apreciarse que el tamaño de la población de docentes de matemáticas, es:

$$N = 85146$$

Para determinar el tamaño de la muestra representativa a la cual aplicar la encuesta sobre impacto del empleo del software GeoGebra, en Aguilar-Barojas (2005), p.337, puede leerse:

“TIPO CUALITATIVO: En las investigaciones donde la variable principal es de tipo cualitativo, que se reporta mediante la proporción del fenómeno en estudio en la población de referencia, la muestra se calcula a través de las fórmulas:

- a) Para población infinita (cuando se desconoce el total de unidades de observación que la integran o la población es mayor a 100000):

$$n = \frac{Z^2 \cdot p \cdot q}{d^2}$$

- b) Para población finita (cuando se conoce el total de unidades de observación que la integran):

$$n = \frac{N \cdot Z^2 \cdot p \cdot q}{d^2(N - 1) + Z^2 \cdot p \cdot q}$$

Donde:

- n = tamaño de la muestra
- N = tamaño de la población
- Z = valor de Z crítico, calculado en las tablas del área de la curva normal. Llamado también nivel de confianza.
- d = nivel de precisión absoluta. Referido a la amplitud del intervalo de confianza deseado en la determinación del valor promedio de la variable en estudio.
- p = proporción aproximada del fenómeno en estudio en la población de referencia
- q = proporción de la población de referencia que no presenta el fenómeno en estudio (1 -p).”

Como en nuestra investigación se cumple que

$$N = 85146 < 100000$$

Entonces se empleará la segunda fórmula para el cálculo de la muestra, asumiendo que:

- Podemos asumir $p = q = 0.5$, ya que como no existen estudios previos sobre la manifestación del objeto de estudio, podemos asumir que la probabilidad de que el docente emplee GeoGebra en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, coincide con la probabilidad de que no lo emplee.
- Como asumimos un 95 % de confianza, se tiene que $d = 0.05$, para el cual, según el valor crítico de Z, será: $Z = 1.96$

Sustituyendo estos valores en la fórmula referida en la ventana de cálculo simbólico (CAS) de GeoGebra, resulta:

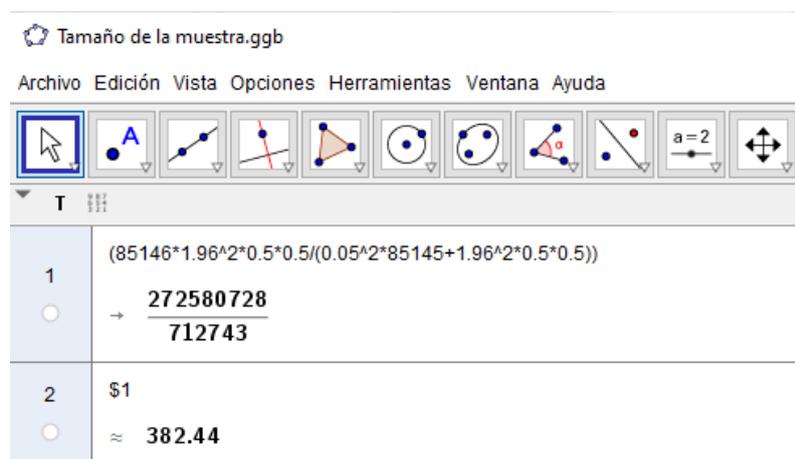


Figura 9. Fragmento de la ventana CAS de GeoGebra para el cálculo del tamaño de la muestra

Y, realizando una obvia aproximación, resulta que el tamaño de la muestra a encuestar sería:

$$n = 383$$

Posteriormente, para determinar los sujetos que conformarán la muestra, se llevó a cabo un muestreo aleatorio estratificado.

En la tabla # 1 se recogen los tamaños ponderados de cada uno de los estratos que serán considerados durante la selección de los sujetos que conformarán la muestra de docentes a encuestar.

Tabla 1. Tabla que recoge el tamaño ponderado de los estratos para seleccionar la muestra

Sexo				Zona				Régimen Escolar				Sostenimiento				Formación				Jurisdicción										
Clasificación	Total	%	Sub-muestra	Clasificación	Total	%	Sub-muestra	Clasificación	Total	%	Sub-muestra	Clasificación	Total	%	Sub-muestra	Clasificación	Total	%	Sub-muestra	Clasificación	Total	%	Sub-muestra							
Femenino	61.963	73	279	Zona 1	6.205	10	28	Costa	35.744	58	161	Fiscal	46564	75	210	3er nivel	52089	84	235	Bilingüe	2259	4	10							
				Zona 2	3.061	5	14					Sierra	26.219	42	118	Fiscomisio	3135	5	14	4to nivel	5256	8	24	Hispana	59704	96	269			
				Zona 3	5.894	10	27								Municipal	356	1	2	Bachillera	4618	7	21								
				Zona 4	7.942	13	36								Particular	11908	19	54												
				Zona 5	10.028	16	45								Fiscal			217												
				Zona 6	4.884	8	22								Particular			62												
				Zona 7	5.725	9	26																							
				Zona 8	9.950	16	45																							
				Zona 9	8.162	13	37																							
				ZND	112	0	1																							
Masculino	23.183	27	104	Zona 1	2.321	10	10	Costa	12.110	52	54	Fiscal	18687	81	84	3er nivel	18775	81	84	Bilingüe	2692	12	12							
				Zona 2	1.586	7	7	Sierra	11.073	48	50	Fiscomisio	1245	5	6	4to nivel	2255	10	10	Hispana	20491	88	92							
				Zona 3	2.969	13	13				Municipal	123	1	1	Bachillera	2153	9	10												
				Zona 4	3.150	14	14				Particular	3128	13	14																
				Zona 5	3.419	15	15				Fiscal			87																
				Zona 6	2.357	10	11				Particular			17																
				Zona 7	2.326	10	10																							
				Zona 8	2.571	11	12																							
				Zona 9	2.433	10	11																							
				ZND	51	0	0																							

Nótese que las sumas verticales de los números escritos en color rojo siempre son iguales al tamaño de la muestra: 383; excepto en la cuarta columna “sostenimiento”, donde se realizó una reagrupación de los estratos en “fiscal” y “particular” y, por tanto, los números que suman 383 en esa columna, son los correspondientes a los estratos reagrupados.

Posteriormente, en reunión de trabajo, y para facilitar el proceso de selección de los individuos que conforman la muestra, se acuerda trabajar con tres de los criterios:

Tabla 2. Tabla que recoge los tres criterios a considerar para seleccionar los individuos de la muestra

Sexo				Zona				Sostenimiento			
Clasificación	Total	%	Sub-muestra	Clasificación	Total	%	Sub-muestra	Clasificación	Total	%	Sub-muestra
Femenino	61.963	73	279	Zona 1	6.205	10	28	Fiscal			217
				Zona 2	3.061	5	14	Particular			62
				Zona 3	5.894	10	27				
				Zona 4	7.942	13	36				
				Zona 5	10.028	16	45				
				Zona 6	4.884	8	22				
				Zona 7	5.725	9	26				
				Zona 8	9.950	16	45				
				Zona 9	8.162	13	37				
				ZND	112	0	1				
Masculino	23.183	27	104	Zona 1	2.321	10	10	Fiscal			87
				Zona 2	1.586	7	7	Particular			17
				Zona 3	2.969	13	13				
				Zona 4	3.150	14	14				
				Zona 5	3.419	15	15				
				Zona 6	2.357	10	11				
				Zona 7	2.326	10	10				
				Zona 8	2.571	11	12				
				Zona 9	2.433	10	11				
				ZND	51	0	0				

Ajustando los cálculos de los tamaños de las submuestras según los criterios establecidos, se obtiene la tabla:

Tabla 3. Tabla con los tamaños de las submuestras combinando los criterios

Sexo			Sostenimiento			Zona				Sostenimiento por zonas				
Clasificación	Total	%	Sub-muestra	Clasificación	Sub-muestra	% con respecto al sexo	Clasificación	Total	%			Sub-muestra		
Femenino	61.963	73	279	Fiscal	217	77,8%	Zona 1	6.205	10	28	Del sostenimiento Fiscal	22		
				Particular	62	22,2%	Zona 1						Del sostenimiento Particular	6
							Zona 2	3.061	5	14	Del sostenimiento Fiscal	11		
							Zona 2						Del sostenimiento Particular	3
							Zona 3	5.894	10	27	Del sostenimiento Fiscal	21		
							Zona 3						Del sostenimiento Particular	6
							Zona 4	7.942	13	36	Del sostenimiento Fiscal	28		
							Zona 4						Del sostenimiento Particular	8
							Zona 5	10.028	16	45	Del sostenimiento Fiscal	35		
							Zona 5						Del sostenimiento Particular	10
							Zona 6	4.884	8	22	Del sostenimiento Fiscal	17		
			Zona 6						Del sostenimiento Particular	5				
			Zona 7	5.725	9	26	Del sostenimiento Fiscal	20						
			Zona 7						Del sostenimiento Particular	6				
			Zona 8	9.950	16	45	Del sostenimiento Fiscal	35						
			Zona 8						Del sostenimiento Particular	10				
			Zona 9	8.162	13	37	Del sostenimiento Fiscal	29						
			Zona 9						Del sostenimiento Particular	8				
Masculino	23.183	27	104	Fiscal	87	83,7%	Zona 1	2.321	10	10	Del sostenimiento Fiscal	9		
				Particular	17	16,3%	Zona 1						Del sostenimiento Particular	2
							Zona 2	1.586	7	7	Del sostenimiento Fiscal	6		
							Zona 2						Del sostenimiento Particular	1
							Zona 3	2.969	13	13	Del sostenimiento Fiscal	11		
							Zona 3						Del sostenimiento Particular	2
							Zona 4	3.150	14	14	Del sostenimiento Fiscal	12		
							Zona 4						Del sostenimiento Particular	2
							Zona 5	3.419	15	15	Del sostenimiento Fiscal	13		
							Zona 5						Del sostenimiento Particular	3
							Zona 6	2.357	10	11	Del sostenimiento Fiscal	9		
			Zona 6						Del sostenimiento Particular	2				
			Zona 7	2.326	10	10	Del sostenimiento Fiscal	9						
			Zona 7						Del sostenimiento Particular	2				
			Zona 8	2.571	11	12	Del sostenimiento Fiscal	10						
			Zona 8						Del sostenimiento Particular	2				
			Zona 9	2.433	10	11	Del sostenimiento Fiscal	9						
			Zona 9						Del sostenimiento Particular	2				

Mediante esta tabla, se concluye que, deben seleccionarse:

- 279 mujeres, de las cuales:
 - 22 pertenecen a instituciones de sostenimiento fiscal de la zona 1
 - 6 pertenecen a instituciones de sostenimiento particular de la zona 1
 - 11 pertenecen a instituciones de sostenimiento fiscal de la zona 2
 - 3 pertenecen a instituciones de sostenimiento particular de la zona 2
 - 21 pertenecen a instituciones de sostenimiento fiscal de la zona 3
 - 6 pertenecen a instituciones de sostenimiento particular de la zona 3
 - 28 pertenecen a instituciones de sostenimiento fiscal de la zona 4
 - 8 pertenecen a instituciones de sostenimiento particular de la zona 4
 - 35 pertenecen a instituciones de sostenimiento fiscal de la zona 5
 - 10 pertenecen a instituciones de sostenimiento particular de la zona 5
 - 17 pertenecen a instituciones de sostenimiento fiscal de la zona 6
 - 5 pertenecen a instituciones de sostenimiento particular de la zona 6
 - 20 pertenecen a instituciones de sostenimiento fiscal de la zona 7
 - 6 pertenecen a instituciones de sostenimiento particular de la zona 7
 - 35 pertenecen a instituciones de sostenimiento fiscal de la zona 8

- 10 pertenecen a instituciones de sostenimiento particular de la zona 8
- 29 pertenecen a instituciones de sostenimiento fiscal de la zona 9
- 8 pertenecen a instituciones de sostenimiento particular de la zona 9
- 104 hombres, de los cuales:
 - 9 pertenecen a instituciones de sostenimiento fiscal de la zona 1
 - 2 pertenecen a instituciones de sostenimiento particular de la zona 1
 - 6 pertenecen a instituciones de sostenimiento fiscal de la zona 2
 - 1 pertenece a institución de sostenimiento particular de la zona 2
 - 11 pertenecen a instituciones de sostenimiento fiscal de la zona 3
 - 2 pertenecen a instituciones de sostenimiento particular de la zona 3
 - 12 pertenecen a instituciones de sostenimiento fiscal de la zona 4
 - 2 pertenecen a instituciones de sostenimiento particular de la zona 4
 - 13 pertenecen a instituciones de sostenimiento fiscal de la zona 5
 - 3 pertenecen a instituciones de sostenimiento particular de la zona 5
 - 9 pertenecen a instituciones de sostenimiento fiscal de la zona 6
 - 2 pertenecen a instituciones de sostenimiento particular de la zona 6
 - 9 pertenecen a instituciones de sostenimiento fiscal de la zona 7
 - 2 pertenecen a instituciones de sostenimiento particular de la zona 7
 - 10 pertenecen a instituciones de sostenimiento fiscal de la zona 8
 - 2 pertenecen a instituciones de sostenimiento particular de la zona 8
 - 9 pertenecen a instituciones de sostenimiento fiscal de la zona 9
 - 2 pertenecen a instituciones de sostenimiento particular de la zona 9

Posteriormente, mediante la consideración de filtros convenientes en la matriz excel disponible, se conforman 36 hojas Excel con todos los posibles individuos que satisfacen los 36 criterios escogidos.

Finalmente, empleando una tabla de números aleatorios, se escogen aleatoriamente los sujetos, cuyas cantidades corresponden a las cantidades de cada estrato expresadas anteriormente.

Bibliografía

Aguilar-Barojas, S. (2005). Fórmulas para el cálculo de la muestra en investigaciones de salud. Salud en Tabasco, 11(1-2),333-338. [fecha de Consulta 3 de mayo de 2021].

ISSN: 1405-2091. Disponible en:
<https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=48711206>

Ministerio de Educación del Ecuador. (2020). MINEDUC-DNTE-2020-00135-M_docentes_matematica_docentes.

6.4. Propuesta para el procesamiento de los resultados

Luis Alexander Criollo Cabrera¹⁶

La encuesta tiene muchas variables de diferente tipo por su esquema semiestructurado, y porque se ha considerado la participación de todos los docentes de matemáticas registrados en el Ministerio de Educación del Ecuador. Por lo tanto, plantear una correcta correlación entre ellas, será fundamental para implementar programas que solventen las dificultades y potencien las fortalezas detectadas. A continuación, se plantean sugerencias de cruces de variables que se podrían considerar:

Género - Nivel Educativo - Nivel de uso de GeoGebra

En el sistema educativo ecuatoriano se tiene una tendencia a que existan más profesoras en la sección básica que el Bachillerato, por lo tanto, al ser GeoGebra un software con una interfaz no tan amigable, es muy probable que el índice de utilización de la herramienta no sea muy alto en las mujeres, y este hecho no estaría ligado al género, sino de nivel educativo. Esto se podría observar si relacionamos la pregunta 1 que hace referencia al género del encuestado, la pregunta 9 que pide seleccionar el nivel educativo de enseñanza, y la pregunta 12 que hace referencia a las herramientas que se aplican para la enseñanza de la Matemática, en donde, en la quinta opción se puede escribir el nombre del software utilizado, en el caso de no usar una herramienta propuesta en las opciones anteriores.

¹⁶ Unidad Educativa Particular “Sagrados Corazones”. profealexander22@gmail.com

Tipo de formación profesional - Conocimiento de la herramienta - Mejora de los aprendizajes

En la actualidad, se ha visto que existen muchos profesionales cuya formación de tercer nivel no está relacionada directamente con la educación. Pero por diversas circunstancias, se encuentran laborando en instituciones públicas y privadas del país. Sería muy deseable conocer cuántos de estos han realizado una maestría, y si el título adquirido es en pedagogía o didáctica de la asignatura que imparten. Algunas preguntas de la encuesta están orientadas a determinar el nivel de conocimiento de la herramienta GeoGebra como son; pregunta 12 frecuencia del uso de herramientas tecnológicas, pregunta 13 conocimiento de GeoGebra y pregunta 14 frecuencia del uso de GeoGebra. Sin embargo, no están concebidas para averiguar la didáctica con la que se usa la herramienta para la transmisión del conocimiento. Por lo antes expuesto, se sugiere buscar cual es la correlación entre el tipo de formación profesional, el nivel de conocimiento de la herramienta y el grado de mejora de los aprendizajes obtenidos, mediante los resultados de las preguntas 16 y 17, que tratan sobre el nivel de mejora de los aprendizajes al incluir GeoGebra, y ejemplos de cómo han mejorado los aprendizajes de los estudiantes.

Tipo de formación - Sostenimiento de la institución – Nivel de conocimiento de la herramienta

Los docentes del sector público y privado desarrollan sus actividades en diferentes condiciones, tanto de infraestructura como de acceso a capacitaciones e información en general. Conocer el porcentaje de educadores cuya formación no es en educación, el tipo de sostenimiento de la institución en la que laboran, y el nivel de conocimiento de la herramienta GeoGebra, sería el punto de partida para la orientación de las futuras capacitaciones, puesto que, los cursos dictados hasta la fecha, han estado orientados hacia la parte fiscal. Por tal razón, sería muy probable que los resultados arrojen un mayor conocimiento de la herramienta por parte de los docentes fiscales. Sin embargo, se podría evidenciar también, el nivel de auto capacitación de cada profesor, o los programas de capacitaciones que las instituciones privadas han ofertado a sus docentes sobre este Software.

Sostenimiento de la institución - Problemas de acceso tecnológico del docente, estudiante y de la institución

Para que la utilización de software educativo tenga un impacto positivo en el aprendizaje de los estudiantes, no solo se debería analizar el nivel de conocimiento tecnológico, pedagógico o didáctico que un docente posee, es necesario también conocer, cuáles son los recursos físicos con los que cuenta; laboratorios de computación, internet, proyectores, pizarras digitales..., y en donde se presenta la mayor carencia de los mismos; en el docente, el estudiante o en la institución educativa. Para ello se podría relacionar los resultados de la pregunta 15 que plantea las limitaciones que se considera al incorporar GeoGebra, y la pregunta 10 que trata sobre el nivel de acceso desde el hogar a herramientas tecnológicas.

Creación de recursos con GeoGebra - Mejora de los aprendizajes – Años de servicio

En la pregunta 18, se habla en dos ítems de la elaboración de recursos con GeoGebra, y de la utilización de recursos ya elaborados. Se podría analizar el nivel de logros de aprendizajes alcanzados por los estudiantes en cada uno de los casos, y el número de años de servicio que tienen los docentes que crean sus propios recursos. El hecho de que los docentes elaboren sus propios recursos, podría ser un indicador de su alto dominio de TICs, sería fundamental conocer el rango de sus edades, puesto que, en la actualidad se ha evidenciado que profesores de mayor edad, han presentado muchas dificultades para adaptarse a la educación virtual.

Años de servicio - Tipo de formación - Sostenimiento de la institución educativa - Mejora de los aprendizajes.

Actualmente se puede observar mucha inclusión de gente joven en la educación, sobre todo desde la creación de la Universidad Nacional de Educación (UNAE), por lo tanto, sería interesante saber si se encuentran laborando en el sector público o privado. Además de conocer el nivel de logros de aprendizaje alcanzado por sus estudiantes. Para ello, se podría enlazar las preguntas 2 y 3, que tratan sobre la edad y años de servicio respectivamente, el nivel de preparación que poseen mediante la pregunta 4, y los resultados de la pregunta 16.

La encuesta ha sido concebida y será aplicada en medio de la crisis sanitaria producida por la COVID-19, hecho que ha ocasionado que las competencias digitales de los docentes hayan cambiado radicalmente, por lo tanto, las respuestas de muchos de ellos probablemente serán diferentes, a las que hubieran respondido hace un año y medio atrás. Es por eso que se sugiere realizar una nueva encuesta en el futuro, para poder tener otra referencia de la utilización de herramientas digitales, pero en clases presenciales.

§7. Procesamiento de resultados de las encuestas

Con respecto a la muestra de docentes que participaron en la encuesta se puede afirmar que se sobrecumplió la cantidad de individuos participantes, manteniendo la estratificación por zonas y sostenimientos de las unidades educativas previstas, logrando un total de 799 docentes que participaron en la encuesta sobre el “uso de GeoGebra” y 113 docentes en la de “impacto del empleo de GeoGebra en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Matemática”.

7.1. Resultados sobre datos generales de los encuestados e indicadores de uso de GeoGebra

Marco Vinicio Vásquez Bernal¹⁷

Hugo Fernando Abril Piedra¹⁸

Joana Valeria Abad Calle¹⁹

Roxana Aucchualpa Fernández²⁰

Rosa Ildaura Troya Vásquez²¹

Luis Alexander Criollo Cabrera²²

Del cuestionario 1 sobre el uso de GeoGebra se obtuvieron 799 respuestas, de las mismas podemos presentar los siguientes resultados:

¹⁷ UNAE, marco.vasquez@unaeedu.onmicrosoft.com

¹⁸ UNAE, hugo.abril@unaeedu.onmicrosoft.com

¹⁹ UNAE. joana.abad@unae.edu.ec Orcid: 0000-0001-9901-8355

²⁰ UNAE. roxana.fernandez@unae.edu.ec

²¹ UNAE, rosa.troya@unae.edu.ec

²² Unidad Educativa Particular “Sagrados Corazones”. profealexander22@gmail.com



Figura 10. Uso de GeoGebra por los docentes ecuatorianos

Se observa que alrededor de 6 de cada diez docentes no utilizan GeoGebra, a pesar de que de esta misma encuesta se obtuvo que GeoGebra es el software más utilizado para apoyar los procesos de enseñanza de matemáticas.

Teniendo en cuenta que, según el Ministerio de Educación, existen alrededor de ochenta y cinco mil docentes de matemáticas en el Ecuador, esto permite afirmar que cincuenta y un mil de esos docentes no utilizan GeoGebra.

Sobre los conocimientos del software GeoGebra:



Figura 11. Conocimientos sobre GeoGebra

Se observa que más del sesenta por ciento de los docentes encuestados indican que su conocimiento de GeoGebra es deficiente o regular, la cuarta parte de los docentes consideran que su conocimiento es bueno y únicamente catorce de cada cien consideran que su conocimiento es muy bueno o excelente.

Vale la pena notar que el número de los que consideran que su conocimiento es deficiente o regular coincide con aquellos que indicaban que no usan GeoGebra, hecho que permite conjeturar que quienes conocen GeoGebra, lo usan en sus clases.

Sobre las necesidades de capacitación:



Figura 12. Requerimiento de capacitación en GeoGebra

El resultado obtenido indica que casi todos los docentes requieren capacitaciones en GeoGebra.

Vale la pena recalcar que esta respuesta es general, es decir tanto quienes usan GeoGebra como quienes no lo usan, también quienes aseguran tener conocimiento de esta herramienta, como quienes reconocen no conocerla, solicitan capacitaciones con GeoGebra.

Sobre los niveles de capacitación que requieren los docentes de los diferentes niveles:



Figura 13. Capacitaciones solicitadas por docentes de Educación General Básica Elemental

Los docentes de educación general básica elemental en su mayoría indican que los temas que ellos prefieren para su capacitación tiene que ver con GeoGebra básica, es decir uso de la herramienta, representaciones de líneas y figuras geométricas, conocimiento del significado de los iconos y funcionamiento de la herramienta (funciones guardar, recuperar, imprimir, etc.)

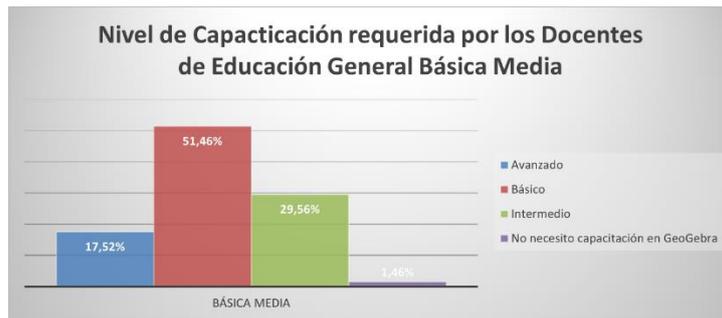


Figura 14. Capacitaciones solicitadas por docentes de Educación General Básica Media

Los docentes de educación general básica media también solicitan mayoritariamente capacitaciones en temas básicos de GeoGebra.



Figura 15. Capacitaciones solicitadas por docentes de Educación General Básica Superior

Para los docentes de educación general básica superior su requerimiento es muy similar en cuanto al nivel de contenidos de GeoGebra solicitado, podría afirmarse que, si bien lo más solicitado es un nivel alto de contenidos de GeoGebra, el nivel medio o el nivel bajo son solicitados también con similar porcentaje.

Se considera de nivel medio aquellos contenidos que tienen que ver con gráfico de funciones, uso de deslizadores, rotaciones, traslaciones, uso de texto y gráficos dinámicos.



Figura 16. Capacitaciones solicitadas por docentes de Bachillerato

Los docentes de bachillerato solicitan capacitaciones de GeoGebra nivel avanzado, en este caso el nivel básico es solicitado, pero en un rango significativamente menor a nivel intermedio o avanzado.

El nivel avanzado se considera los conocimientos que tienen que ver con programación, series, listas y construcciones dinámicas en base de condicionantes.

De las figuras imágenes 5,6, 7 y 8 se puede concluir que son muy pocos los docentes que no indican el nivel de GeoGebra en el que desearían ser capacitados, lo que ratifica lo establecido en la figura 4.

Además, se puede concluir que las capacitaciones que se oferten deben tener en cuenta el nivel en el que el docente se desempeña y especialmente buscar las estrategias que permitan aceptar a GeoGebra como una herramienta útil en todos los niveles de aprendizaje.

Del segundo cuestionario, dirigido a los docentes que habían sido capacitados previamente en la herramienta de GeoGebra, es posible presentar los siguientes resultados sobre indicadores de uso del software:



Figura 17. Uso de GeoGebra por provincias

Se observa que las provincias donde mayormente los docentes utilizan GeoGebra son Azuay, Pichincha, El Oro, Tungurahua, coincidiendo con las provincias donde el Instituto Ecuatoriano de GeoGebra (IEG) ha desarrollado sus actividades.

Sobre el tiempo de experiencia en el empleo de GeoGebra.



Figura 18. Tiempo de experiencia con GeoGebra

Como resultado se tiene que casi la mitad de los docentes encuestados indican que su experiencia con GeoGebra es de entre uno a tres años, y los que indican que su experiencia de menor a un año es del 26 %, aquí vale recordar que el IEG fue creado hace aproximadamente tres años, es decir este dato contempla estos periodos.



Figura 19. Sobre donde aprendió a usar GeoGebra

Las dos quintas partes de los docentes encuestados indican que aprendieron a usar GeoGebra en la UNAE donde justamente funciona el IEG, un 35 % indica que lo aprendieron por autoaprendizaje.

7.2. Resultados sobre indicadores de beneficio de GeoGebra

José Enrique Martínez Serra²³

Diana Isabel Rodríguez Rodríguez²⁴

Arelys García Chávez²⁵

7.2.1. Preguntas de la encuesta sobre el “impacto del uso de GeoGebra en la enseñanza de las matemáticas” que ofrecen información sobre los beneficios del empleo de GeoGebra

En el “Cuestionario sobre Impacto del uso de GeoGebra para la enseñanza de las Matemáticas” aparecen las preguntas:

* 17. Si usted ha usado GeoGebra en la enseñanza de las Matemáticas, indique el nivel alcanzado de mejora de los aprendizajes

	Nada	Poco	Suficiente	Bastante	No he usado GeoGebra
La inclusión de GeoGebra ha mejorado el aprendizaje de las Matemáticas	<input type="radio"/>				

18. Si usted ha usado GeoGebra en la enseñanza de las Matemáticas, indique algunos ejemplos de la mejora de los aprendizajes de los estudiantes

* 19. Apoyo a la enseñanza de las Matemáticas.

- Elabora recursos didácticos digitales empleando GeoGebra
- Usa recursos didácticos elaborados con la herramienta digital GeoGebra que no sea de su autoría
- No emplea recursos didácticos elaborados con GeoGebra
- Otro (especifique)
- No he usado GeoGebra

²³ UNAE, jose.martinez@unae.edu.ec

²⁴ UNAE, diana.rodriguez@unae.edu.ec

²⁵ UNAE, arelys.garcia@unae.edu.ec

* 23. Si usted ha usado GeoGebra seleccione las opciones que considere como ventajas del uso de esta herramienta tecnológica en la enseñanza de las Matemáticas

- Visual
- Relación constante de la Geometría con el Álgebra
- Carácter dinámico del software
- Software amigable
- Repositorio amplio
- Trabajo off line
- Uso de distintos dispositivos electrónicos
- Otro (especifique)

7.2.2. Preguntas de la encuesta sobre “uso de GeoGebra” que ofrecen información sobre los beneficios del empleo de GeoGebra

En el “Cuestionario sobre Uso de GeoGebra para la enseñanza de las Matemáticas” aparecen las preguntas:

* 14. En una escala del 1 al 5, qué valoración le asigna a la premisa ‘El uso del software GeoGebra® favorece:’

1. Muy deficiente 2. Deficiente 3. Bueno 4. Muy Bueno 5. Excelente

	Muy deficiente	Deficiente	Bueno	Muy Bueno	Excelente
La comprensión de conceptos de matemáticas en los estudiantes	<input type="radio"/>				
El desarrollo del pensamiento crítico y analítico	<input type="radio"/>				
El razonamiento lógico matemático	<input type="radio"/>				
El razonamiento numérico	<input type="radio"/>				
Las demostraciones matemáticas de forma dinámica	<input type="radio"/>				
La verificación de conjeturas y postulados matemáticos	<input type="radio"/>				
El descubrimiento de objetos y conceptos matemáticos	<input type="radio"/>				
El aprendizaje significado de las matemáticas	<input type="radio"/>				

* 15. En una escala del 1 al 4, qué valoración le asigna a la premisa 'El uso de GeoGebra® en el aula propicia':

1. Nada 2. Poco 3. Suficiente 4. Bastante

	Nada	Poco	Suficiente	Bastante
El interés y la motivación de los estudiantes por las matemáticas	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
El desarrollo de habilidades para el trabajo en equipo/ trabajo colaborativo	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Desarrollo de actitudes positivas y favorables hacia el aprendizaje de las matemáticas	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
El descubrimiento de objetos y conceptos matemáticos en la clase.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Comprender las matemáticas de forma dinámica	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

7.2.3. Indicadores de beneficio a valorar

A partir del contenido de las preguntas que se realizan, tanto en la encuesta sobre el “impacto del uso de GeoGebra” aplicada a 800 docentes de Matemática, como la del “uso de GeoGebra” aplicada a 113 docentes que han pasado exitosamente el “Curso de GeoGebra” ofertado por la UNAE, pueden extraerse los siguientes indicadores de beneficio:

- Comprensión de conceptos
- Desarrollo del pensamiento crítico analítico
- Desarrollo del razonamiento lógico matemático
- Desarrollo del razonamiento numérico
- Realización de demostraciones dinámicas
- Verificación de conjeturas
- Descubrimiento de objetos y conceptos
- Desarrollo del aprendizaje significativo
- Desarrollo del interés y la motivación en matemáticas
- Desarrollo de habilidades en el trabajo colaborativo

- Desarrollo de actitudes positivas hacia la matemática
- Construcción creativa y dinámica de conceptos

7.2.4. Procesamiento de datos sobre algunos indicadores de beneficio obtenidos en la encuesta sobre “impacto del uso de GeoGebra”

El comportamiento de los resultados en la pregunta 17 se muestra en la figura:

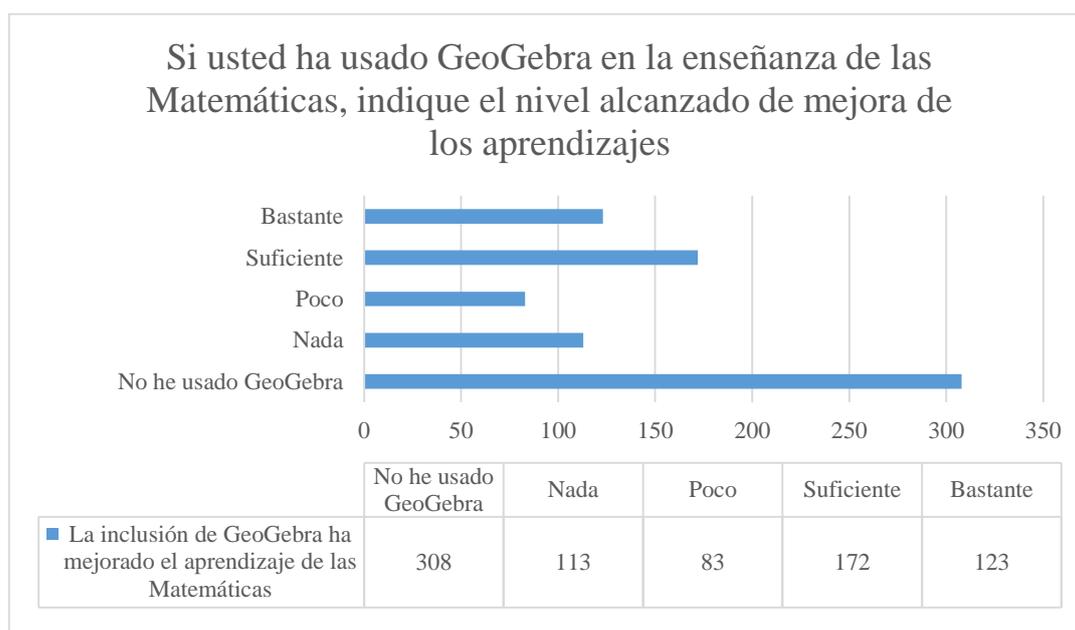


Figura 20. Gráfico de barras sobre indicadores de beneficio pregunta 17

Puede apreciarse que, a pesar de que 308 docentes no han tenido un acceso al software de GeoGebra y necesitan capacitación, 378 han encontrado cierto grado de beneficio en la herramienta, y su aplicación en el entorno escolar.

En la pregunta 18, donde los encuestados debieron presentar ejemplos de la mejora de los aprendizajes de los estudiantes mediante GeoGebra, se obtienen resultados abiertos en los cuales se detalla la íntima relación entre contenidos manejados en la asignatura de matemáticas con respecto a los bloques curriculares algebra y funciones, geometría y medida, estadística y probabilidad, aplicados en todos los niveles educativos. En tal sentido, se mencionan actividades mejoradas y enfocadas en el área que direccionan hacia el logro de objetivos educativos en las experiencias de aprendizaje.

Especialmente importante resulta determinar a cuáles niveles educativos pertenecen los docentes que mayores beneficios han obtenido con el empleo de GeoGebra en cada uno de los bloques curriculares.

Por otra parte, dado que muchos docentes trabajan en varios niveles educativos, se obtuvo que, de los docentes encuestados se encuentran trabajando: en básica elemental 245 docentes, básica media un 274, en básica superior 232 y bachillerato 220. Sin embargo, se aprecia una mayor explicación de las actividades que se desarrollan en el bachillerato, entendido por la mayor complejidad de los contenidos en este nivel, por la mayor carga horaria en la asignatura de Matemática y la especialización de los docentes.

Las principales ventajas expresadas por los encuestados por cada nivel de enseñanza, han sido agrupadas en la siguiente tabla por niveles:

Tabla 4. Ventajas de GeoGebra para la mejora de los aprendizajes

Básica			Bachillerato
Elemental	Media	Superior	
<ul style="list-style-type: none"> - Cálculos de áreas y perímetros - Explicar de la suma y resta. - Propiedades de las figuras geométricas - Representar figuras geométricas - Identificar rectas. - Desarrollo viso-espacial - Cuerpos geométricos 	<ul style="list-style-type: none"> - Trazo de planos - Raíces cuadradas - Cálculos de áreas y perímetros - Ángulos en la circunferencia - Explicación de los tipos de líneas existente. - Actividades con las cuatro operaciones básicas. - Recta numérica. - Tipos de ángulos 	<ul style="list-style-type: none"> - Ecuaciones - Operaciones básicas de trigonometría. - Graficas de funciones - Teorema de Pitágoras. - Genera apoyo en el análisis estadístico - Plano cartesianos (números enteros) - Comprensión de las Ecuaciones de primer grado, segundo grado o cuadrática - Para estadística, en el análisis de datos y la comprensión de los diagramas de dispersión - Determinación de dominio y rango. - Rectas secantes, perpendiculares, paralelas y puntos pendientes. - Cálculos algebraicos - Resolución de ecuaciones - El comportamiento de las funciones, se puede apreciar mejor cómo cada elemento de una función cambia a la misma 	<ul style="list-style-type: none"> - Gráficas de funciones. - Vectores - Gráficos de ecuaciones en 2D y 3D. - Genera apoyo en el análisis estadístico - Entendimiento en el comportamiento de funciones, derivadas, integrales - La animación permite al estudiante entender mejor el concepto, por ejemplo, la elipse, funciones trigonométricas. - Mayor apreciación de las cónicas con sus respectivas ecuaciones gracias a la Vista algebraica, Vista Grafica y Vista Tridimensional - En el análisis del cambio de una función con su respectiva derivada. - Cortes en los ejes del plano cartesiano. - Grafica de funciones a trozos - Definición de límites

		- Reconocer de mejor manera gráfica la monotonía de las funciones	- Para identificar los puntos de las parábolas
--	--	---	--

Por otra parte, los datos obtenidos en la pregunta 23 “Si usted ha usado GeoGebra seleccione las opciones que considere como ventajas del uso de esta herramienta tecnológica en la enseñanza de las Matemáticas”, genera el siguiente gráfico

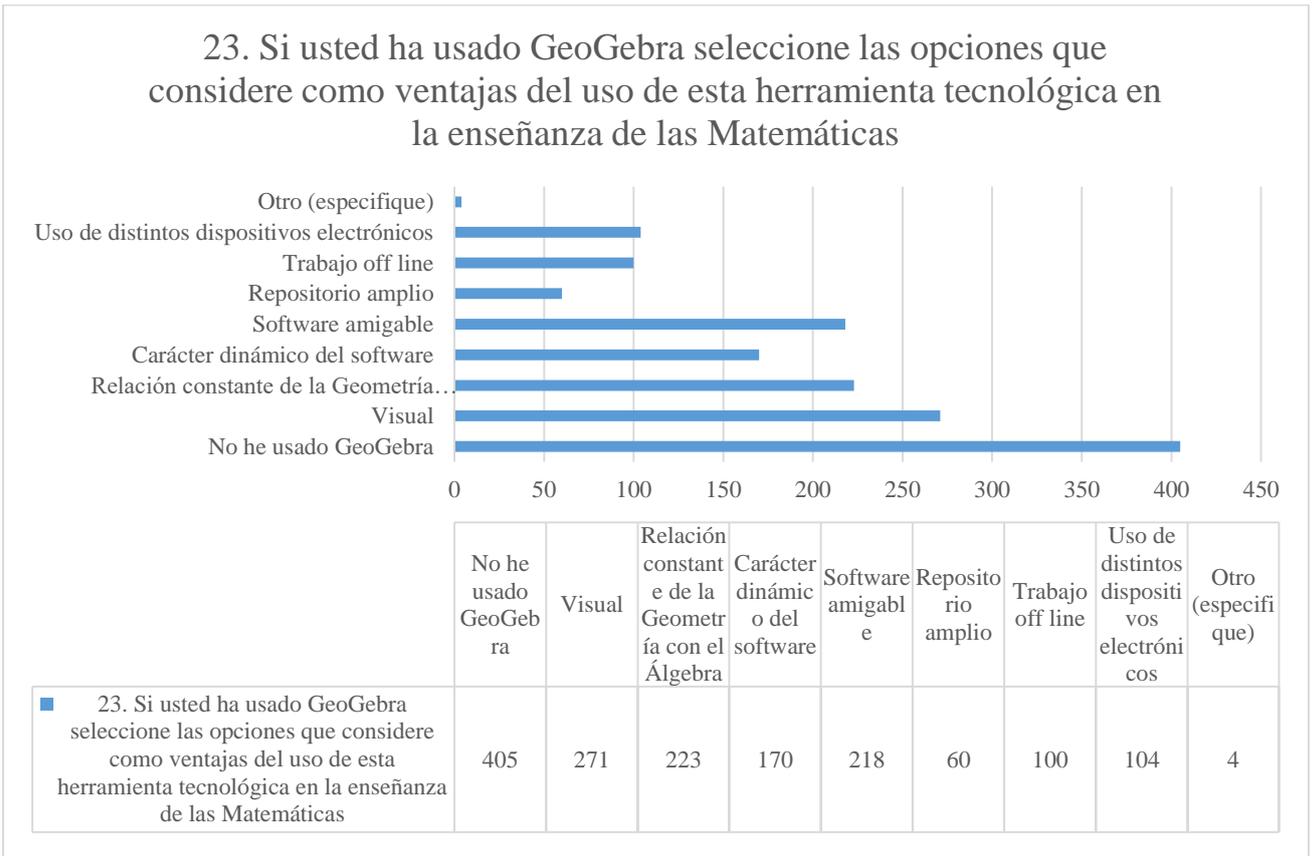


Figura 21. Ventajas del uso de GeoGebra

Mediante estos datos puede apreciarse que una gran cantidad de docentes valora positivamente las ventajas que ofrece el uso de GeoGebra para poder contextualizar los contenidos y optimizar el tiempo para su enseñanza y aprendizaje, entre ellas: la relación de la geometría con el álgebra que permite, reconocen que es un software amigable, con carácter dinámico, con facilidades para ser usado en distintos dispositivos electrónicos, que permite el trabajo off line, con un amplio repositorio de recursos.

7.2.5. Gráficos e interpretaciones que visualizan el comportamiento de los indicadores de beneficio en la encuesta sobre “uso de GeoGebra”

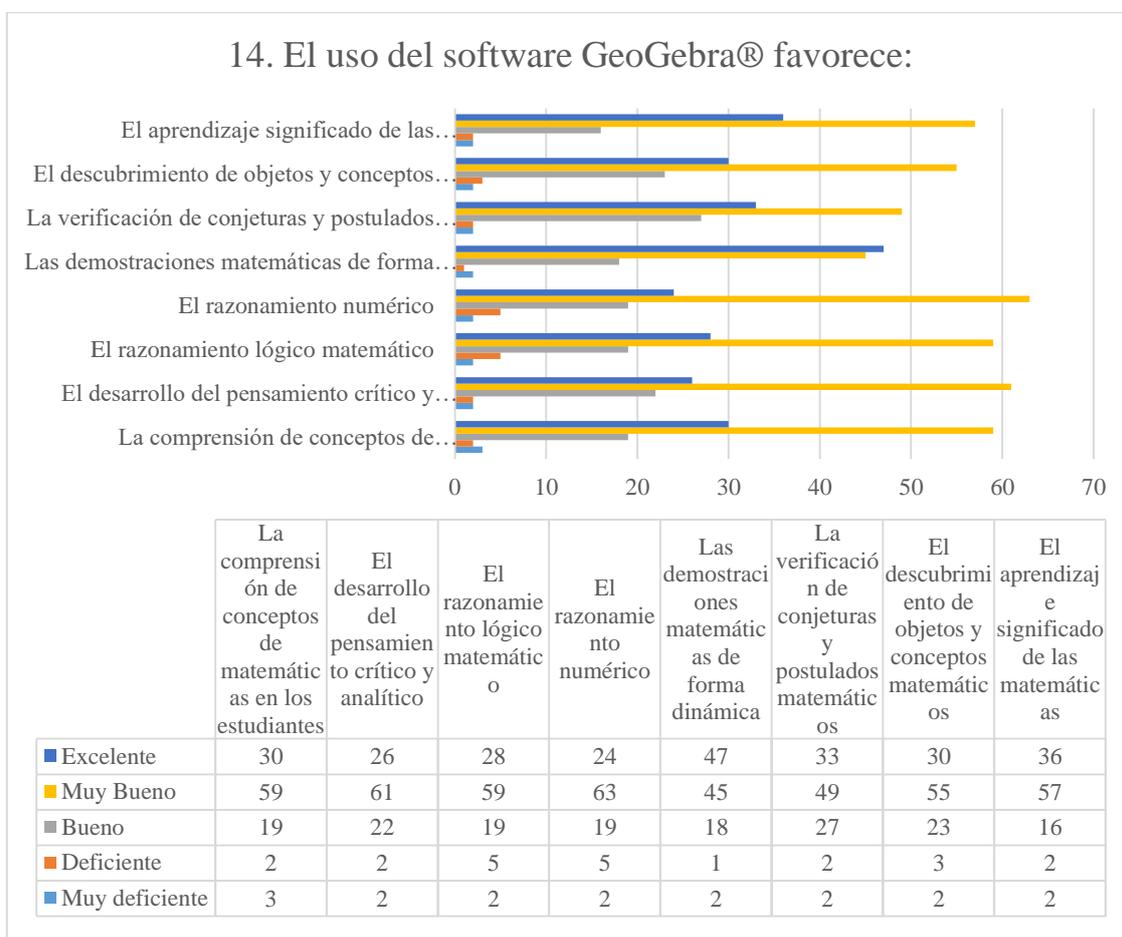


Figura 22. Gráfico de barras sobre indicadores de beneficio pregunta 14

Puede apreciarse que la moda en casi todas las variables se encuentra en la categoría “muy bueno”, excepto en “demostraciones dinámicas”, que se ubica en “excelente”., lo cual expresa que la mayoría de los encuestados valoran muy favorablemente los beneficios que reporta el empleo de GeoGebra.

Un comportamiento similar tiene las medianas de estas variables, lo cual reafirma que la mitad o más de los encuestados considera los indicadores de beneficio con alta valoración.

Además, se considera el siguiente Coeficiente de Ponderación para cada uno de los indicadores de beneficio:

$$CI = 5 * f_{Exc} + 4 * f_{MB} + 3 * f_B + 2 * f_{Def} + f_{MDef}$$

Donde f_{Exc} , f_{MB} , f_B , f_{Def} y f_{MDef} son las frecuencias absolutas de las categorías: excelente, muy bueno, bueno, deficiente, muy deficiente; respectivamente.

Obteniendo que:

- Para cualquier combinación de datos se cumpliría que $113 \leq CI \leq 5 * 113$, o sea: $0 \leq CI \leq 565$; pues el “113” se obtendría si todos los miembros de la muestra votaran por “muy deficiente” y el “565” se obtendría si todos los miembros de la muestra votaran por “excelente”
- Para los datos reales se cumple que:
 - El menor valor del coeficiente se obtiene para el indicador “razonamiento numérico”, para el cual: $CI=441$.
 - El mayor valor del coeficiente se obtiene para el indicador “demostraciones matemáticas de forma dinámica”, para el cual: $CI=473$
 - Todos los demás coeficientes se encuentran entre 441 y 473, lo que nos permite afirmar que presentan una alta valoración en general, por parte de los encuestados.

Por otra parte, al realizar tablas de frecuencias acumuladas en los conjuntos de datos relativos a cada indicador, se obtiene más de las tres cuartas partes (75%) de los encuestados opinan que el empleo de GeoGebra favorece el desarrollo del indicador de forma “excelente” o “muy buena”, como puede apreciarse en la tabla de frecuencias acumuladas del indicador “pensamiento crítico – analítico”

Tabla 5. Tabla de frecuencias acumuladas para el indicador "pensamiento crítico – analítico"

PENSAMIENTO_CRÍTICO_ANALÍTICO					
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	1,00	2	1,8	1,8	1,8
	2,00	2	1,8	1,8	3,5
	3,00	22	19,5	19,5	23,0
	4,00	61	54,0	54,0	77,0
	5,00	26	23,0	23,0	100,0
	Total	113	100,0	100,0	

Con respecto a la pregunta 15, se obtienen datos, que se recogen en la figura

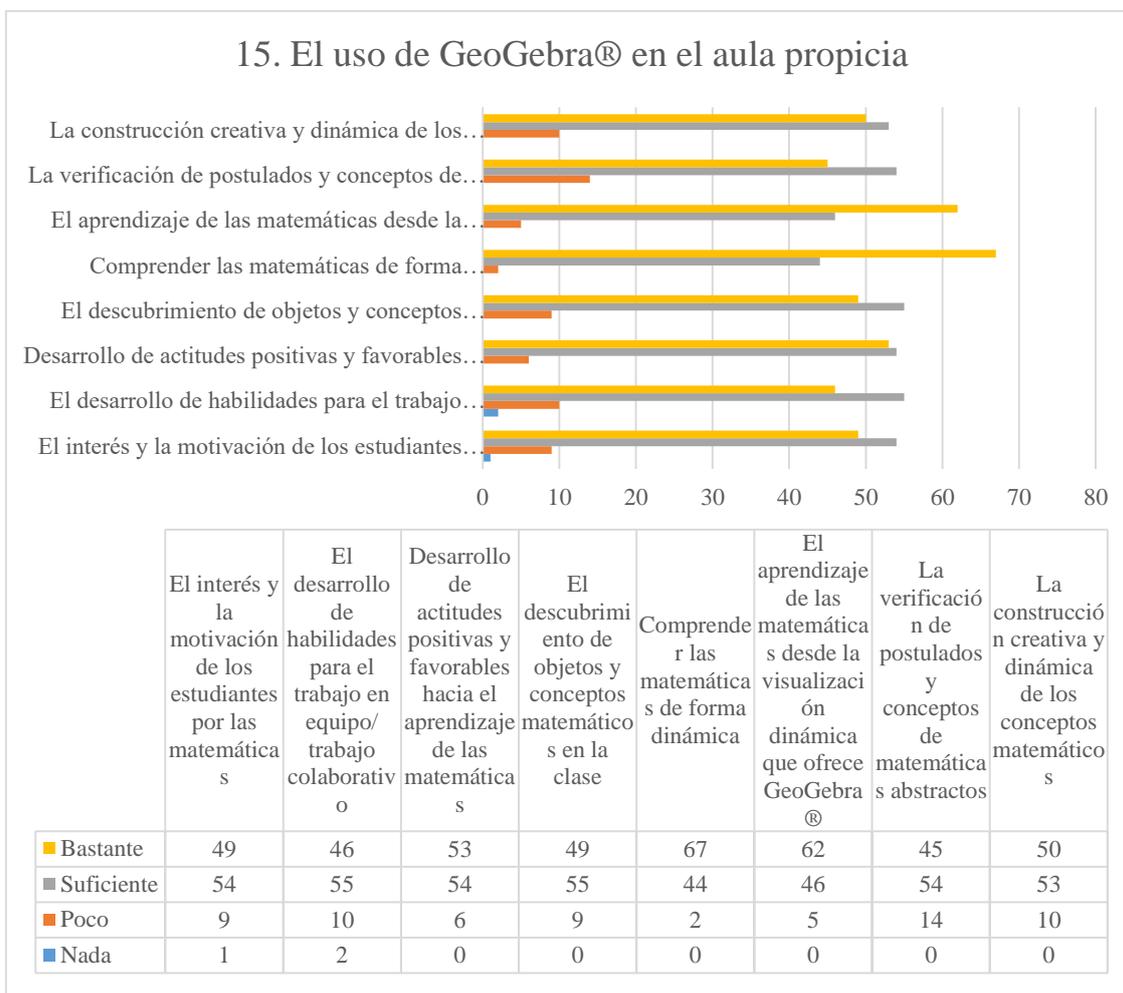


Figura 23. Gráfico de barras sobre indicadores de beneficio pregunta 15

Puede apreciarse que la moda en casi todas las variables se encuentra en la categoría “suficiente”, excepto en “compresión de la Matemática de forma dinámica”, que se ubica en “bastante”, lo cual expresa que la mayoría de los encuestados valorar favorablemente los beneficios que reporta el empleo de GeoGebra.

Un comportamiento similar tiene las medianas de estos indicadores a los procesados en la pregunta 14, lo cual reafirma que la mitad o más de los encuestados considera los indicadores de beneficio con alta valoración.

7.2.6. Establecimiento de correlaciones convenientes entre algunos indicadores de beneficio en la encuesta sobre “uso de GeoGebra”

Como puede apreciarse, los indicadores considerados constituyen variables ordinales, pues presentan modalidades no numéricas en las que existe un orden basado en la posición de los elementos y permiten establecer relaciones de orden “mayor que”, “menor que”, o “igual”, aunque no proporcionan información acerca de la magnitud de sus diferencias.

Para conocer el grado de relación entre dos variables medidas con este tipo de escala, se puede utilizar el coeficiente de correlación ordinal de Spearman (r_s), que mide el grado de correspondencia que existe entre los rangos que se asignan a los valores de las variables analizadas.

Supongamos que queremos establecer la correlación entre la variable “Aprendizaje significativo”, que tiene como escala de medición: “Excelente, Muy Bueno, Bueno, Deficiente, Muy deficiente” con la variable “interés y motivación”, con la escala de medición “Bastante, Suficiente, Poco, Nada”.

Para discretizar los datos en la hoja de cálculo del excel disponible, se realizan las sustituciones:

- Para el “aprendizaje significativo”: Excelente (5), Muy Bueno (4), Bueno (3), Deficiente (2), Muy deficiente (1), mediante la instrucción:

```
=SI(DC6="Excelente";5;SI(DB6="MuyBueno";4;SI(DA6="Bueno";3;SI(CZ6="Deficiente";2;SI(CY6="MuyDeficiente";1;0))))))
```

- Para el “interés y la motivación”: Bastante (1), Suficiente (2), Poco (3), Nada (4), mediante la instrucción:

```
=SI(DY6="Bastante";4;SI(DX6="Suficiente";3;SI(DW6="Poco";2;SI(DV6="Nada";1;0))))
```

Para relacionar ambas variables se colocan los datos discretizados de cada variable en la hoja de cálculo del SPSS y procede de la siguiente forma:

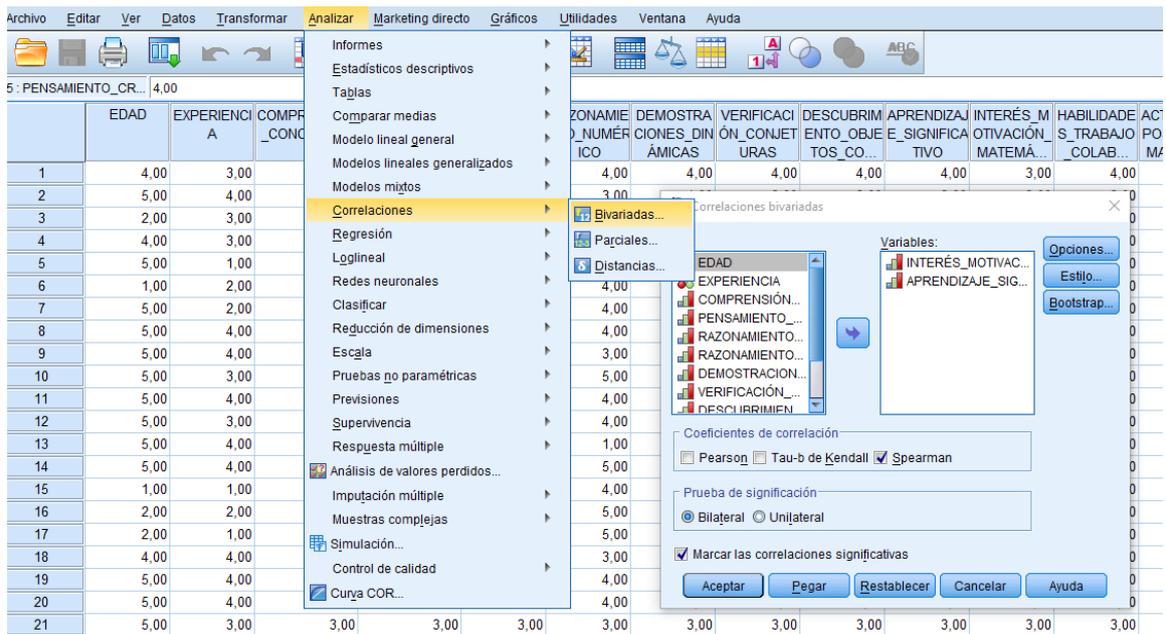


Figura 24. Cuadro de diálogo correlación de Spearman

Se clicó en Analizar -> Correlaciones -> Bivariadas, y aparece un cuadro de diálogo en el que se seleccionan las dos variables elegidas y se marca la correlación de Spearman; el resultado obtenido es el siguiente:

			INTERÉS_MOTIVACIÓN_MATEMÁTICAS	APRENDIZAJE_SIGNIFICATIVO
Rho de Spearman	INTERÉS_MOTIVACIÓN_MATEMÁTICAS	Coefficiente de correlación	1,000	,533**
		Sig. (bilateral)	.	,000
		N	113	113
	APRENDIZAJE_SIGNIFICATIVO	Coefficiente de correlación	,533**	1,000
		Sig. (bilateral)	,000	.
		N	113	113

** La correlación es significativa en el nivel 0,01 (2 colas).

Figura 25. Output de la correlación de Spearman

Como puede apreciarse el resultado es una correlación positiva de 0,533 significativa a un nivel de 0,01. Podemos afirmar que existe una asociación conjunta de ambas variables; en la medida en que crece la motivación e interés por el aprendizaje, aumenta el aprendizaje significativo de los contenidos abordados en el proceso de enseñanza – aprendizaje.

En cuanto a la intensidad de la correlación, podemos guiarnos por la clasificación

Tabla 6. Tabla de interpretación de los valores de la correlación.
Fuente: Martínez Ortega, Tuya Pendás, Martínez Ortega, Pérez Abreu y Cánovas (2009, p. 6).

0,76 – 1,00	Entre fuerte y perfecta
0,51 – 0,75	Entre moderada y fuerte
0,26 – 0,50	Débil
0 – 0,25	Escasa o nula

En el caso analizado, se tiene que $0,51 < 0,533 < 0,75$; por lo que puede afirmarse que existe una correlación positiva entre moderada y fuerte entre ambas variables.

En la siguiente tabla pueden verse todos los coeficientes de correlaciones de Spearman, dos a dos, de algunos de los indicadores de beneficio considerados.

Tabla 7. Coeficientes de Spearman entre variables, dos a dos

		EXPERIENCIA	COMPRESIÓN CONCEPTOS	PENSAMIENTO CRÍTICO ANALÍTICO	RAZONAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO	RAZONAMIENTO NUMÉRICO	DESCUBRIMIENTO O OBJETOS CONCEPTOS	APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO
EDAD	Coef correlación	,524**	,052	,156	,169	,053	,058	,100
	Sig. (bilateral)	,000	,581	,100	,074	,581	,543	,290
EXPE-RIENCIA	Coef correlación		,086	,224*	,212*	,056	,109	,195*
	Sig. (bilateral)		,366	,017	,024	,555	,250	,039
COMPRESIÓN CONCEPTOS	Coef correlación			,751**	,667**	,710**	,683**	,750**
	Sig. (bilateral)			,000	,000	,000	,000	,000
PENSAMIENTO CRÍTICO ANALÍTICO	Coef correlación				,801**	,720**	,769**	,780**
	Sig. (bilateral)				,000	,000	,000	,000
RAZONAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO	Coef correlación					,765**	,725**	,791**
	Sig. (bilateral)					,000	,000	,000
RAZONAMIENTO NUMÉRICO	Coef correlación						,716**	,755**
	Sig. (bilateral)						,000	,000
VERIFICACIÓN CONJETURAS	Coef correlación						,814**	,757**
	Sig. (bilateral)						,000	,000

DESCUBRIMIENTO OBJETOS CONCEPTOS	Coef. correlación							,757**
	Sig. (bilateral)							,000

Los coeficientes de correlación de Spearman, dos a dos, obtenidos en la tabla anterior, permiten establecer como conclusiones que:

- Como es de esperar, las variables: “edad” y “experiencia” están correlacionadas positivamente con intensidad entre moderada y fuerte.
- Estas variables no están correlacionadas ni moderada ni fuertemente con el resto de los indicadores de beneficio considerados; por lo cual puede afirmarse que la “edad” y “experiencia” de los encuestados no influyen en la emisión de valoraciones positivas o negativas sobre la manifestación de los otros indicadores de beneficio.
- En general, predominan correlaciones positivas con intensidad de, al menos, entre moderada y fuerte entre los indicadores de beneficio del empleo de GeoGebra: Comprensión de conceptos, Desarrollo del pensamiento crítico analítico, Desarrollo del razonamiento lógico matemático, Desarrollo del razonamiento numérico, Realización de demostraciones dinámicas, Verificación de conjeturas, Descubrimiento de objetos y conceptos, Desarrollo del aprendizaje significativo, Desarrollo del interés y la motivación en matemáticas, Desarrollo de habilidades en el trabajo colaborativo, Desarrollo de actitudes positivas hacia la matemática, Construcción creativa y dinámica de conceptos.
- Especialmente están fuertemente correlacionados, los indicadores de beneficio:
 - Comprensión de conceptos y Desarrollo del pensamiento crítico analítico.
 - Comprensión de conceptos y Aprendizaje significativo.
 - Desarrollo del pensamiento crítico analítico con Descubrimiento de objetos y conceptos y Desarrollo del aprendizaje significativo.
 - Desarrollo del razonamiento lógico matemático con Desarrollo del razonamiento numérico y Desarrollo del aprendizaje significativo.
 - Desarrollo del razonamiento numérico y Desarrollo del aprendizaje significativo.

- Verificación de conjeturas con Descubrimiento de objetos y conceptos y Desarrollo del aprendizaje significativo.
- Descubrimiento de objetos y conceptos y Desarrollo del aprendizaje significativo.

7.2.7. Conclusiones parciales

A partir de los resultados obtenidos, pueden establecerse las siguientes síntesis conclusivas:

- La inclusión del Software de GeoGebra en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas constituye uno de los cometidos a llevar a cabo por el Instituto Ecuatoriano de GeoGebra, para lo cual resulta imprescindible continuar desarrollando capacitaciones a los docentes de los diferentes subniveles educativos.
- Existe un gran reconocimiento por parte de los docentes de matemática sobre las potencialidades y beneficios que posee el empleo del software GeoGebra en las clases de Matemáticas en general, y, en particular, en cuanto a la generación de actividades didácticas que puedan ser compartidas en espacios diversos para potenciar los ambientes de aprendizaje que permitan: la comprensión creativa y dinámica de conceptos, el desarrollo del pensamiento crítico analítico, el desarrollo del razonamiento lógico matemático, el desarrollo del razonamiento numérico, la realización de demostraciones dinámicas, la verificación de conjeturas, el desarrollo del aprendizaje significativo, el despertar del interés y la motivación en matemáticas, el desarrollo de habilidades en el trabajo colaborativo, y el desarrollo de actitudes positivas hacia la matemática.

7.2.8. Recomendaciones

Para lograr las generalizaciones esperadas con el empleo del software GeoGebra en las clases de Matemáticas y las capacitaciones a los docentes, se recomienda la realización de convenios interinstitucionales propiciando espacios de apoyo común dentro del sistema educativo, como parte de los cual, el Instituto de GeoGebra podría propender de este mecanismo para generar nuevos e innovadores aprovechamientos y su mejora

continua mediante espacios diversos, producciones científicas oportunas, aportes económicos y construcción de lazos de calidad con la comunidad educativa.

7.2.9. Bibliografía

Aguilar-Barojas, S. (2005). Fórmulas para el cálculo de la muestra en investigaciones de salud. *Salud En Tabasco*, 11(1–2), 333–338. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=48711206>

Bardina, X., y Farré, M. (2009). *Estadística descriptiva*. Barcelona: UAB.

Martínez Ortega, R. M., Tuya Pendás, L., Martínez Ortega, M., Pérez Abreu, A., y Cánovas, A. M. (2009). El coeficiente de correlación de los rangos de Spearman caracterización. *Rev. Ciencias Médicas*. La Habana, VIII(2), 1–19. Recuperado de <http://scielo.sld.cu/pdf/rhcm/v8n2/rhcm17209.pdf>

Pardo, A., Ruiz, M., y San-Martin, R. (2009). *Análisis de datos en ciencias sociales y de la salud I*. Madrid: Síntesis.

Reguant-Álvarez, M., Vilà-Baños, R., y Torrado-Fonseca, M. (2018). La relación entre dos variables según la escala de medición con SPSS. *REIRE Revista d'Innovació i Recerca en Educació*, 11(2), 45–60. <http://doi.org/10.1344/reire2018.11.221733>

§8. Proyecciones sobre políticas y actividades del Instituto Ecuatoriano de GeoGebra derivadas de los resultados obtenidos mediante las encuestas

Colectivo de autores²⁶

En base de los resultados obtenidos en las respuestas a los cuestionarios planteados y de acuerdo los objetivos planteados para este trabajo de investigación, es posible enumerar los siguientes resultados:

- Las áreas donde más se usa GeoGebra coinciden con aquellas donde el Instituto Ecuatoriano de GeoGebra (IEG) ha desarrollado sus acciones de capacitación, esto es las provincias de: Pichincha, Azuay, Cañar, Sucumbíos.
- Mayoritariamente se asevera que el conocimiento de GeoGebra ha tenido como origen las capacitaciones llevadas a cabo por la UNAE.
- Se indica también que la mayor parte de los docentes han conocido de GeoGebra desde hace tres años hacia acá, tiempo que coincide con el periodo de existencia del IEG.
- Los docentes coinciden en que el uso de GeoGebra ayuda el proceso de enseñanza de las matemáticas, reconociendo las bondades de esta herramienta por sus distintas características.
- El uso de GeoGebra en los docentes ecuatorianos supera al uso de otros recursos virtuales para la enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

Consecuentemente, basándonos en estos resultados podemos afirmar que el impacto del uso de GeoGebra para la enseñanza de las matemáticas ha sido positivo, estableciendo además que ese impacto en buena medida es consecuencia de las actividades que ha desarrollado el IEG.

Otros resultados afirman que:

- Casi todos los encuestados manifiestan la necesidad de generar eventos de capacitación sobre el uso de GeoGebra.

²⁶ Marco Vinicio Vásquez Bernal, José Enrique Martínez Serra, Hugo Fernando Abril Piedra, Henry Onel Ulloa Buitrón, Víctor Byron Pazmiño Puma, Roxana Aucchahuallpa Fernández, Diana Isabel Rodríguez Rodríguez, Joana Valeria Abad Calle, Abdón Pari Condori, Rosa Ildaura Troya Vásquez, Arellys García Chávez, Luis Alexander Criollo Cabrera

- Las capacitaciones solicitadas pueden identificarse mayormente en los profesores de educación básica elemental y los profesores de bachillerato, los primeros solicitan capacitaciones en temas básicos de GeoGebra, en cambio los profesores de bachillerato solicitan capacitaciones en temas de mayor complejidad como demostraciones o codificación en GeoGebra.
- De la información obtenida es posible identificar perfiles de los docentes que mayormente solicitan estas capacitaciones, por ubicación geográfica, nivel de formación, sostenimiento de su institución, edad o sexo.
- La realidad vivida a consecuencia del COVID favorece el uso de recursos como GeoGebra.

Esta información evidencia que el impacto de GeoGebra en el desempeño del docente ecuatoriano y las consecuencias de la nueva realidad han generado una demanda significativa de capacitaciones en el uso de esta herramienta virtual para la enseñanza de las matemáticas.

Podemos aseverar también que los resultados obtenidos en esta investigación sientan bases sólidas para construir un plan estratégico para el IGM, teniendo en cuenta las siguientes directrices:

- El pedido manifiesto de los docentes ecuatorianos para desarrollar procesos de capacitación masivas.
- Los recursos limitados que actualmente tiene el IEG.
- La condición de que esas capacitaciones tengan una certificación legítima.
- El IEG debe contar con un modelo de gestión que garantice su sostenibilidad social.

En este sentido se ha debatido en el grupo de investigación y se ha llegado a los siguientes consensos:

- Es fundamental que se mantenga como base la interrelación entre la UNAE, la OEI y el MinEduc, relación que constituye el eje fundamental para los logros alcanzados.
- Es necesario articular acciones para lograr alianzas con otras universidades a fin de que se amplíe la cobertura del IEG.

- Se debe partir de un curso de formación de formadores donde los profesores de distintas universidades se capaciten en el uso y en la enseñanza de GeoGebra.
- Es necesario articular acciones con el Instituto Internacional de GeoGebra, de tal manera que desde ahí se apoye y legitime el desarrollo del curso de formación de formadores y otras acciones que puedan desarrollarse luego.
- El modelo de gestión del IEG debe asegurar la continuidad de acciones y la legitimidad de las certificaciones que se entreguen.

Teniendo en cuenta estos resultados, el Instituto Ecuatoriano de GeoGebra se propone el siguiente Plan de Acción Estratégico

8.1. Planificación Estratégica del Instituto Ecuatoriano de GeoGebra

Tabla 8. Matriz de Marco Lógico del Plan de acción Estratégico del IEG

JERARQUIA DE OBJETIVOS	INDICADORES	FUENTES DE VERIFICACIÓN	SUPUESTOS
FIN	Para diciembre del 2028 el rendimiento de los estudiantes ecuatorianos en el área de matemáticas ha mejorado en un 10 %	Contrastar los resultados INEVAL y PISA entre 2021 y 2027.	El MinEduc reconoce e incentiva las capacitaciones de los docentes.
PROPOSITO	Para diciembre del 2026 se ha certificado en el uso de GeoGebra a 10000 docentes de matemáticas.	Registros e informes del IEG	Los docentes aplican en sus aulas lo asimilado en las capacitaciones y los estudiantes utilizan GeoGebra de forma efectiva durante su proceso de aprendizaje.

COMPONENTES	C1. Para diciembre del 2021 se ha elaborado un modelo de gestión técnico y participativo para el IEG, mismo que garantiza su sostenibilidad y norma sus certificaciones.	Modelo de gestión validado y aprobado.	Se logra la participación activa de otras universidades o instituciones ecuatorianas, se mantiene el interés de los docentes ecuatorianos por mejorar su desempeño utilizando GeoGebra.
	C2. Para diciembre del 2026 se ha desarrollado capacitaciones en el uso de GeoGebra, logrando certificar a 10000 docentes de matemáticas.	Registro de las certificaciones.	
	C3. Para diciembre del 2026 se ha logrado posicionar el IEG como un referente de capacitación en GeoGebra.	Reconocimientos nacionales e internacionales al trabajo de IEG.	
ACTIVIDADES	A.1.1. Para octubre del 2021 se ha constituido alianzas con al menos 4 universidades ecuatorianas y/u otras instituciones que garanticen una cobertura nacional.	Convenios entre las universidades y/u otras instituciones.	S.A.1. Se consolida el accionar conjunto entre la OEI, MinEduc y UNAE en torno a apoyar las acciones del IEG y se logra el apoyo del Instituto Internacional de GeoGebra para desarrollar esas actividades. S.A.2. Se cuenta con un modelo de gestión que permita un desarrollo adecuado del IEG.
	A.1.2. En noviembre del 2021 se inicia un curso de formación de formadores para los docentes de las universidades que han aceptado ser parte del IEG.	Plan del curso y certificaciones.	
	A.1.3. Para diciembre del 2021 se ha elaborado y aprobado el modelo de gestión del IEG	Modelo de gestión del IEG.	
	A.2.1. Durante el año 2022 se capacitan y certifican a 1500 docentes ecuatorianos. A.2.2. Durante el año 2023 se capacitan y certifican a 2000 docentes. A.2.3. Durante el año 2024 se capacitan y certifican a 2000 docentes. A.2.4. Durante el año 2025 se capacitan y certifican a 2000 docentes. A.2.5. Durante el año 2026 se capacitan y certifican a 2500 docentes.	Informes de resultados del IEG.	
	A.3.1. Para diciembre del 2026 el IEG ha desarrollado 5 eventos nacionales y 1 evento internacional donde se han visibilizado los resultados construidos por los participantes en las capacitaciones del IEG. A.3.2. Para diciembre del 2024 se ha desarrollado una investigación que muestra el impacto de GeoGebra en el aprendizaje de matemáticas en los estudiantes del sistema educativo ecuatoriano en los 2 últimos años.	Certificaciones de las producciones científicas del IEG.	

	<p>A.3.3. Para diciembre del 2023 los miembros del IEG han participado como ponentes o conferencistas en al menos 5 eventos científicos internacionales sobre educación.</p> <p>A.3.4. Para diciembre del 2023 los miembros del IEG han publicado resultados del IEG en al menos 5 revistas indexadas de educación.</p>		
--	---	--	--

§9. Algunos recursos de GeoGebra diseñados y empleados por los autores en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática

9.1. Recursos de Geometría para la Educación Inicial

Diana Isabel Rodríguez Rodríguez²⁷

La didáctica en la educación inicial propicia a que los niños desarrollen habilidades y destrezas para el logro de objetivos planteados por el docente. En efecto, la búsqueda de recursos que aporten significativamente en las actividades es múltiple y variada, pero la pericia de ajustarlos adecuadamente al entorno se deriva en buenas prácticas. Se concreta en el currículo ecuatoriano, en el cual se indica que, dentro de las metodologías utilizadas en el aula, “las tecnologías de la información y de la comunicación formarán parte del uso habitual como instrumento facilitador para el desarrollo del currículo” (MINEDUC, 2016, p.16)

Según Díaz et al (2018)” al parecer la incorporación de software educativo en la enseñanza de la matemática- y de la geometría en particular, es una necesidad que debe empezar a ser cubierta en el corto plazo” (pág. 4). Donde, en la primera infancia se aplican exitosamente para fortalecer, reforzar o brindar las posibilidades de un aprendizaje óptimo en la articulación de las nociones básicas. “El desarrollo del sentido espacial y del razonamiento sean aspectos determinantes de los fenómenos didácticos que interesan a los estudiosos de la didáctica de la Geometría”. (Camargo, 2011, p.42)

De esta manera, surge la necesidad de la aplicación de la herramienta de GeoGebra en la primera infancia, que ofrece a sus usuarios los medios para crear, innovar, experimentar,

²⁷ UNAE; diana.rodriguez@unae.edu.ec. Orcid: 0000-0003-4406-9555

generar ideas con sus interfaces basadas en la geometría, álgebra, aritmética, estadística y probabilidad los niños disfrutaban realizando tareas dirigidas con este software. Como lo menciona Torra (2014):

“El GeoGebra permite trabajar con actividades dinámicas, es decir actividades en las cuales los alumnos pueden modificar las figuras geométricas. Este hecho les resulta sorprendente. Si dibujan un cuadrado, con el programa pueden variar el tamaño, cambiarle el color, girarlo y ver que no es un rombo, desplazarlo por la pantalla e, incluso, modificar la forma de manera que se convierta en un paralelogramo distinto o un trapecio. Trabajando con material: cartulinas, bloques lógicos, etc. podemos cambiar la posición, pero no el tamaño ni el color ni la forma”.

(p.64)

Además, se destaca la posibilidad de presentar un software a niños nativos digitales, donde su operatividad con la tecnología demuestra facilidad en su utilización y manejo. Se constituye en una iniciativa que presenta actividades innovadoras que apoyan significativamente al docente en el aula.

Rompecabezas con figuras planas

La representación de objetos en las experiencias de aprendizaje y su relación con el entorno propician que las nociones básicas se desarrollen adecuadamente. Es así, que focalizar las actividades, sobre todo las matemáticas, en dicha dirección es una forma acertada de realizar una práctica efectiva.

Por ejemplo, cuando se presenta objetos conocidos al niño representados en imágenes el niño intuye su significado (basados en experiencias), para posterior a ello contribuir adecuadamente a las actividades planteadas. De allí, que el rompecabezas surge para motivar adecuadamente, a través de descubrimiento, encontrar diferencias y semejanzas, seguir instrucciones y otras tareas que permiten el desarrollo de destrezas y habilidades. Como menciona Iparraguirre y Quipuzcoa (2014) acerca del rompecabezas:

Es un juego conocido también como el juego de paciencia que consiste en componer una determinada figura combinando cierto número de pedacitos de

cartón, madera, plástico, etc., en cada uno de los cuáles hay una parte de la figura.
(p. 7)

Además, contribuye a la atención del niño permitiéndole concentrarse para encontrar la solución al armar el rompecabezas. Siendo, una parte lúdica en las actividades que se realizan en la primera infancia, con la finalidad de desarrollar habilidades mentales.

Constituyéndose en una iniciativa a ser aplicada en el software de GeoGebra para propiciar nuevos espacios virtuales de aprendizaje en la actualidad. Así, el niño tiene la posibilidad de reforzar sus conocimientos mediante la ubicación espacial, la coordinación visorior motriz y la memoria.

A continuación, se presentan ejemplos de actividades desarrolladas en talleres dirigidas a docentes de educación inicial con el apoyo de la herramienta de GeoGebra:

Actividad 1

Amelia observó una hermosa casa en su comunidad, desea replicarla en una imagen. Con las figuras geométricas desordenadas ayuda a Amelia a construir su casita.

Objetivo: Discriminar formas y colores desarrollando su capacidad perceptiva para la comprensión de su entorno con la utilización de figuras geométricas.

Destreza: M.1.4.9. Describir y reproducir patrones con cuerpos geométricos.

Indicador: I.M.1.1.2. Describe la ubicación de los objetos del entorno (I.3.)

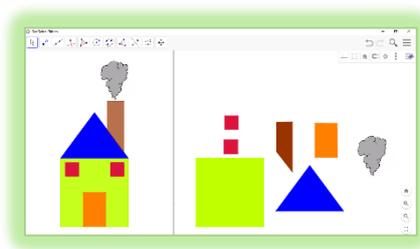


Figura 1. Rompecabezas con figuras geométricas. Nota:
La imagen representa la actividad desarrollada en
GeoGebra para el armado de la casa de Amelia.

Actividad 2

Camila necesita realizar una tarea para la clase de mañana, debe contar la cantidad de figuras geométricas que hay en el rompecabezas por tamaño y color. Realicemos junto a ella la agrupación y clasificación.

Objetivo: Comprender nociones básicas de cantidad facilitando el desarrollo de habilidades del pensamiento para la solución de problemas sencillos.

Destreza: M.1.4.5. Reconocer las semejanzas y diferencias entre los objetos del entorno de acuerdo a su forma y sus características físicas (color, tamaño y longitud)..

Indicador: I.M.1.1.1. Compara y distingue objetos según su color, tamaño, longitud, textura y forma en situaciones cotidianas (I.2.).



Figura 2. *Clasificación de figuras.* Nota: Representa la clasificación y agrupación de figuras en GeoGebra.

Actividad 3

Paquito debe encajar las figuras geométricas en el Geoplano. La maestra ha colocado unas ligas para ayudarlo a encontrar la ubicación correcta de cada una. ¿Si tu fueras Paquito como lo harías?

Objetivo: Comprender nociones básicas de cantidad facilitando el desarrollo de habilidades del pensamiento para la solución de problemas sencillos.

Destreza: M.1.4.4. Distinguir la ubicación de objetos del entorno según las nociones arriba/abajo, delante/atrás y encima/debajo

Indicador: I.M.1.1.2. Describe la ubicación de los objetos del entorno (I.3.)

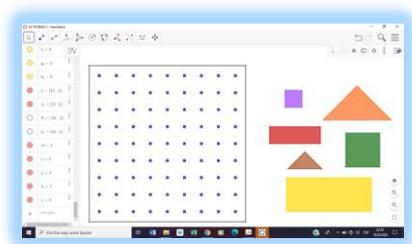


Figura 3. *Geoplano.* Nota: Representa la ubicación de las figuras en el geoplano en GeoGebra.

Actividad 4

A Carlos le encanta ir al parque a jugar, su papá le indica que hay resbaladeras en las casitas con diferentes tamaños, para perder el temor poco a poco, Carlos debe subir primero a la pequeña, luego a la mediana y finalmente a la grande. Ayuda a Carlos a identificar y ordenar las casitas de acuerdo a su tamaño.

Objetivo: Comprender nociones básicas de cantidad facilitando el desarrollo de habilidades del pensamiento para la solución de problemas sencillos.

Destreza: M.1.4.24. Describir y comparar objetos del entorno según nociones de volumen y superficie: tamaño grande, pequeño.

Indicador: I.M.1.3.2. Clasifica objetos del entorno y los agrupa considerando su tamaño, longitud, capacidad, peso o temperatura y expresa verbalmente los criterios de la agrupación. (I.2.)

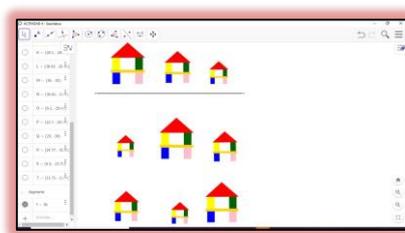


Figura 4. *El tamaño en tamaño en figuras del entorno. Nota: Representa imágenes organizadas por tamaño en GeoGebra*

Actividad 5

Juanita está jugando a formar figuras con el cuadrado. En un descuido se olvidó como debe seguir haciéndolas, ¿Te gustaría jugar con ella y terminar la tarea?

Objetivo: Comprender nociones básicas de cantidad facilitando el desarrollo de habilidades

Destreza: M.1.4.6. Agrupar colecciones de objetos del entorno según sus características físicas: color, tamaño (grande/pequeño), longitud (alto/bajo y largo/corto).

Indicador: I.M.1.1.3. Construye series utilizando objetos del entorno, sonidos, movimientos, figuras y cuerpos geométricos y agrupaciones de elementos (I.1., I.4.)

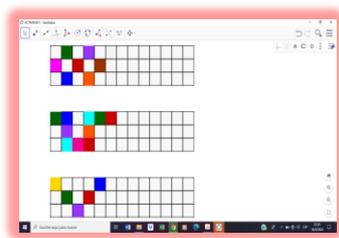


Figura 5. *Trabajar con secuencias.* Nota: Representa una actividad de secuencias desarrolladas en GeoGebra.

El tangram

La construcción de tangram con la herramienta de GeoGebra permite que el niño reconozca las figuras geométricas que la componen. Y al utilizar un modelo para construir piezas diversas se desarrolla la creatividad. Estas actividades se pueden realizar sin considerar una edad determinada, además, está conformado por cinco triángulos y dos paralelogramos. Como menciona Iglesias (2009):

El Tangram es un puzzle o rompecabezas formado por un conjunto de piezas de formas poligonales que se obtienen al fraccionar una figura plana y que pueden acoplarse de diferentes maneras para construir distintas figuras geométricas. (p. 118)

En efecto, el tangram permite realizar actividades diversas que desarrollan las nociones básicas que involucran a la matemática y la geometría. En la primera infancia se puede realizar actividades diversas apoyadas en el tangram y su construcción en GeoGebra.

Actividad 6

Martina salió de paseo y mientras viajaba se encontró varios objetos interesantes. Ayúdanos a identificar, nombrarlos y distinguir sus semejanzas y diferencias.

Objetivo: Proponer soluciones creativas a situaciones concretas con el uso del tangram.

Destreza: M.1.4.5 Reconocer las semejanzas y diferencias entre los objetos del entorno de acuerdo a su forma y sus características físicas (color, tamaño y longitud).

Indicador: I.M.1.1.1. Compara y distingue objetos según su color, tamaño, longitud, textura y forma en situaciones cotidianas (I.2.)

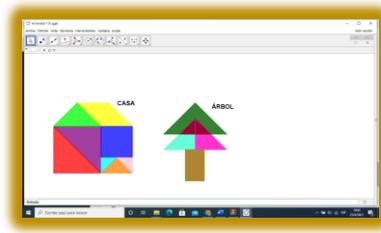


Figura 6. *Armando figuras con el Tangram.* Nota: Representa imágenes armadas con el tangram en GeoGebra

Actividad 7

En una feria del barrio se encuentra una ruleta con figuras geométricas, ayúdanos a relacionar cada figura con la forma, el tamaño y el color.

Objetivo: Valorar de manera crítica problemas reales con el empleo de las TIC.

Destreza: M.1.4.20. Establecer semejanzas y diferencias entre objetos del entorno y cuerpos geométricos.

Indicador: I.M.1.3.1. Encuentra, en el entorno y en elementos de su uso personal, objetos que contienen o son semejantes a los cuerpos y figuras geométricas, los selecciona de acuerdo a su interés y comparte con sus compañeros las razones de la selección. (J.1., S.1., I.4.)

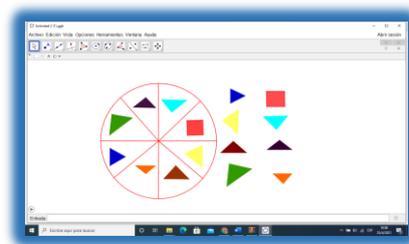


Figura 7. *La ruleta geométrica.* Nota: Representa una actividad desarrollada en GeoGebra con las figuras que componen un tangram.

Actividad 8

Vamos a lanzar el dado que contendrá figuras de las partes del Tangram, mismas que deberán ser colocadas en la Tabla de figuras para ayudar a Juanito a llegar a su casa.

Objetivo: Desarrollar estrategias que permitan el reconocimiento de figuras geométricas

Destreza: M.1.4.19. Reconocer cuerpos geométricos en objetos del entorno

Indicador: I.M.1.3.1. Encuentra, en el entorno y en elementos de su uso personal, objetos que contienen o son semejantes a los cuerpos y figuras geométricas, los selecciona de acuerdo a su interés y comparte con sus compañeros las razones de la selección. (J.1., S.1., I.4.)

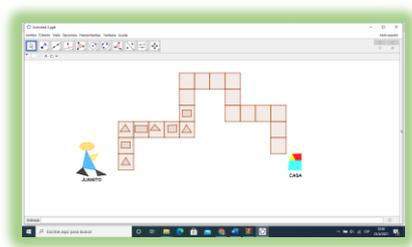


Figura 8. *Laberinto de figuras*. Nota: Laberinto desarrollado en GeoGebra con las figuras que componen un tangram.

Actividad 9

En las imágenes encontramos a la familia Rodríguez, ayúdanos a identificar quién es joven y quien es viejo.

Objetivo: Desarrollar la curiosidad y la creatividad en el uso de herramientas matemáticas al momento de enfrentar y solucionar problemas. (Ref. OG.M.6)

Destreza: M.1.4.31 Comparar y relacionar las nociones de joven/viejo en los miembros de la familia.

Indicador: I.M.1.4.2 Emplea unidades de tiempo para ordenar secuencias temporales que describan actividades significativas y sus actividades cotidianas. (J.3., I.2.)

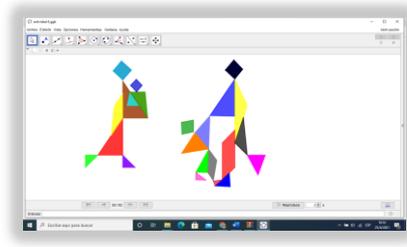


Figura 9. *El niño y su familia*. Nota:
Representa una familia con las
piezas del tangram en la herramienta
de GeoGebra.

GeoGebra en 3D

El procesador geométrico de GeoGebra permite construir lo imaginable en una imagen visible en la pantalla, para representar, modificar, reflexionar, y documentar experiencias de aprendizaje significativos. Actividades que conducen a figuras 3D a partir de conceptos geométricos para visualizar sus interrelaciones, mediante estrategias interactivas que el docente implementa en el aula, para mejorar las posibilidades de acompañamiento. (Rojas, 2015)

Se desarrollaron las siguientes actividades:

Actividad 10

La Mamá de Juanito cumple años esta semana, su hijo pensó en ofrecerle un regalo especial a su madre. ¿Cuál es el regalo que Juanito le dará a su madre? Descubrámoslo.

Objetivo: Contratar objetos para resolver problemas de la realidad relacionados con la capacidad (lleno/vacío)

Destreza: M.1.4.25. Comparar objetos según la noción de capacidad (lleno/vacío).

Indicador: I.M.1.1.2. Describe la ubicación de los objetos del entorno (I.3)

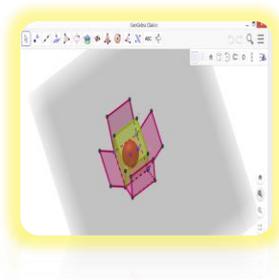


Figura10. *Un regalo para mamá.* Nota:
Representa un regalo desarrollado en GeoGebra.

Actividad 11

Crear imágenes con superficies conocidas como cuadrado y triángulo y convertirlas al 3D.

Objetivo: Realizar actividades que permitan el desarrollo de la creatividad para la interpretación y solución de problemas reales.

Destreza: M.1.4.24. Describir y comparar objetos del entorno según nociones de volumen y superficie: tamaño grande, pequeño.

Indicador: OG.M.3. Desarrollar estrategias individuales y grupales que permitan un cálculo mental o escrito, exacto o estimado, y la capacidad de interpretación y solución de situaciones problémicas del medio.

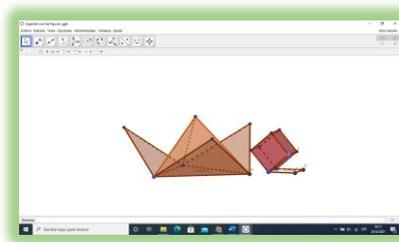


Figura 11. *Jugando con las imágenes.* Nota:
Representa a imágenes construidas en
GeoGebra con 3D.

Bibliografía

Camargo, L. (2011). El legado de Piaget a la didáctica de la Geometría. *Revista Colombiana de Educación*, No. 60, pp. 41-60.
<http://www.scielo.org.co/pdf/rcde/n60/n60a3.pdf>

- Díaz, L., Rodríguez, J., Lingán, S. (2018). Enseñanza de la geometría con el software GeoGebra en estudiantes secundarios de una institución educativa en Lima. *Revista de Psicología Educativa*, Vol. 6 No. 2. <http://dx.doi.org/10.20511/pyr2018.v6n2.251>
- Iglesias, M. (2009). Ideas para Enseñar El Tangram en la Enseñanza y el Aprendizaje de la Geometría. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 9, Número 17, páginas 117-126. http://www.fisem.org/www/union/revistas/2009/17/Union_017_014.pdf
- Iparraaguirre, J., Quipuzcoa, B. (2014). influencia de los rompecabezas como material didáctico en el mejoramiento de la atención de los niños de 4 años de la IE 1564 “Radiantes Capullitos”, Trujillo, año 2014. [Tesis de Fin de grado publicada]. Universidad Nacional de Trujillo.
- Mineduc, (2016). Educación General Básica Preparatoria. <https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/03/REPATORIO.pdf>
- Rojas, C. (2015). Visualización gráfica 3D en GeoGebra para la enseñanza – aprendizaje de las ciencias básicas. <http://funes.uniandes.edu.co/10405/2/Rojas2015Visualizaci%C3%B3n.pdf>
- Torra, M. (). Propuestas de geometría para Educación Infantil en la Aplicación de Recursos al Currículum (ARC). *Educación Matemática en la Infancia*, 3(2), 61-66. <http://www.edma0-6.es/index.php/edma0-6>

9.2. Recursos de Aritmética y Álgebra para la Educación Media

Roxana Auccahuallpa Fernández²⁸

El apartado de recursos de aritmética y álgebra para la educación media presenta actividades realizadas con el software de GeoGebra. Dado que, GeoGebra contribuye más que una herramienta en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a desarrollar y comprender conceptos matemáticos poco comprensibles desde la abstracción de esta disciplina.

A continuación, se presentan cuatro actividades para la educación media que relacionan las vistas de álgebra y geometría para la simulación.

Actividad 1. Suma de números a través de deslizadores

Un deslizador no es sino la representación gráfica de un número o ángulo libres. La posición de un deslizador puede ser absoluta en la pantalla o relativa al sistema de coordenadas. Esta herramienta permite desarrollar actividades más dinámicas en la que los estudiantes puedan mover el ratón del computador y con ello ir viendo cómo se mueven las gráficas o números que hayan sido fijados previamente.

El objetivo de la primera actividad es desarrollar la operación de suma de números enteros a través de la opción de deslizadores de GeoGebra.

Para esta actividad desarrollaremos dos deslizadores “a” y “b”. Los pasos son los siguientes:

- Ocultar el eje ‘y’, solo se trabaja con el eje ‘x’.
- Creamos dos deslizadores de nombres “a” y “b” con intervalo de -10 hasta 10 e incremento 1 (una unidad).
- Dibujamos dos vectores $a = (a, 0)$ y $b = (b, 0)$, le damos color y grosor a los vectores.
- Ocultamos provisionalmente el vector v y hacemos visible u .
- Creamos el punto $A = (a, 0)$ y $B = (a, 1)$.

²⁸ UNAE. roxana.auccahuallpa@unaedu.onmicrosoft.com

- Con la herramienta equipotente trasladamos el vector v hasta el punto B. Al nuevo vector le damos color y grosor apropiados.
 - En la entrada de GeoGebra escribimos $c = a + b$
 - Con la herramienta equipotente trasladamos el vector c que corresponde a la suma $c = a + b$
 - Creamos el texto “a” y “b” con click a propiedades y le damos tamaño apropiado y luego posición lo anexamos al punto A’ y B’.
 - Finalmente, el texto “a+b” y con click en propiedades le damos tamaño apropiado.
- Ver figura 1.

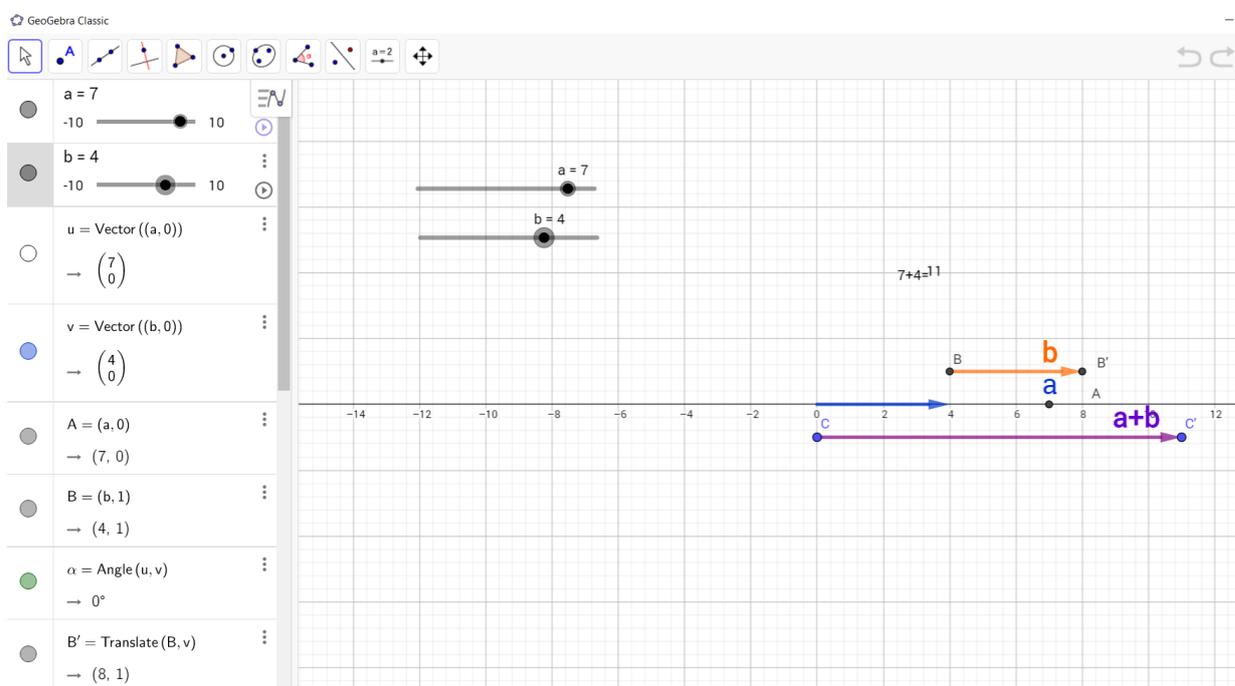


Figura 1. Suma de números con deslizadores. *Fuente:* Elaboración propia

La figura 1 muestra el uso de deslizadores para realizar sumas rápidas con los estudiantes, en la que relaciona la recta numérica con los vectores ‘a’, ‘b’ y ‘a+b’.

Actividad 2. Dividamos la recta numérica para resolver operaciones con fracciones

La recta numérica constituye un instrumento que sirve para representar gráficamente los números y con ello comprender las propiedades fundamentales de los números y la recta. Así, por ejemplo, la recta numérica necesita de un origen, el cual se representa con el CERO (0); este determina el sistema de números naturales, enteros, racionales y reales.

El objetivo de esta actividad es proponer soluciones creativas de fracciones utilizando creación de rectas numéricas divididas en fracciones propias e impropias.

Para esta actividad construiremos rectas numéricas subdivididas en fracciones. Los pasos son los siguientes:

- Ocultar los ejes 'x' e 'y'
- Utilizaremos la opción de creación de semirectas.
- La primera semirecta será del punto A y B, donde A.
- Escondemos los puntos A y B, luego renombramos por '0' y '1'.
- Realizamos otra semirecta y colocamos puntos A, B, C, y D y renombramos por '0', $\frac{1}{2}$, 1, $\frac{3}{2}$, 2.
- Construimos otra semirecta de subdivisión de los medios a cuartos. Así sucesivamente hasta la subdivisión de doceavos. Ver figura 2.

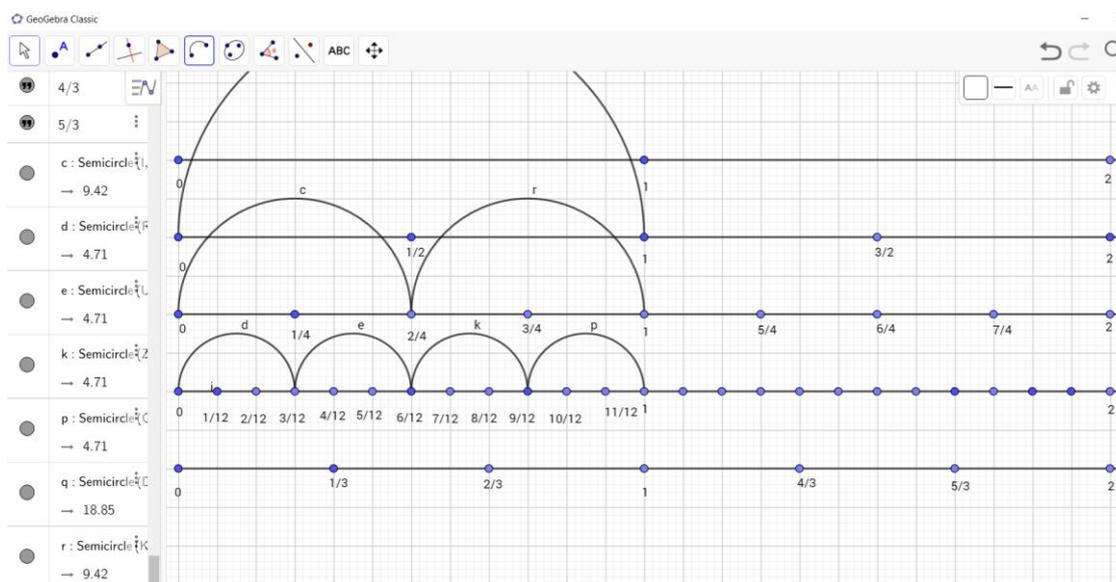


Figura 2. Fracciones de $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{12}$. Fuente: Elaboración propia

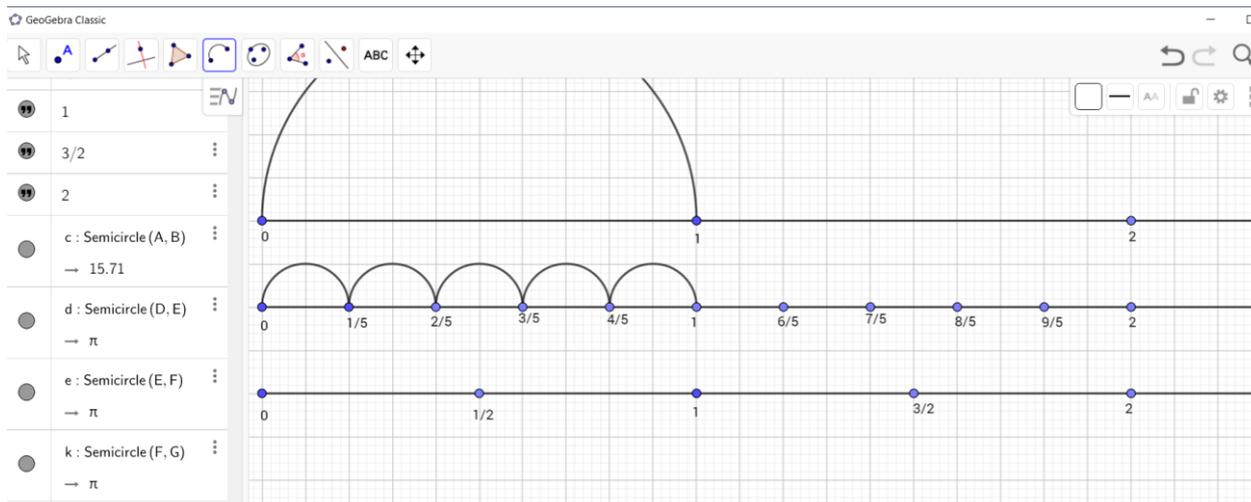


Figura 3. Fracciones de $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$. Fuente: Elaboración propia

Una vez creado las múltiples semirectas con fracciones, podemos realizar comparaciones entre fracciones y resolver el siguiente ejercicio.

Utiliza GeoGebra para llenar el espacio en blanco con el símbolo que corresponde $>$, $<$ ó $=$.

a. $\frac{5}{3}$ — $\frac{7}{6}$

d. $\frac{11}{4}$ — $\frac{5}{2}$

b. $\frac{7}{3}$ — $\frac{14}{6}$

e. $\frac{5}{4}$ — $\frac{5}{6}$

c. $\frac{4}{12}$ — $\frac{1}{3}$

f. $\frac{15}{6}$ — $\frac{8}{3}$

Actividad 3. Ubico mi escuela y mi casa

Resolver problemas en GeoGebra cada vez es más usado por los usuarios de este software. GeoGebra se presta para incrustar imágenes o figuras que permitan ir descubriendo cómo realizar mediciones de forma sencilla, aplicando herramientas de GeoGebra. Para incrustar una imagen en GeoGebra debemos buscar una imagen, figura o foto desde nuestra PC, esta la podemos arrastrar y soltar en la vista de geometría e ir incluyendo elementos necesarios para la resolución.

El objetivo de la actividad es resolver problemas o situaciones utilizando herramientas de distancias y perímetro.

Situación: La profesora Killa ha solicitado a los estudiantes realizar un Mapeo de la Escuela y su casa, para ello, los estudiantes deben realizar dibujos, gráficos u otros.

Para la realización del trabajo, el estudiante Pepe ha decidido realizar un gráfico con imágenes sobre la ubicación de su casa (marcado en círculo rojo) y su escuela como se muestra.

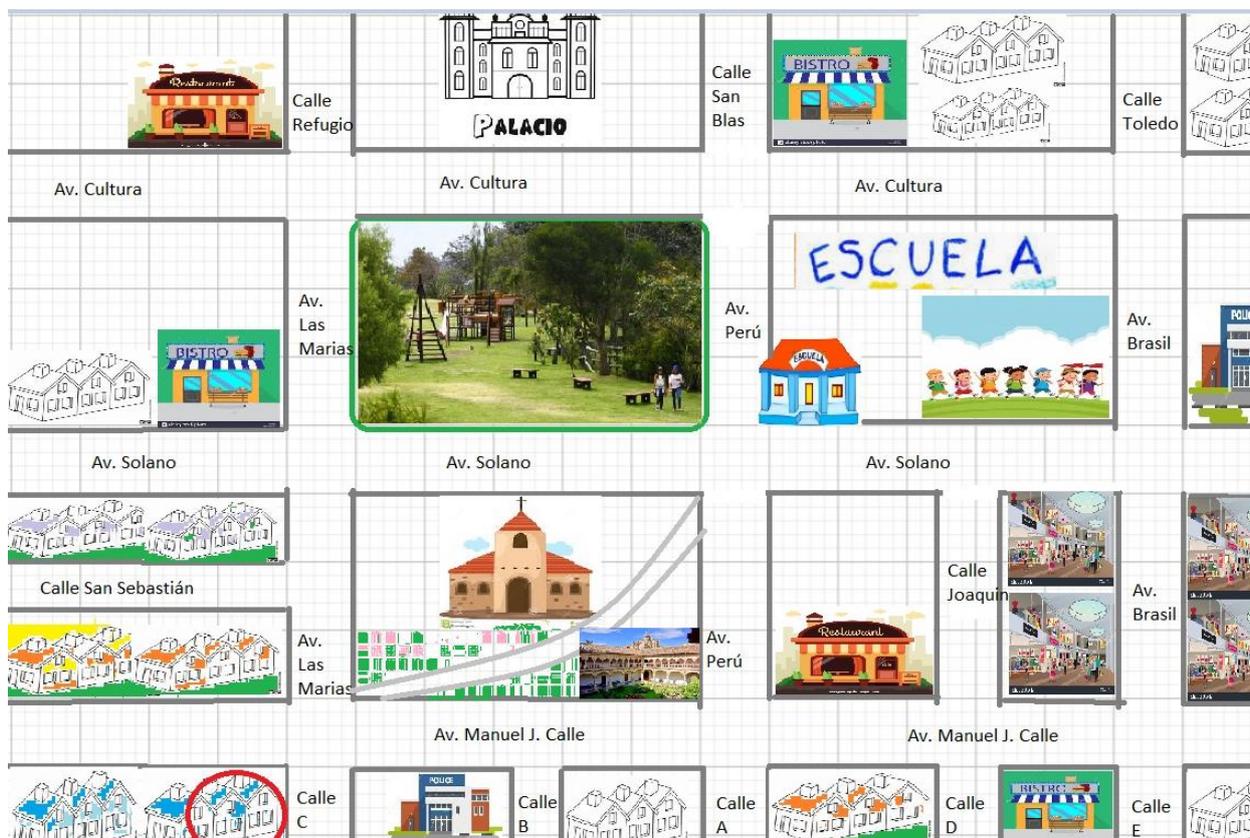


Figura 4. Mapeo mi escuela. Fuente. Elaboración propia

Las preguntas que podemos realizar para el ejemplo serían:

- ¿Cuál es el horario de ingreso a la Escuela de Pepe?
- ¿Cuál es la menor distancia de recorrido desde la casa de Pepe hasta la Escuela?
- ¿Cuál es la mayor distancia de recorrido desde la casa de Pepe hasta la Escuela?
- Sabiendo que las avenidas Manuel J. Calle y Solano son muy congestionadas en el horario de 6:30 a 7:30 am, Pepe decide ir caminando todos los días de su

casa a la escuela, ¿Cuál es el tiempo que tardará en llegar de su casa a la Escuela?

Para responder las preguntas realizadas, Pepe, decide observar el gráfico realizado y determinar a simple vista cuál sería la mayor y menor distancia del recorrido de su casa a la escuela, sabiendo que debe llegar a la escuela a las 7.15 am (hora de ingreso).

En este proceso, Pepe observa que pueda realizar un cruce por la Iglesia, dado que existe ese espacio para caminar. Para lo cual, realiza otro gráfico que se muestra a continuación.

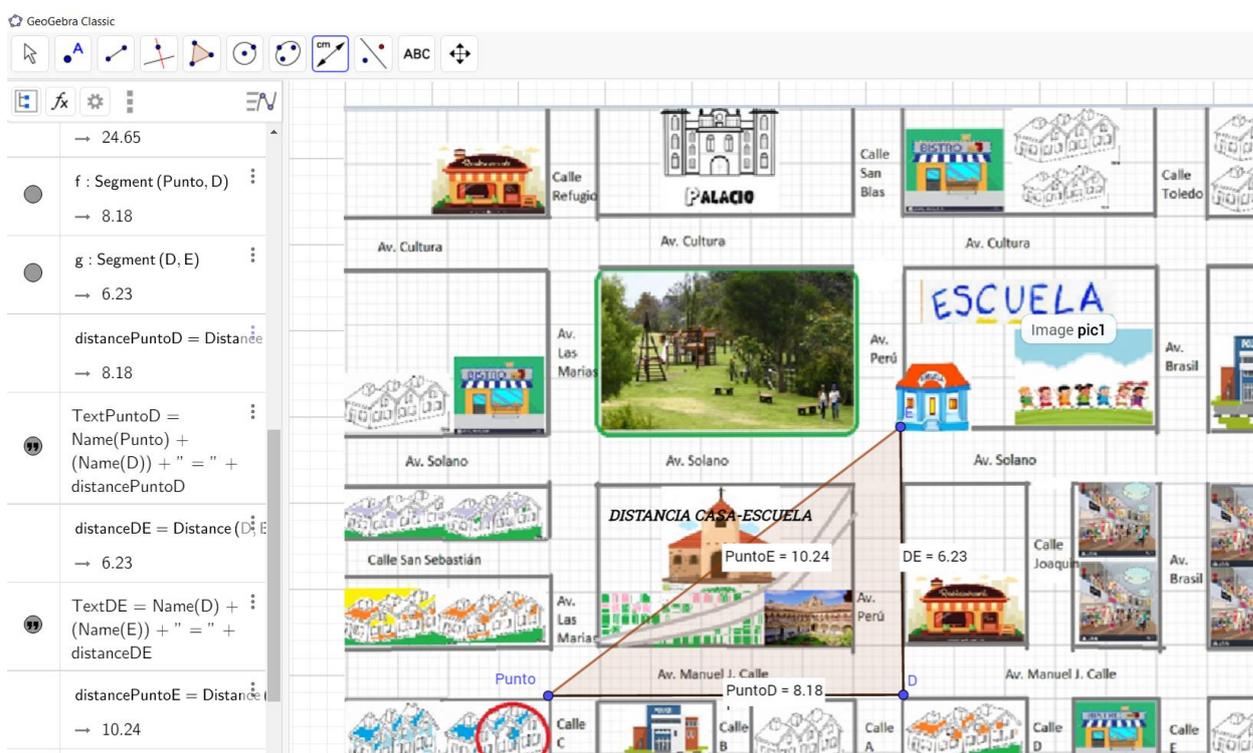


Figura 5. Mapeo mi escuela con medidas. Fuente. Elaboración propia

Los pasos que sigue Pepe en GeoGebra son los siguientes:

- Realiza el dibujo del Mapa de su casa a la escuela.
- Incrusta la imagen en GeoGebra a través de la opción 'edita' o arrastrando la imagen a la vista de geometría. Para ello, esconde los ejes 'x' e 'y'.
- Coloca puntos para realizar segmentos. Por ejemplo, Punto A (casa); punto B (escuela); punto D (Cruce de Av. Manuel J. Calle y Av. Perú)
- Utiliza la opción de medir longitud en GeoGebra para colocar las medidas de cada uno de los segmentos construidos tal como se observa en la figura 5.

- Pepe observa que si caminaría por la diagonal construida (Distancia 10.24 unidades) esta es mucho menor que las distancia de ir por las calles Manuel J Calle y Av. Perú ($9.18+6.23 = 15.41$)

Finalmente, Pepe y sus amigos han comprendido que la diagonal corresponde a un teorema famoso que es el Teorema de Pitágoras que determina la menor distancia de un punto (casa) a otro punto (escuela).

Ejercicio 2. Utilizando la misma lógica del ejercicio anterior se le ha pedido a Karina estimar la distancia de la casa de Pepe a la Cafetería Bistro de la Calle San Blas. Para ello Karina, realiza diferentes trazos con la opción segmento en el mapa de Pepe.

- El primer recorrido que realiza Karina es realizar segmentos que unen la casa de Pepe y la cafetería. Por ejemplo, el recorrido de color rojo corresponde a $d(CD)$ (distancia casa de Pepe – Av. Cultura y Calle Refugio); $d(DE)$ (Av. Cultura y Calle San Blas -Bistro)
- El segundo recorrido de color azul que realiza Karina corresponde a $d(CF)$ (distancia casa de Pepe – Av. Manuel J. Calle y Av. Perú); $d(FE)$ (distancia de Av. Perú y Av. Cultura y San Blas – Bistro)
- El tercer recorrido que realiza Karina de color negro es realizar un cruce por el portón de la iglesia y cruzar el parque central. $d(CE)$ (distancia casa de Pepe – Calle San Blas – Bistro)
- Luego de realizar los segmentos y recorridos de diferentes colores, Karina utiliza la opción de medir longitud y coloca sobre cada uno de los segmentos las medidas.
- Finalmente, Karina observa que:

Recorrido rojo:

$$d(CD) + d(D, E) = \text{Bistro cafetería}$$

$$9.36 + 6.3 = 15.96 \text{ unidades}$$

Recorrido azul:

$$d(CF) + d(FE) = \text{Bistro cafetería}$$

$$6.26 + 9.36 = 15.41 \text{ unidades}$$

Recorrido negro:

$$d(CE) = 11.29 \text{ unidades}$$

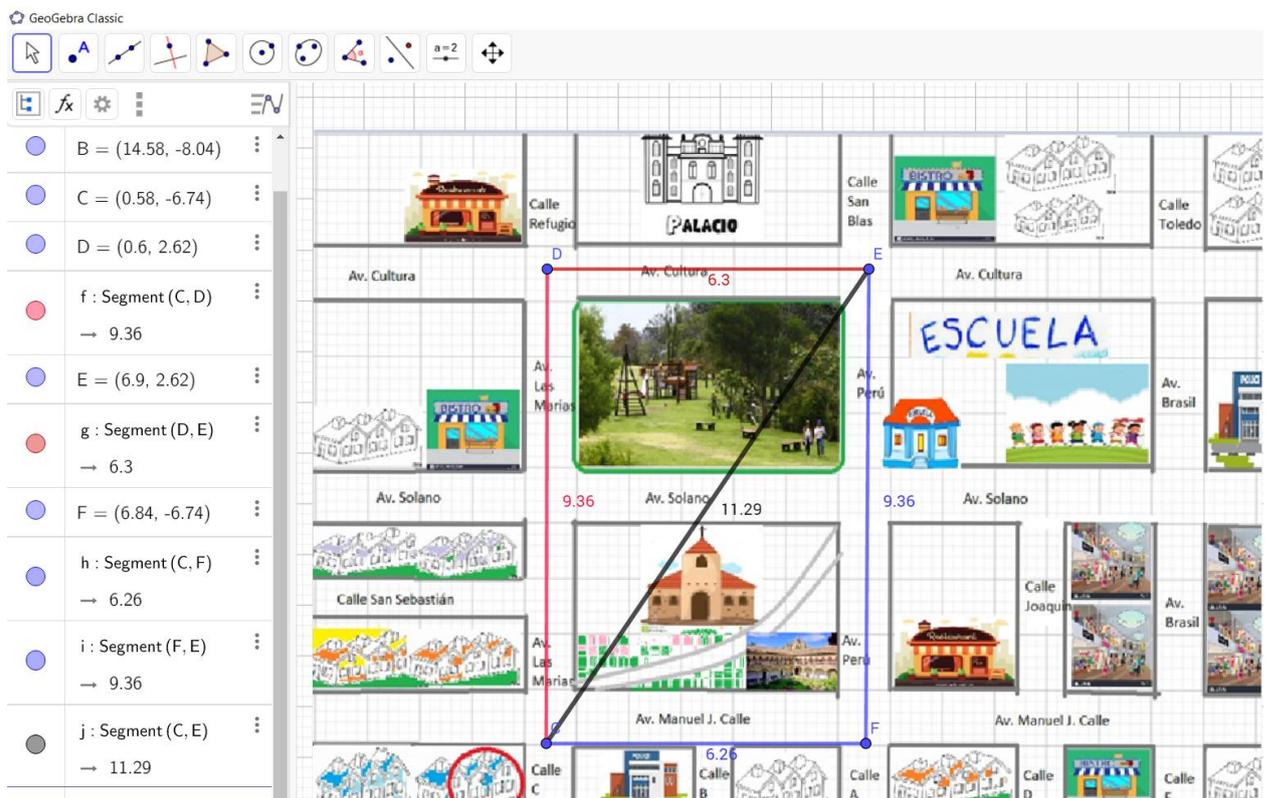


Figura 5. Recorrido Casa de Pepe a Cafetería Bistro. *Fuente.* Elaboración propia

Actividad 4. Construyo mi propio mosaico

Los mosaicos o teselados son el recubrimiento del plano cartesiano mediante figuras geométricas, de tal manera que no se solapen ni queden huecos entre ellas. Las piezas que se utilizan reciben nombre de teselas o baldosas. Para realizar construcción de teselados utilizamos la herramienta de GeoGebra de rotación y traslación.

El objetivo de la actividad es desarrollar conceptos de rotación y traslación a partir de teselados de figuras geométricas de triángulo.

Los pasos para realizar el mosaico son los siguientes:

- Realizamos un triángulo
- Marcamos los puntos medios de los lados del triángulo
- Realizamos un punto cualquiera dentro del triángulo y renombramos como punto clave.
- Realizamos la rotación del punto clave con respecto al punto medio de 180° y con respecto al vértice de 60° (en sentido horario)
- Tenemos el teselado, a partir de esto utilizamos la herramienta de traslación.

- Realizamos dos vectores en el teselado.
- Pulsamos la opción de traslación con respecto a los vectores.
- Aquí podemos cambiar la forma del teselado al mover el punto clave.
- Ocultamos los puntos y vectores.
- Finalmente tenemos un teselado limpio y claro.

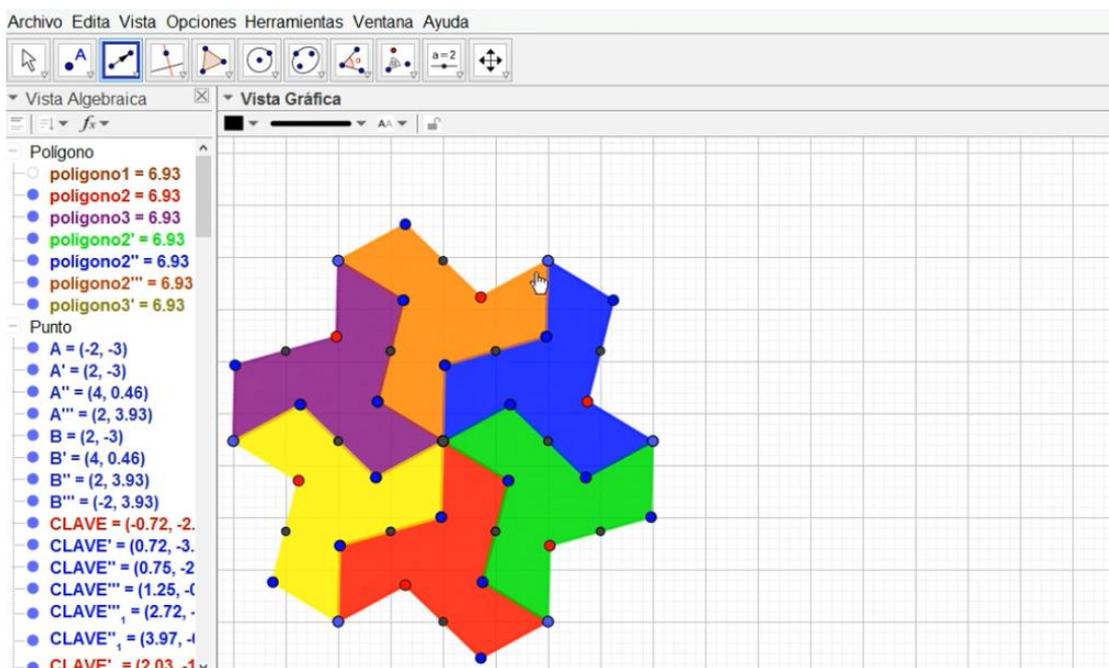


Figura 6. Teselado de figura por rotación. Fuente. Elaboración propia

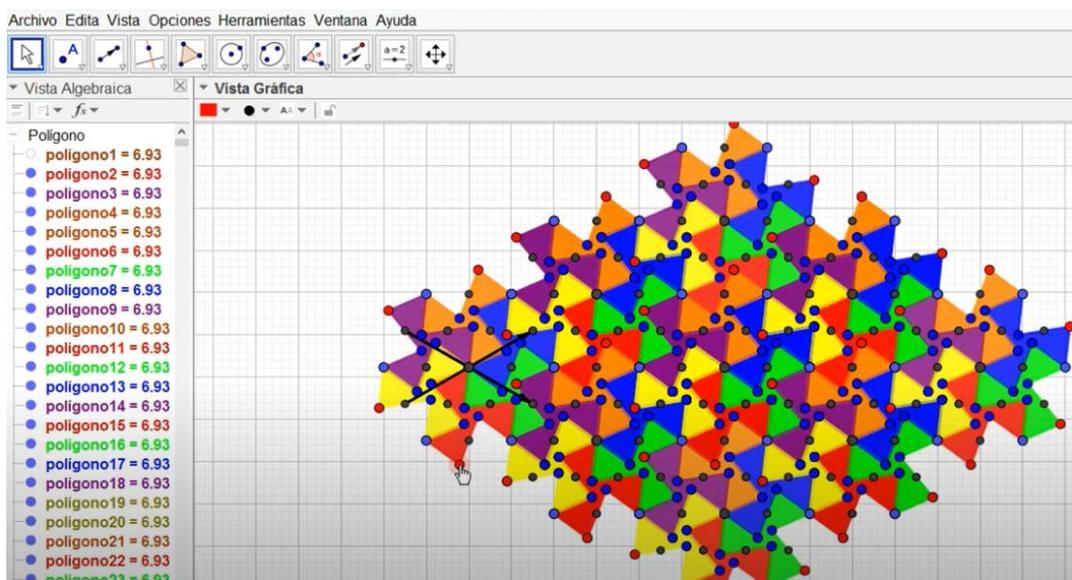


Figura 7. Teselado de figura por traslación. Fuente. Elaboración propia

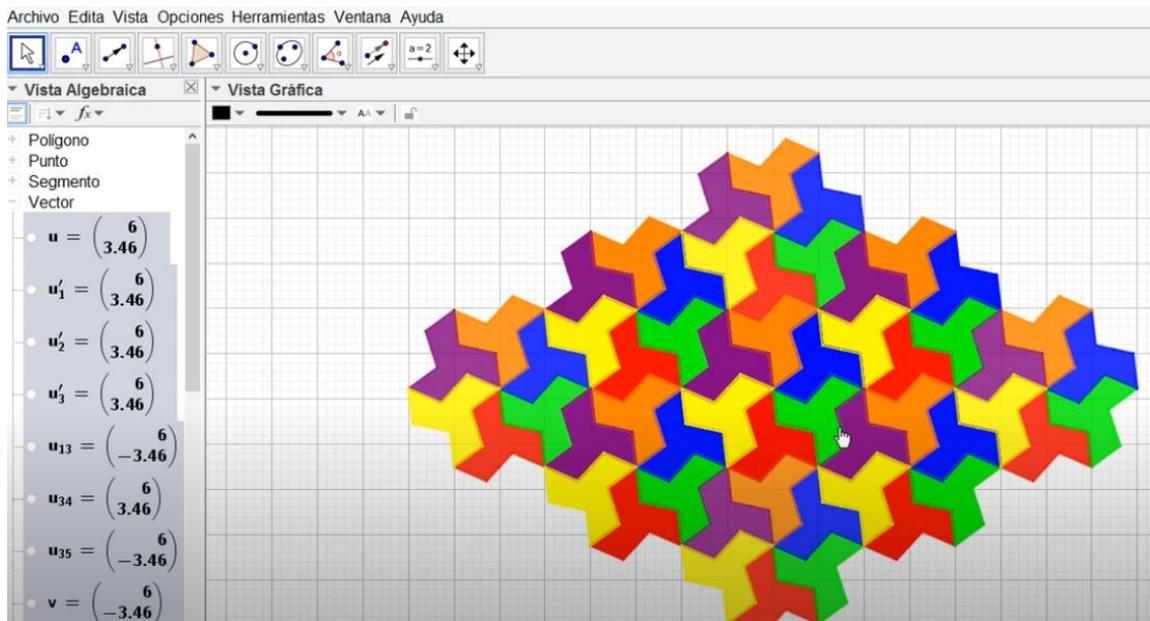


Figura 8. Teselado de figura por traslación y rotación. Fuente. Elaboración propia

9.3. Recursos de geometría y Álgebra para la Educación Básica Superior

Marco Vinicio Vásquez Bernal²⁹

En matemáticas las demostraciones sustentan la validez científica del conocimiento, llegando a posicionar la idea de que un conocimiento es aceptable por la ciencia si se ha desarrollado y probado mediante un proceso absolutamente formal para su demostración.

La enseñanza de matemáticas no puede irrespetar esta realidad, más sí es posible construir procesos de demostraciones matemáticas que, basándose en lo ya aceptado por la ciencia, permita establecer procesos didácticos que faciliten que nuestros estudiantes asimilen mejor los contenidos de las matemáticas.

GeoGebra permite construir actividades de enseñanza que siendo demostraciones que no tienen a generalidad absoluta que exige la ciencia formal, si responde a una generalidad práctica de aula como para evidenciar la validez del conocimiento, posibilitando que el contenido sea construido por el estudiante y por tanto facilitar su entendimiento.

Esta condición, sumado a la relación constante que este software establece entre geometría y álgebra facilita también el profundizar en contenidos y desarrollar procesos de abstracción.

A continuación, presentaremos aquí dos ejemplos de lo indicado, desarrollando actividades para demostración de los teoremas muy conocidos en matemáticas como son el teorema de Pitágoras y el teorema de Herón.

TEOREMA DE PITAGORAS

Esta actividad se trabajará mediante instrucciones que se irán planteando a los estudiantes.

- a) Primero se pedirá que los estudiantes construyan en GeoGebra dos cuadrados que sean coincidentes en uno de sus vértices y cuyos lados sean de distinta longitud, tal como se observa en la figura 1.

²⁹ UNAE. marco.vasquez@unaeeedu.onmicrosoft.com

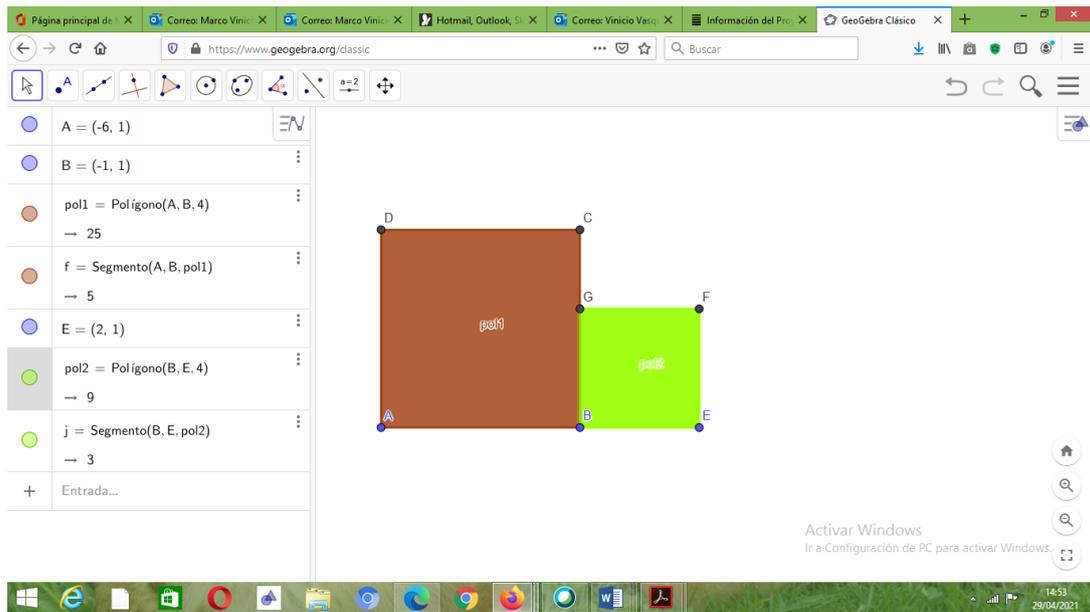


Figura 1. Se han dibujado los cuadrados ABCD y BEFG, los lados de estos son distintos y el vértice B como es común para los dos.

- b) En el cuadrado mayor, en el vértice opuesto al vértice común tomamos marcamos una longitud igual a la longitud del lado del cuadrado menor y marcamos esta longitud en el lado del cuadrado mayor que une el vértice opuesto con el vértice común.

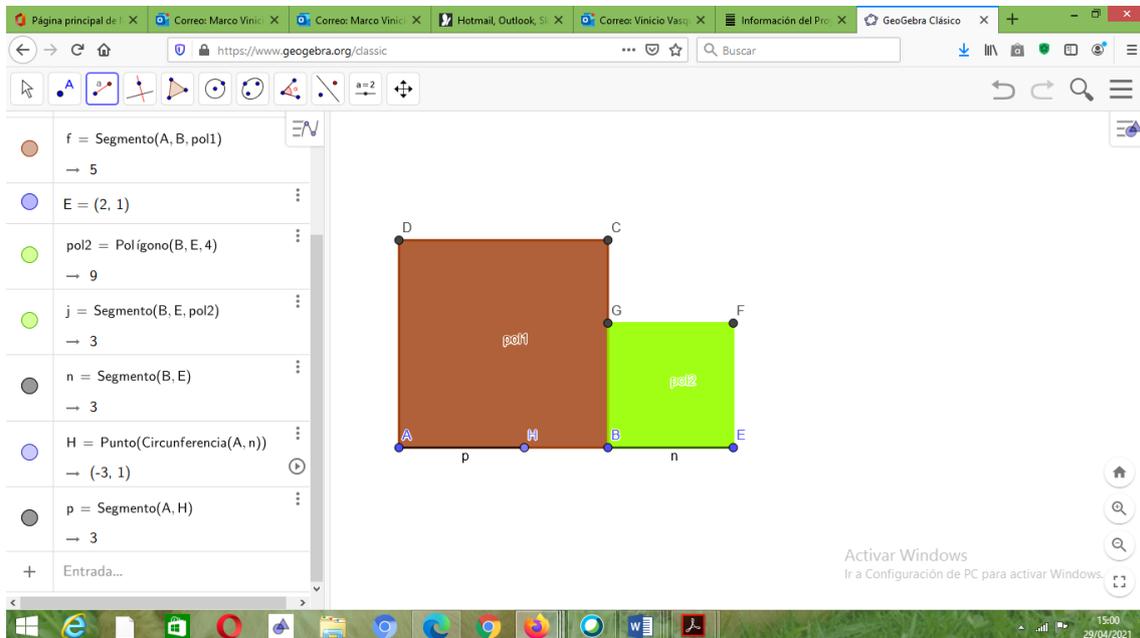


Figura 2. En el lado AB, partiendo del vértice marcamos la longitud BE (n), se genera el punto H.

- c) Trazar dos triángulos, el primero entre el punto generado en el paso anterior y los vértices del cuadrado más pequeño que están más alejados de ese punto y el segundo entre ese mismo punto generado en el paso anterior y los vértices del cuadrado mayor que se ubican al lado contrario de donde está el cuadrado menor.

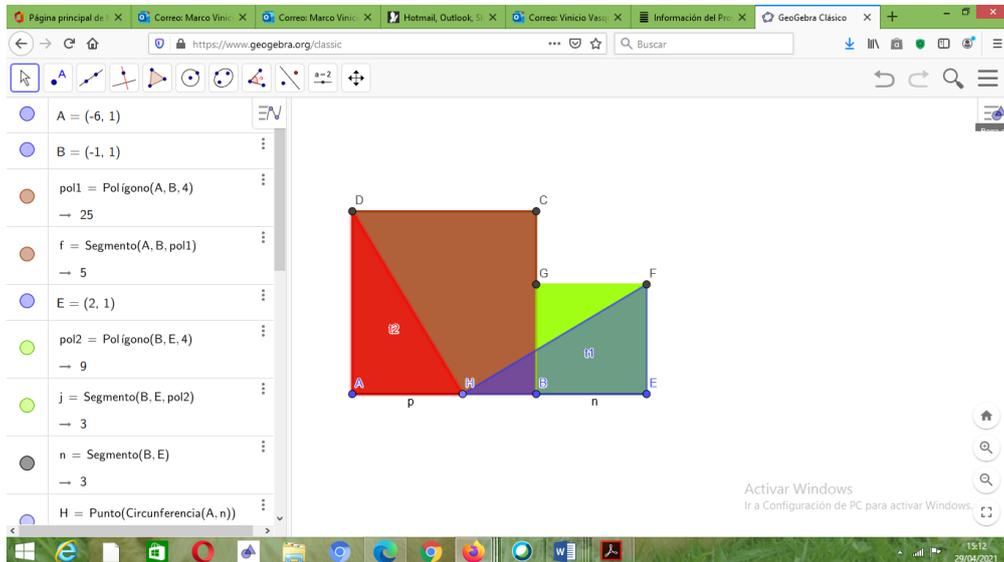
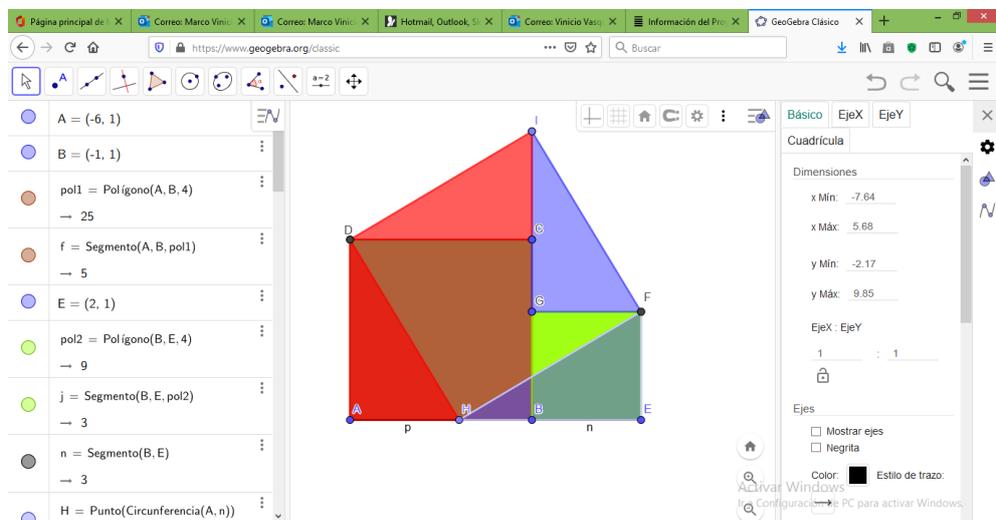


Figura 3. Se han construido los triángulos t_1 y t_2 .

- d) Giramos cada uno de los triángulos construidos en el paso anterior, para los dos se fijarán como ejes el vértice del respectivo triángulo que se ubique a mayor distancia del punto generado en el paso b), en un caso el giro se hará de 90 grados en sentido horario y en el otro caso se hará el giro en 90 grados en sentido anti horario, el sentido de giro deberá considerarse teniendo en cuenta que al concluir,



cada uno de los triángulos deberán ubicarse sobre cada uno de los cuadrados que inicialmente se construyeron.

Figura 4. Al girar 90° (en sentido horario) el triángulo HFE sobre el vértice F y al girar 90° (en sentido antihorario) el triángulo ADH sobre el vértice D, cada uno de ellos se ubican sobre los cuadrados inicialmente trazados y coinciden sus vértices coinciden y generan el nuevo vértice I.

e) La figura formada, luego de los giros, es un cuadrilátero.

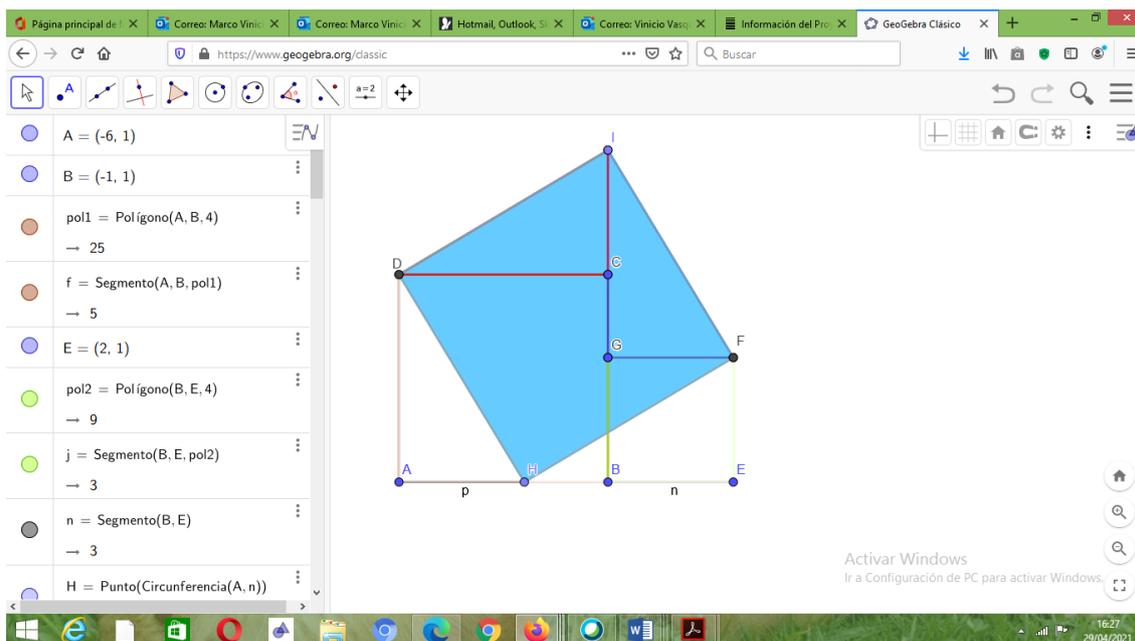


Figura 5. La figura IDHF es un cuadrilátero.

f) Contestar las preguntas:

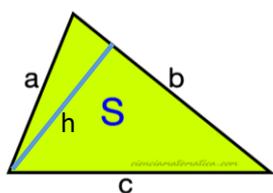
- ¿Qué tipo de cuadrilátero es la figura IDHF?
- Según la clasificación por sus ángulos ¿qué tipo de triángulos son las figuras ADH y HFE?
- ¿Qué relación existe entre las áreas de los cuadrados ABCD y BDEF, que inicialmente se trazaron y el área de la figura IDHF?
- ¿Qué relación existe entre la longitud del lado HD y los lados de los cuadriláteros que inicialmente se trazaron?
- ¿Si se cambian las longitudes de los lados que inicialmente se trazaron, varían estos resultados?
- ¿Qué resultados se tendrán si las longitudes de los cuadrados que inicialmente se trazan son iguales?

- ¿Cómo se conoce al resultado presentado en esta actividad?

NOTA: Esta actividad puede visualizarse de forma mucho más dinámica en el repositorio de GeoGebra, su link es: <https://www.GeoGebra.org/m/au9ug8jb>

TEOREMA DE HERÓN

La forma más general para el cálculo del área de un triángulo es mediante el uso del teorema de HERÓN, comúnmente conocido como la fórmula de Herón, o también conocida como la fórmula del semiperímetro, fórmula cuya presentación no es amigable a la vista, más debido a que en la misma intervienen únicamente las longitudes de los lados del triángulo, su aplicación es absolutamente práctica y su uso se ha generalizado para calcular el área de cualquier polígono de lados rectos.



$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

S: área del triángulo ; $p = \frac{a+b+c}{2}$

Mediante GeoGebra, demostraremos la validez de esta fórmula, relacionándola con la definición más simple del área de cualquier triángulo que indica que la misma es igual a la mitad del área del rectángulo en el cual el triángulo se inscribe, es decir que el área del triángulo es igual al semiproducto de la base (longitud de cualquiera de sus

lados) por su altura respectiva

$$S = \frac{bxh}{2}$$

Para esta demostración, nos apoyaremos en la definición de lo que es una media geométrica:

La media geométrica de una cantidad arbitraria de números (por decir n números) es la raíz n-ésima del producto de todos los números; en el caso de dos números la media geométrica de estos es la raíz cuadrado de su producto, es decir para dos números reales cualesquiera a y b, su media geométrica (Mg) será la raíz cuadrada del producto de estos.

$$Mg = \sqrt{a \cdot b}$$

Luego de recordar este consejo desarrollaremos el siguiente proceso:

En la fórmula de Herón, observamos que el radical de índice 2, afecta al producto de cuatro factores (p), (p-a), (p-b) y (p-c), entonces, en base del concepto de la media geométrica podemos hacer los siguientes remplazos.

$$Mg1 = \sqrt{p \cdot (p - a)} \text{ y } Mg2 = \sqrt{(p - b) \cdot (p - c)}$$

Consecuentemente $S = Mg1 \cdot Mg2$

Si nuevamente utilizamos el concepto de media geométrica anteriormente expuesto, ahora aplicándolo para Mg1 y Mg2 tendremos que:

$$Mg3 = \sqrt{Mg1 \cdot Mg2} \text{ ó } Mg3^2 = Mg1 \cdot Mg2$$

Consecuentemente: $S = Mg3^2$ (1)

Por otro lado, se tiene que:

$$S = \frac{bxh}{2} = b \cdot \frac{h}{2}$$

Y si en esta última expresión utilizamos también el concepto de media geométrica tendremos que:

$$Mg4 = \sqrt{b \cdot \frac{h}{2}}$$

De donde podemos afirmar que: $S = Mg4^2$ (2)

Ahora partiendo de (1) y de (2) y recordando que, si dos valores que son iguales a un tercero son iguales entre sí, diremos que Mg3 es igual a Mg4.

En vista de que todos los elementos presentados en este proceso son reales positivos podemos afirmar que este proceso es bidireccional, por tanto, podemos afirmar que si, en base del proceso indicado, si podemos demostrar que Mg3 es igual a Mg4, las fórmulas del semiperímetro y la de la definición de área son equivalentes.

NOTA: En este caso no se pierde generalidad si la igualdad se trabaja en Mg3 y Mg4 o en sus valores cuadrados respectivos.

Ahora estableceremos el proceso para determinar una media geométrica para el producto de dos factores en GeoGebra:

a) Establecer cada uno de esos factores como longitud.

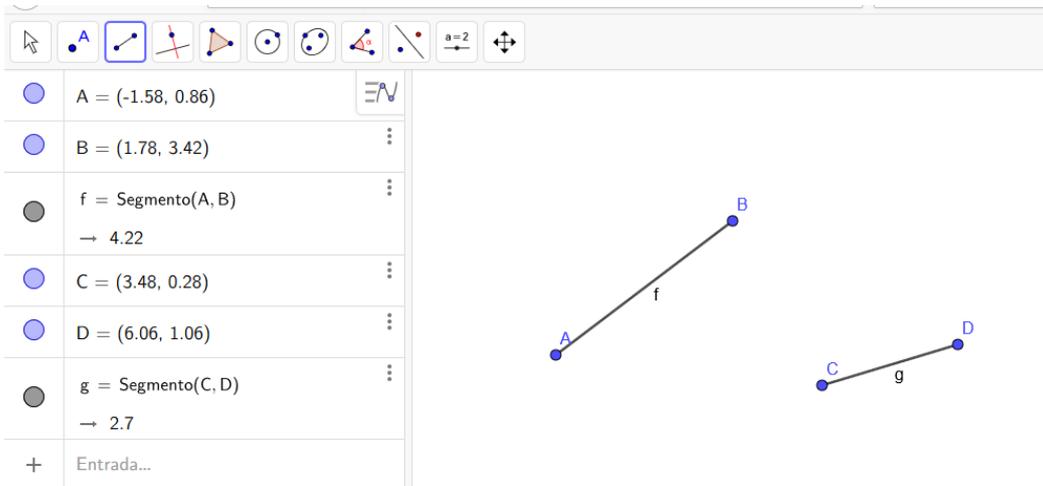


Figura 6. Los segmentos son AB, que se denomina f y CD que se denomina g.

b) Ubicar un segmento a continuación del otro.

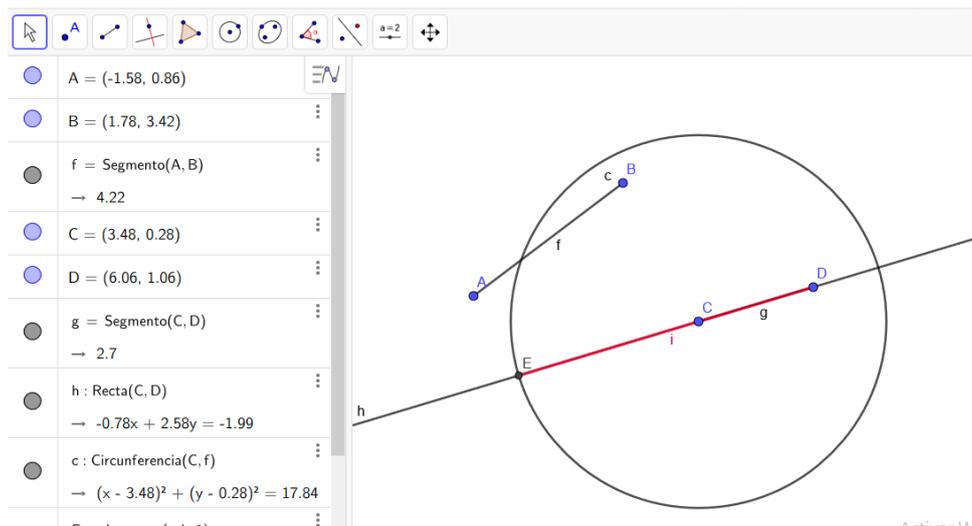


Figura 7. El segmento ED es la unión de los segmentos AB y CD.

c) Trazar un semicírculo por los extremos del segmento que resulte de la unión de los dos segmentos dados.

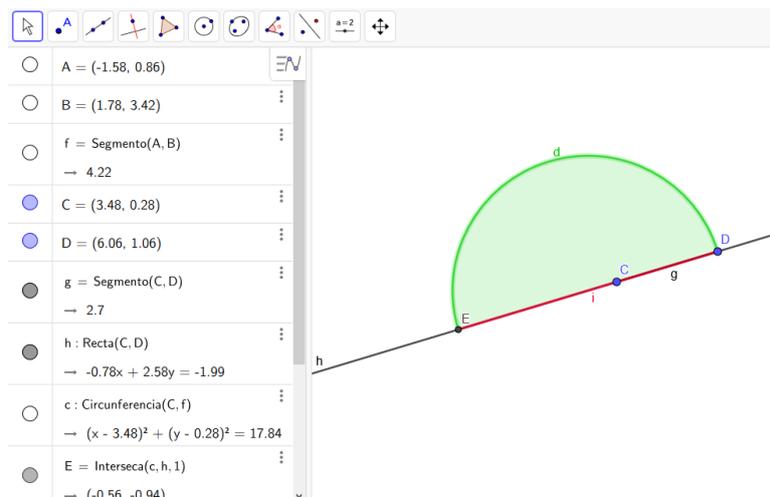


Figura 8. El semicírculo d une los extremos de los dos segmentos dados.

- d) Trazar una perpendicular al segmento que resulto de unir los dos segmentos dados que pase por el punto de intersección entre estos dos segmentos, se generara un punto de corte entre la perpendicular y el semicírculo, la logitud del segmento entre el corte de los dos segmentos iniciales y este corte obtenido es la media geométrica buscada.

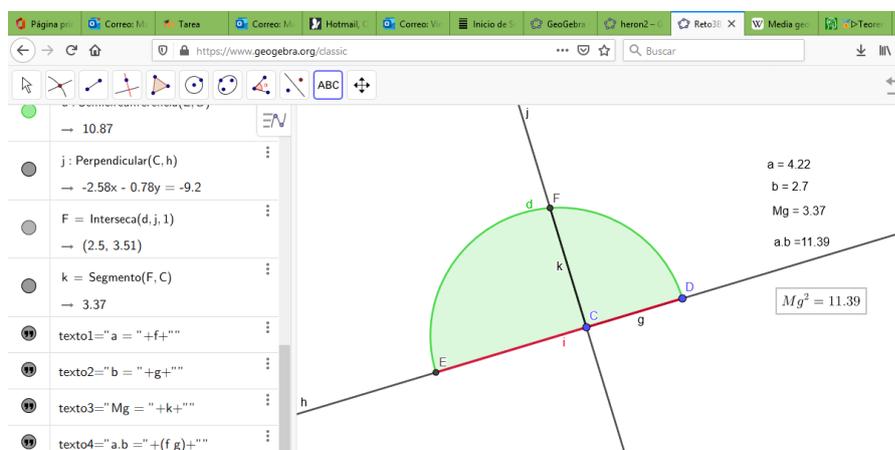


Figura 9. La longitud del segmento CF es la media geométrica de los valores dados inicialmente.

NOTA: Este proceso puede encontrarse en el link:

<https://www.GeoGebra.org/classic/ymrtj4a9>

En base de lo expuesto, presentaremos el proceso desarrollado con GeoGebra para demostrar la fórmula de Herón.

- e) Dibujar un triángulo cualquiera:

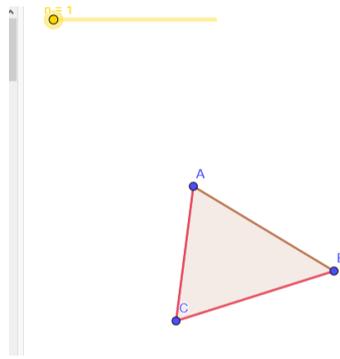


Figura 10, dibujamos el triángulo ABC.

- f) Sumamos los lados del triángulo dado, fijando uno de ellos y rotando los otros dos para que sean colineales con este.

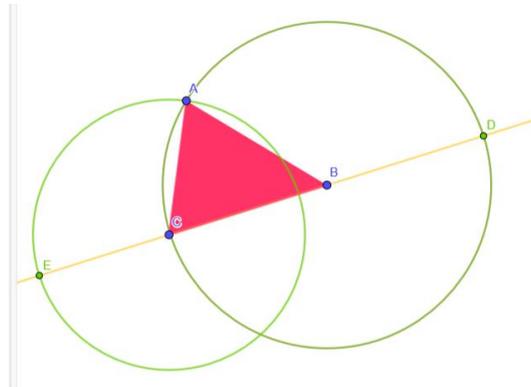


Figura 11. El segmento ED es la suma de los lados del triángulo ABC, se mantiene fijo CB y se rotan AB y AC hasta que sean colineales con la recta que contiene a CB. La longitud de ED es el perímetro del triángulo.

- g) Determinar el punto medio de el segmento obtenido en la suma. Así obtenemos la longitud del semiperímetro y dos de las diferencias del semiperímetro menos la longitud de los lados.

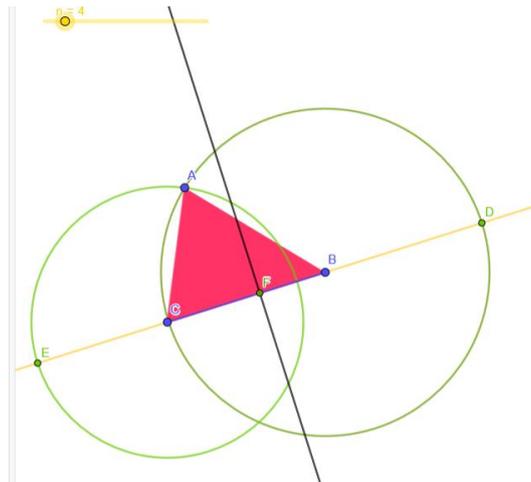


Figura 12. La longitud del segmento EF es el semiperímetro la longitud del segmento CF es la el valor del semiperímetro menos uno de los lados y la longitud del segmento FB es la diferencia entre en semiperímetro y otro de los lados.

- h) Aplicamos el procedimiento indicado para obtener la media geométrica, entre los segmentos CF y FB .

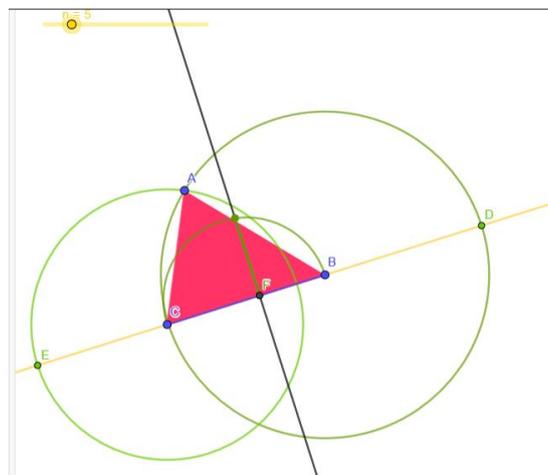


Figura 13. Se obtiene la primera media geométrica.

- i) Hacemos una nueva unión de los segmentos del triángulo en un lado distinto al que se propuso en el caso exterior, se obtiene el punto medio, se traza el semicírculo, se obtienen los segmentos de longitud igual al semi círculo y dos difencias entre el semicírculo y los lados, siendo una de ellas la que no se obtenía en la construcción anterior.

Con el segmento del semiperímetro y el segmento que resulta de la diferencia entre el semiperímetro y el tercer lado del triángulo desarrollamos el proceso para obtener la respectiva media geométrica.

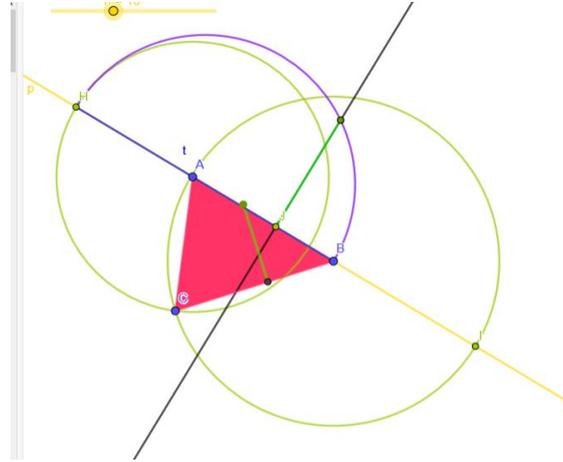


Figura 14. Obtención de la segunda media geométrica para el producto del semiperímetro y la diferencia entre este y el tercer lado del triángulo.

- j) Con las dos medias geométricas obtenidas ya, nuevamente desarrollamos el proceso de la media geométrica para obtener una tercera media geométrica que sería la raíz cuadrada del producto entre estas.

Teniendo en cuenta que el área de un cuadrado es igual al cuadrado de su lado, puede concluirse que la tercera media geométrica es el lado del cuadrado cuya área es equivalente al triángulo dado.

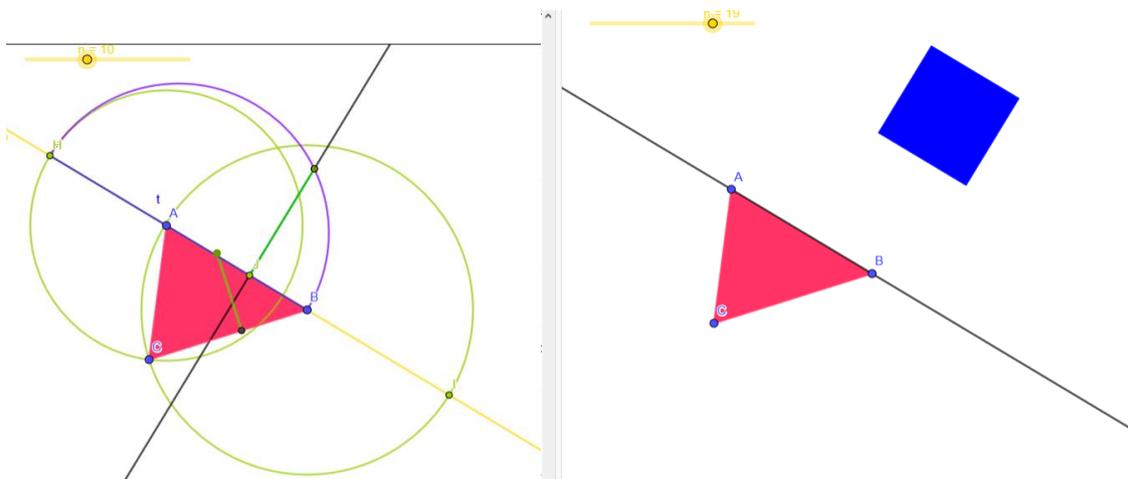


Figura 15. Cálculo de la tercera media geométrica y del cuadrado cuya área es igual al área del triángulo.

- k) Construcción del cuadrado de área equivalente a la del área del triángulo, usando el concepto de medio geométrica para la la definición simple de área de triángulo.

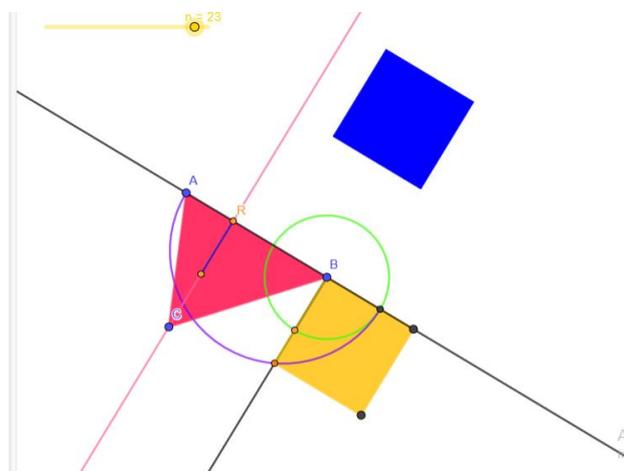


Figura 16. Construcción del cuadrado de área equivalente al triángulo, usando la idea de media geométrica entre el lado AB y la mitad de su altura respectiva.

- l) Demostración visual que los dos cuadrados construidos por los dos procedimientos son iguales. Por tanto se demuestra la veracidad de la fórmula de Herón.

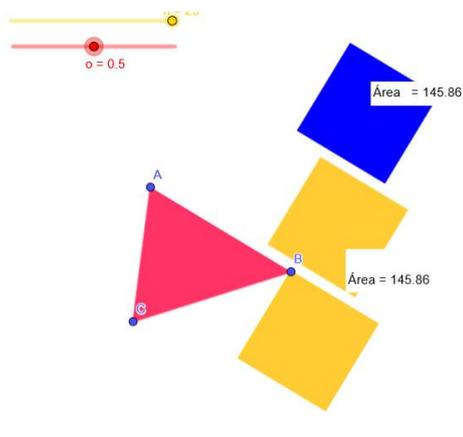


Figura 17. Los cuadrados construidos por los dos procedimientos son iguales, para esto se puede usar el valor numeroco de esas áreas y mover uno de los cuadrados para evidenciar que se sobrepone exatamente con el otro.

En este caso la generalidad surge del hecho que cada estudiante puede construir libremente el triángulo ABC y luego de la construcción puede modificar la ubicación de

los puntos, en cualquiera de los casos la igualdad entre los dos cuadrados construidas siempre se cumplirá.

NOTA: Este ejercicio puede encontrarse en el link:
<https://www.GeoGebra.org/m/gybhnkk>

9.4. Recurso para la Geometría 3D

Rosa Ildaura Troya Vásquez³⁰

De acuerdo con el Ministerio de Educación (2016), el Currículo de Matemáticas en el Ecuador se estructura en tres bloques: álgebra y funciones, geometría y medida, y estadística y probabilidad, los cuales, son evidentes en el tema de relaciones lógico-matemáticas. Siendo así que, uno de los contenidos que necesita poder visualizarse es en los Polígonos, Círculo, Sólidos y Transformaciones. No obstante, se debe considerar también que en el contexto actual de la pandemia por la COVID-19 el docente debe emplear recursos o materiales didácticos que los estudiantes visualizar y manipular. De ahí que utilizar GeoGebra en la enseñanza de geometría sea muy útil en estos tiempos.

Ahora bien, una de las destrezas que se debe desarrollar en la Básica Superior del nivel de Educación Básica dentro del bloque de geometría y medida es la “M.4.2.20. Construir pirámides, prismas, conos y cilindros a partir de patrones en dos dimensiones (redes), para calcular el área lateral y total de estos cuerpos geométricos” (Ministerio de Educación, 2016, p. 132). Generalmente, esta destreza se ha desarrollado en las clases de Matemáticas empleando recursos concretos, sin embargo, se puede fomentar en el aula el uso de herramientas tecnológicas para el desarrollo del aprendizaje de la Geometría. De esta manera, GeoGebra dinamiza la clase en la construcción de poliedros y permite despertar el interés de los estudiantes por aprender estos contenidos.

En ese sentido GeoGebra es un software dinámico que contribuye a la construcción de demostraciones en el plano que comúnmente se hacen con material concreto como cartulinas, papel, madera, cartón entre otros. De esta manera, se fortalece el desarrollo del

³⁰ UNAE. rosa.troya@unae.edu.ec

pensamiento e inteligencia de los estudiantes, debido a que, se pasa de la manipulación de recursos concretos a la abstracción. Esto permite que los estudiantes relacionen conceptos e ideas lo que contribuye a su vez para que ellos comprendan de manera más profunda la realidad. Por lo tanto, implementar GeoGebra como un recurso didáctico tecnológico en la construcción de poliedros puede fortalecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría en la Básica Superior.

Construcción de un prisma de base pentagonal

Con la finalidad de que los estudiantes realicen la actividad se procede a proporcionar las instrucciones del desarrollo paso a paso, tal como se muestra a continuación:

1. Se solicita que los estudiantes empiecen trazando un pentágono (polígono regular o irregular) en el plano cartesiano de GeoGebra, para lo cual, deben emplear la herramienta Polígono, como se muestra en la Figura 1 y en la Figura 2 se observa el pentágono ya construido.

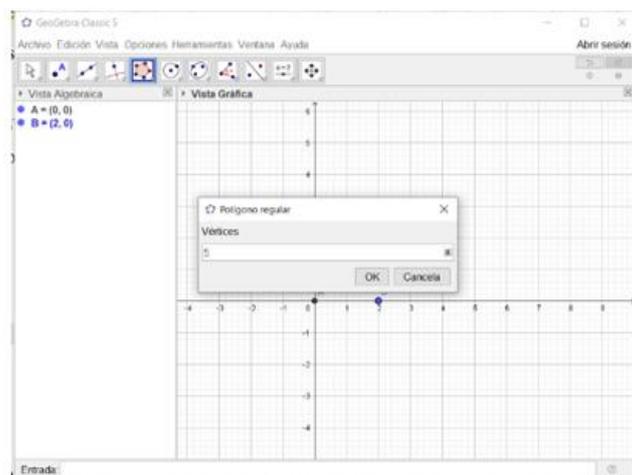


Figura 1 Construcción del pentágono

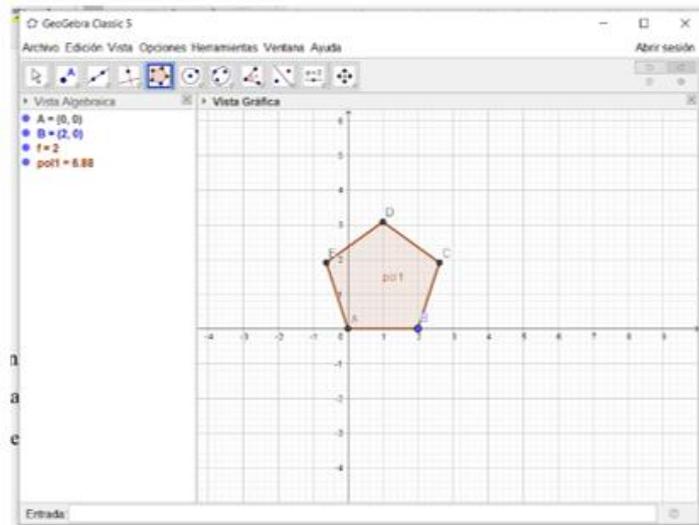


Figura 2 Pentágono construido

2. A continuación, deben poner en vista gráfica 3D (Figura 3), con lo cual el pentágono se visualizará en tres dimensiones (Figura 4).

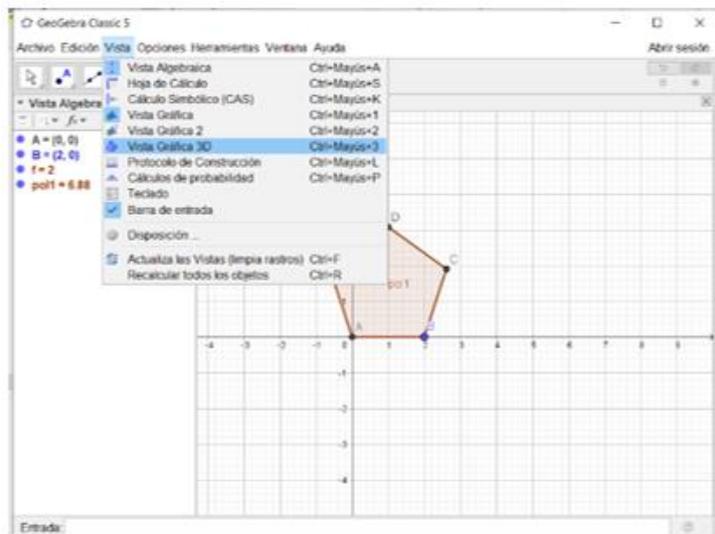


Figura 3 Cambiar a vista 3D

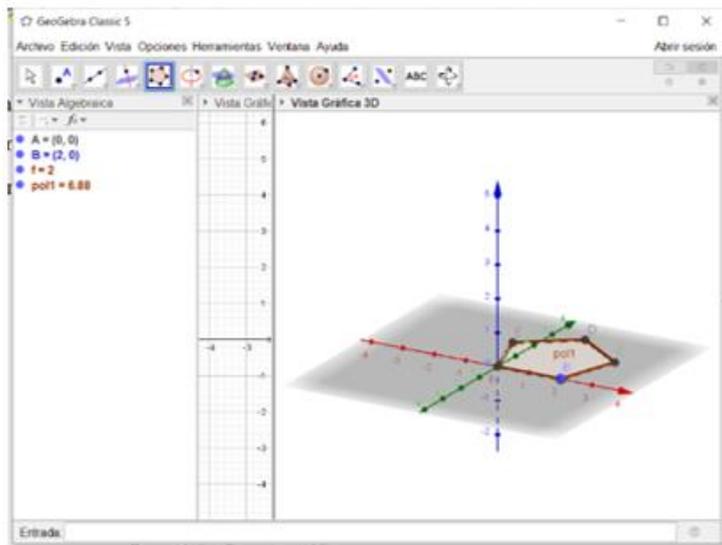


Figura 4 Visualización del pentágono en 3 dimensiones

3. A partir de ello, se debe seleccionar la herramienta  y elegir la opción . Por consiguiente, se debe hacer clic en el polígono (pentágono), de lo cual se abre una ventana que permite seleccionar la altura del prisma (Figura 5). En esta forma, después de escribir la altura deseada y dar clic en la opción aceptar se crea el prisma pentagonal (Figura 6).

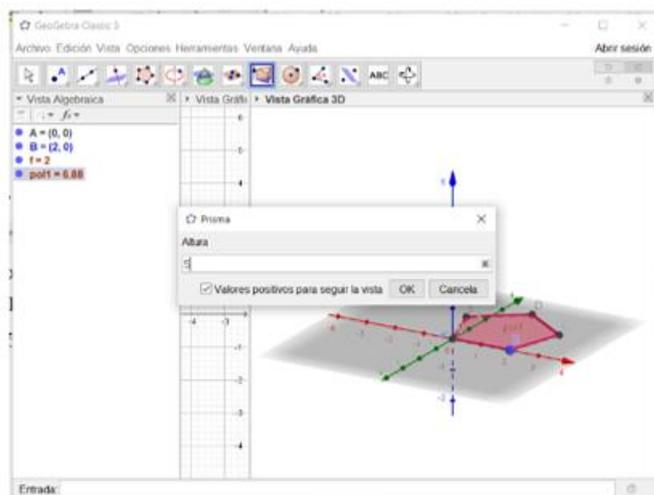


Figura 5 Selección de la altura del prisma

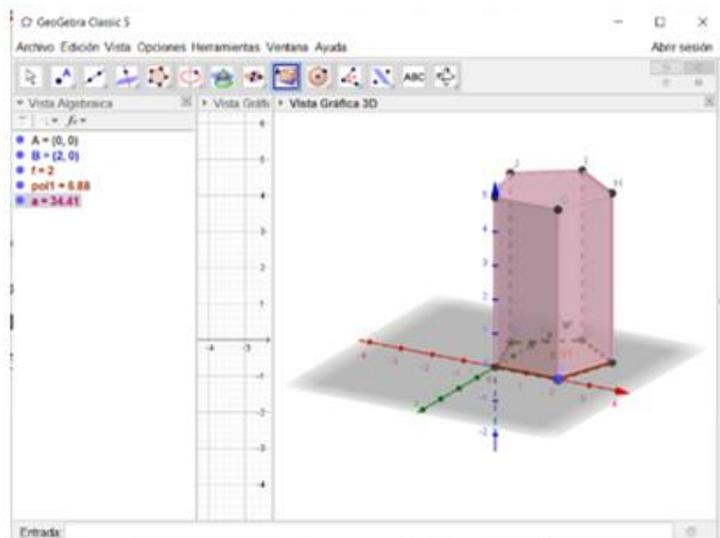


Figura 6 Prisma creado en GeoGebra

4. Luego, para cambiar el color del prisma, se debe hacer clic derecho y seleccionar propiedades, después hacer los cambios deseados (Figura 7). Asimismo, para añadir un texto solo se debe presionar la herramienta  y hacer los cambios deseados en propiedades.

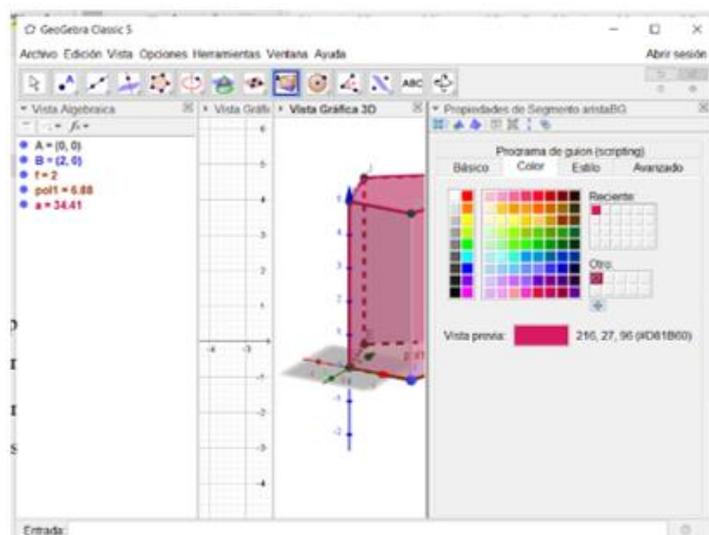


Figura 7 Cambio de color del prisma

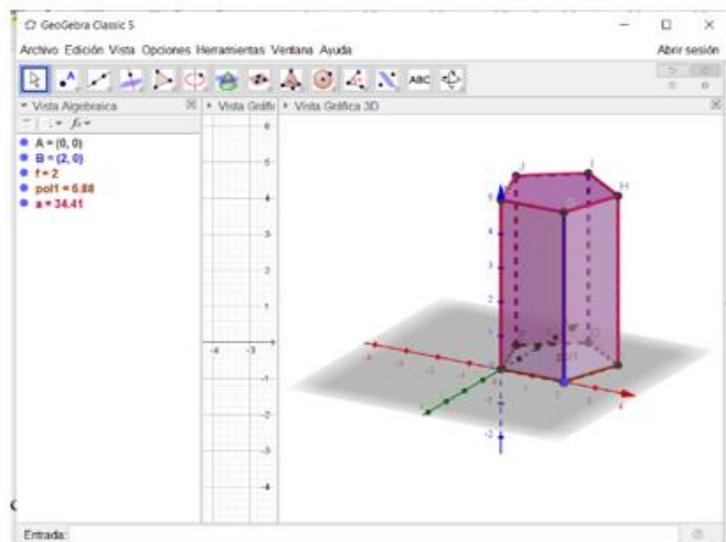
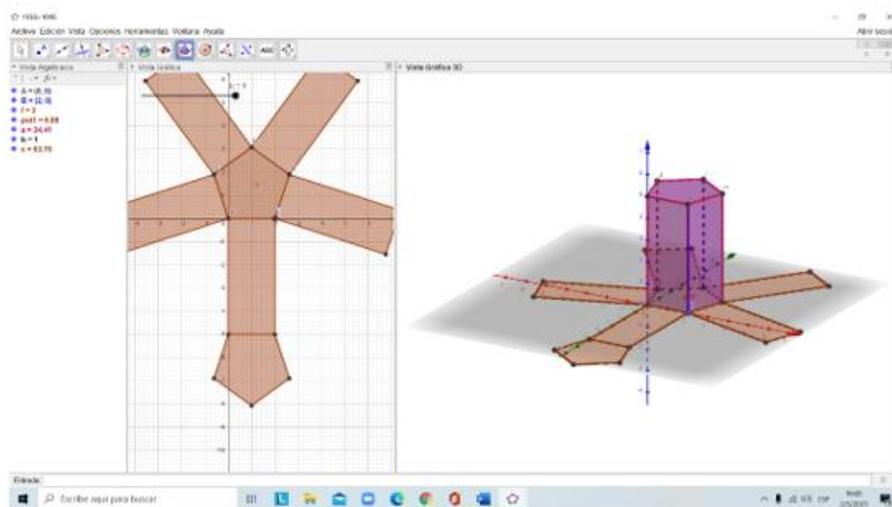


Figura 8 Resultado del cambio de color

- Finalmente, para ver el desarrollo, se selecciona la herramienta  y se hace clic en el poliedro.



De esta manera, los estudiantes pueden manipular el recurso didáctico y realizar diferentes procesos cuando construyen el poliedro o prisma pentagonal. Esto contribuye a que ellos realicen la abstracción e identifiquen cada una de las partes del poliedro. Además, este ejercicio permite que cada estudiante diseñe su propio prisma siguiendo las directrices dadas por el docente, pero a la vez, favorece el desarrollo del pensamiento

lógico-matemático, porque, los estudiantes pueden modificar el poliedro construido y explorar otras bondades de GeoGebra.

Bibliografía

Ministerio de Educación (2016). *Currículo de Educación General Básica y Bachillerato General Unificado*. https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/03/MATE_COMPLETO.pdf

9.5. Recursos de Geometría y Funciones para el Bachillerato

Luis Alexander Criollo Cabrera³¹

Introducción

En este apartado el autor presenta una panorámica de algunas destrezas con criterio de desempeño relativas a las funciones y secciones cónicas, desde el primero hasta el tercero de bachillerato y una síntesis didáctica de la forma en que pueden abordarse mediante el empleo eficiente del software GeoGebra durante el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Matemática.

Función Lineal

La función Lineal se imparte desde 9no de Básica hasta 3ro de Bachillerato, la misma que se encuentra distribuida según la degradación y desagregación de destrezas consideradas por cada institución educativa, gracias a la flexibilidad que tiene el currículo establecido por el Ministerio de Educación del Ecuador.

Un aspecto clave para que los educandos puedan entender su aplicación en la resolución de problemáticas cotidianas, es la graficación de la función con y sin la ayuda de TIC. A continuación, se socializará un taller de refuerzo realizado con estudiantes de Tercero de Bachillerato, para el cual, se comenzó abordando las siguientes destrezas:

M.4.1.50. Definir y reconocer una función lineal de manera algebraica y gráfica (con o sin el empleo de la tecnología). e identificar su monotonía a partir de la gráfica o su pendiente.

M.4.1.53. Reconocer la recta como solución gráfica de una ecuación lineal con dos incógnitas en R.

La utilización de GeoGebra ha sido fundamental en la parte de la consolidación de estas destrezas, porque permitió graficar la ecuación de la recta en todas sus formas (General, Canónica, Punto pendiente etc). Por lo tanto, los estudiantes pudieron apreciar las

³¹ Unidad Educativa Particular “Sagrados Corazones”. profealexander22@gmail.com

ventajas y dificultades que cada una de ellas posee y, cómo influyen los cambios de sus parámetros en la gráfica resultante, como se muestra a continuación.

- Gráfica de la Ecuación General de la Recta ($ax + by + c = 0$).
- Gráfica de la ecuación citada anteriormente, pero en su forma Explícita ($y = mx + b$).

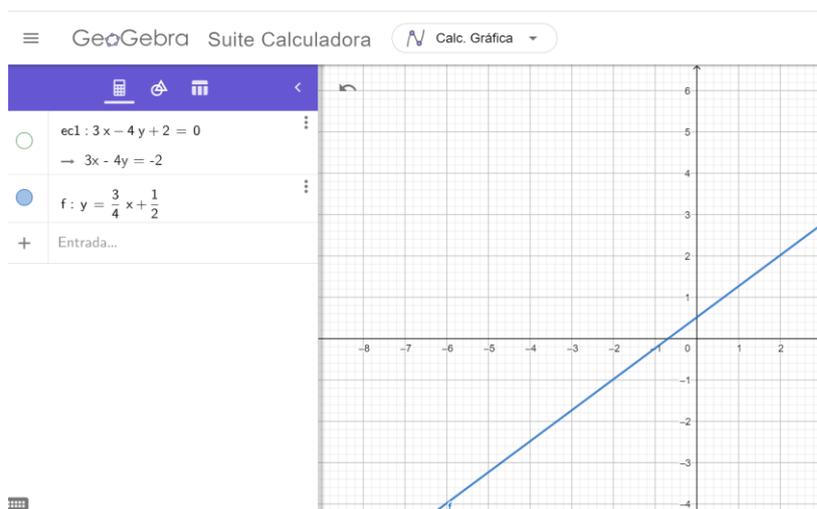


Figura 26. Gráfico de la recta dada su ecuación general y su ecuación explícita

De acuerdo a la experiencia que se ha obtenido trabajando en la sección Básica y Bachillerato, se ha podido observar que uno de los problemas más comunes entre los estudiantes, es como resolver sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, a pesar de que se les ha socializado diferentes técnicas para hacerlo; sin embargo, paradójicamente esto termina siendo parte del problema, puesto que, se les dificulta elegir que método analítico aplicar (Igualación, Sustitución, Reducción). Otro aspecto que se ha podido observar es, que la mayoría de estudiantes no aplican el método gráfico para resolver estos sistemas de ecuaciones cuando se les deja escoger.

Esto se pudo evidenciar, al pedirles a los estudiantes que encuentren el punto de intersección, agregando otra ecuación lineal al ejemplo anterior, con el objetivo de reforzar la siguiente destreza:

M.4.1.54. Reconocer la intersección de dos rectas como la solución gráfica de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

La ecuación elegida fue $y = -\frac{1}{2}x + 6$; la mayoría de los estudiantes utilizaron GeoGebra para encontrar la respuesta, y el resultado obtenido fue el siguiente:

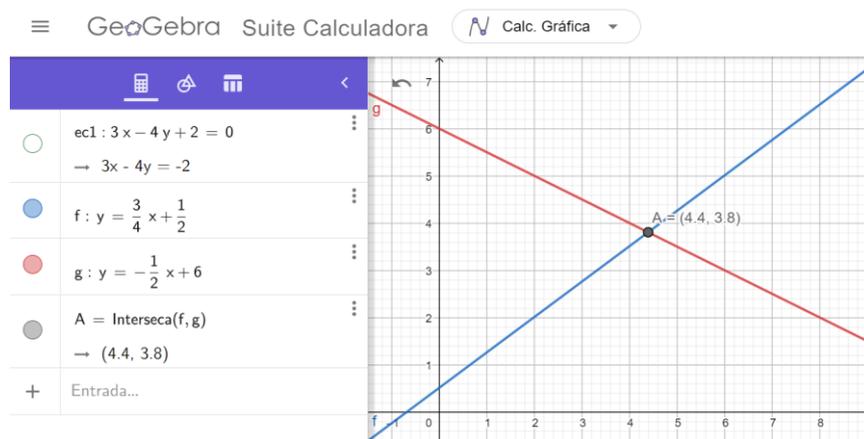


Figura 27. Intersección entre rectas

Por lo tanto, se podría decir que la aplicación de GeoGebra contribuyó en la reconciliación de los estudiantes con la utilización del método gráfico, convirtiéndolo en uno de sus métodos favoritos.

Al introducir otra ecuación lineal, se abrió un abanico de posibilidades, por lo tanto, se aprovechó para analizar las posiciones relativas entre dos rectas (paralelas, perpendiculares, secantes y coincidentes), el tipo de sistema de ecuaciones lineales que se formó (compatible determinado, compatible indeterminado e incompatible). Todo esto aprovechando las bondades que posee la calculadora gráfica GeoGebra.

La destreza reforzada en este punto del taller fue la siguiente:

M.5.2.11. Determinar la posición relativa de dos rectas en R^2 (rectas paralelas, que se cortan, perpendiculares) en la resolución de problemas (por ejemplo: trayectoria de aviones o de barcos para determinar si se interceptan).

Para terminar el taller de refuerzo, dejamos atrás el plano de coordenadas (X,Y) y abordamos la Ecuación Vectorial de la Recta en el espacio. Repasando las siguientes destrezas:

M.5.2.9. Escribir y reconocer la ecuación vectorial y paramétrica de una recta a partir de un punto de la recta y un vector dirección, o a partir de dos puntos de la recta.

M.5.2.10. Identificar la pendiente de una recta a partir de la ecuación vectorial de la recta, para escribir la ecuación cartesiana de la recta y la ecuación general de la recta.

M.5.2.14. Resolver y plantear aplicaciones de la ecuación vectorial, paramétrica y cartesiana de la recta con apoyo de las TIC.

Para esta parte del repaso, GeoGebra fue fundamental, puesto que, en las actividades anteriores, los estudiantes no tenían tanta dificultad para realizar las gráficas en sus cuadernos, en el caso de así desearlo; pero, al estar trabajando en el espacio la complejidad aumentó, y los ejercicios fueron desarrollados en su totalidad en la calculadora gráfica.

Las actividades planteadas fueron las siguientes:

Con los puntos $A(4, -2)$ y $B(2, -1)$ se les solicitó a los estudiantes encontrar la Ecuación Vectorial de la Recta y su gráfica, obteniendo el siguiente resultado.

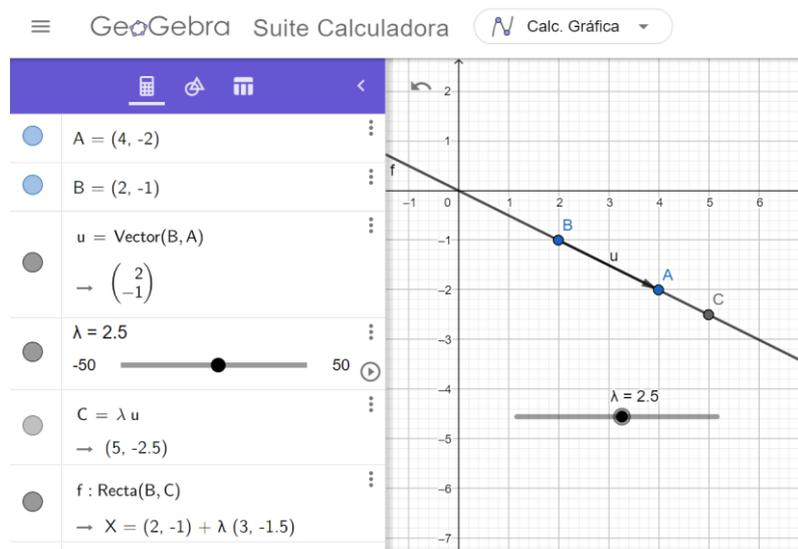


Figura 28. Ecuación vectorial de la recta

Luego se pidió a los estudiantes que demuestren como obtener las ecuaciones Explícita y General de la recta en función de la ecuación $X = (2, -1) + \lambda(3, -1.5)$, con el propósito de que los estudiantes tengan una panorámica de todas las posibilidades en las que se puede expresar una recta.

Por último, se realizaron ejercicios en el espacio (X,Y,Z) en donde los estudiantes no tuvieron mayor dificultad, porque se respaldaron en las habilidades practicadas en el plano (X,Y) , y solo las fueron asociando con los nuevos ejercicios.

Uno de los problemas planteados fue el siguiente:

- Determinar la Ecuación que modele la trayectoria lineal de un avión que pasa por las coordenadas $A(3, -2, 1)$ y $B(5, 1, -2)$.
- Verificar si llegará a la coordenada $C(4, -2, -1)$.
- Realizar la gráfica de la situación.

La mayoría de los estudiantes resolvieron correctamente la situación planteada:

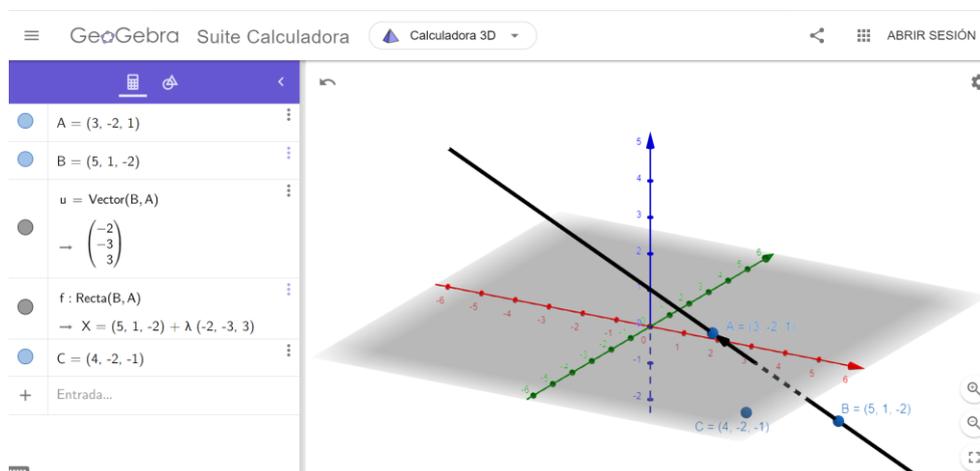


Figura 29. Solución de un problema práctico mediante la ecuación vectorial de la recta en el espacio y su representación gráfica

Función Cuadrática

M.5.1.26. Aplicar las propiedades de las raíces de la ecuación de segundo grado en la factorización de una función cuadrática.

M.5.1.29. Identificar la intersección gráfica de dos parábolas como solución de un sistema de dos ecuaciones de segundo grado con dos incógnitas.

Para poder identificar la intersección gráfica de dos parábolas como la solución de un sistema de dos ecuaciones de segundo grado, los estudiantes deben poder graficar una ecuación cuadrática, siendo fundamental para este proceso, la determinación analítica e interpretación gráfica de las coordenadas del vértice, las intersecciones con los ejes X, Y, si la parábola es cóncava o convexa etc..., y al ser algunos parámetros que los estudiantes deben considerar, tienden a confundirse; en algunos casos pueden determinar analíticamente estos valores, pero al momento de trazar la gráfica, no saben cómo utilizarlos. Por lo tanto, para facilitar la manipulación por parte del docente y estudiante de todos estos parámetros, se utilizó GeoGebra, logrando que el proceso de enseñanza – aprendizaje sea más interactivo.

Uno de los problemas desarrollados fue el siguiente: Un piloto salta sobre una fila de autos, describiendo un movimiento modelado por la siguiente función $y = -x^2 + 25x -$

100. ¿Calcular el número de autos que puede saltar, si cada auto mide 2 metros de ancho y determinar la altura máxima a la que llega el motociclista?

Al conocer perfectamente los parámetros que intervienen en la gráfica de una función cuadrática, los estudiantes utilizaron GeoGebra para obtener todos los parámetros necesarios y luego obtuvieron las respuestas.

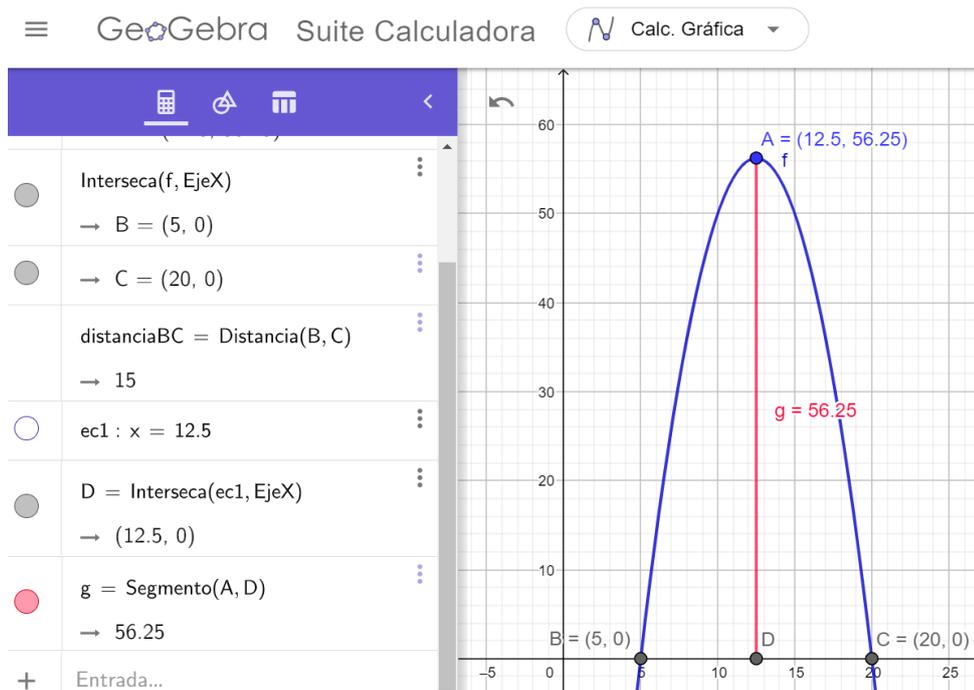


Figura 30. La parábola y algunas de sus propiedades en GeoGebra

GeoGebra también ha ofrecido una alternativa para la resolución de ecuaciones cuadráticas aplicando técnicas de factorización, puesto que, permite a los profesores graficar diferentes ecuaciones cuadráticas, en donde, se indique a los estudiantes solo las intersecciones con el eje X, para que ellos puedan encontrar la ecuación correspondiente.

Funciones Trigonómicas

El tema de las funciones trigonométricas suele resultar bastante abstracto para los estudiantes, por todos los aspectos que se deben tener en cuenta para su análisis. Es por eso que la aplicación de las TIC se vuelve vital durante la anticipación, construcción y consolidación, planteadas en una clase para abordar las destrezas, como las citadas a continuación:

M.5.1.72. Reconocer las funciones trigonométricas (seno, coseno, tangente, secante, cosecante y cotangente), sus propiedades y las relaciones existentes entre estas funciones y representarlas de manera gráfica con apoyo de las TIC (calculadora gráfica, *software*, *applets*).

M.5.1.70. Definir las funciones seno, coseno y tangente a partir de las relaciones trigonométricas en el círculo trigonométrico (unidad) e identificar sus respectivas gráficas a partir del análisis de sus características particulares.

M.5.1.72. Reconocer las funciones trigonométricas (seno, coseno, tangente, secante, cosecante y cotangente), sus propiedades y las relaciones existentes entre estas funciones y representarlas de manera gráfica con apoyo de las TIC (calculadora gráfica, *software*, *applets*).

A continuación, se muestran las imágenes de un taller realizado con los estudiantes de primero de bachillerato, cuyo objetivo fue demostrar cómo se obtienen las gráficas de las funciones trigonométricas utilizando la circunferencia unitaria mediante una animación realizada en GeoGebra. Como resultado se obtuvo una buena asimilación de la identificación de parámetros como; dominio, rango, periodo, amplitud..., además, la versatilidad para manipular sus gráficas, permitió la realización de talleres complementarios con ejercicios de traslaciones horizontales y verticales, cambios de amplitud y periodo etc.

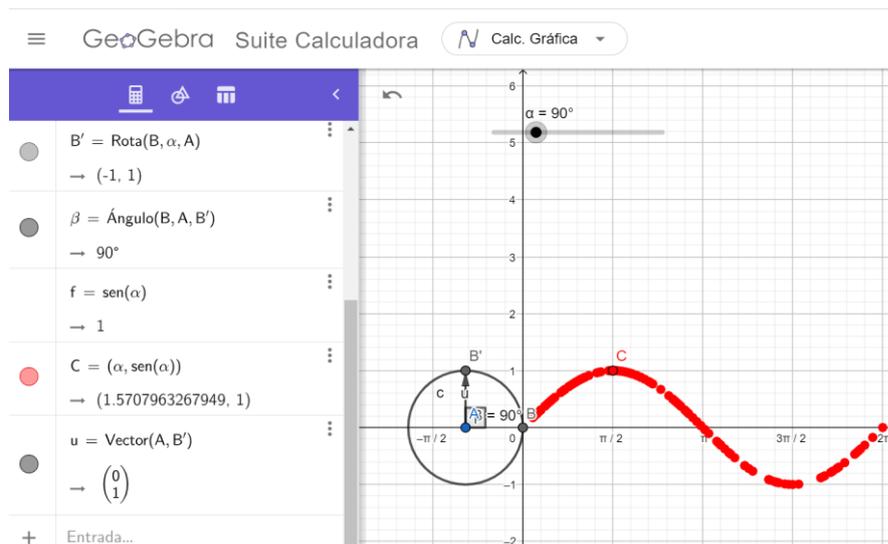


Figura 31. Gráfica de la función Seno utilizando la circunferencia unitaria

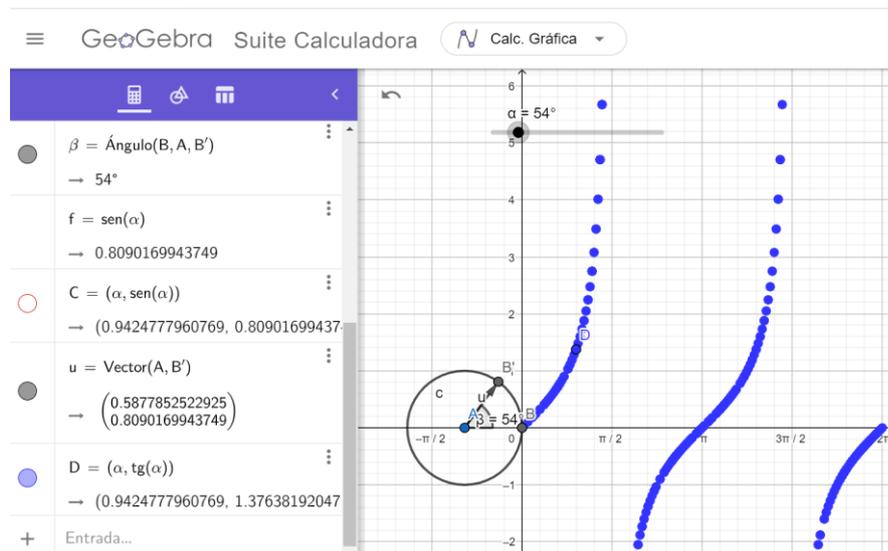


Figura 32. Gráfica de la función Tangente utilizando la circunferencia unitaria

Cónicas: Circunferencia, Elipse e Hipérbola

Para el análisis de la cónicas al igual que las funciones, disponer de herramientas que permitan manipular sus gráficas, resulta de mucha ayuda tanto para el docente como para el estudiante. A continuación, se citan dos destrezas desarrolladas con los estudiantes de Tercero de Bachillerato:

M.5.2.16. Describir la circunferencia, la parábola, la elipse y la hipérbola como lugares geométricos en el plano.

M.5.2.17. Escribir y reconocer las ecuaciones cartesianas de la circunferencia, la parábola, la elipse y la hipérbola con centro en el origen y con centro fuera del origen para resolver y plantear problemas (por ejemplo, en física: órbitas planetarias, tiro parabólico, etc.), identificando la validez y pertinencia de los resultados obtenidos.

Uno de los talleres planteados fue, la identificación de las cónicas mediante su ecuación general, puesto que, sus estructuras son bastante similares. Por lo tanto, los estudiantes tenían que cambiar ciertos parámetros en el editor de ecuaciones de GeoGebra, y obtenían las gráficas de una Circunferencia, Elipse o Hipérbola. Luego realizaban la conversión de la ecuación general en una canónica, para obtener las coordenadas del centro, los vértices, focos etc..., como parte final del taller realizaron los bosquejos de las cónicas en el cuaderno y comprobaron los resultados en GeoGebra. A continuación, se presenta una de las gráficas obtenidas.

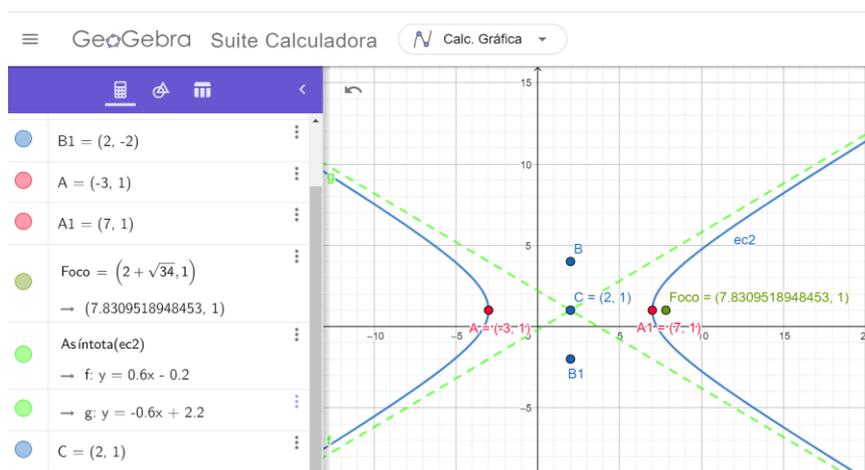


Figura 33. La hipérbola y algunas de sus propiedades con GeoGebra

La aplicación de GeoGebra para realizar este taller ayudó a los estudiantes a interiorizar más rápido todas las gráficas y sus parámetros más relevantes, permitiendo disponer de más tiempo para desarrollar talleres con problemas de física y casos típicos de Geometría Analítica como: Obtención de la ecuación de la cónica que pasa por tres puntos conocidos, ecuación de la cónica cuyo centro se encuentra sobre una recta, intersección de dos cónicas con centros de coordenadas (0,0) y (h,k) etc.

9.6. Acercamiento a las curvas maravillosas

José Enrique Martínez Serra³²

Introducción

En este apartado, se exponen una serie de ecuaciones y gráficos de “curvas maravillosas” con GeoGebra, que, aunque no están contempladas en el curriculum de la enseñanza general básica ni el bachillerato, pueden contribuir a despertar la curiosidad y motivación de los estudiantes por el aprendizaje de las matemáticas, en general, y las curvas geométricas, en particular.

También se señalan algunas aplicaciones prácticas de estas curvas, de tal forma, que no las vean como objetos meramente abstractos, sino que modelan algunos fenómenos del mundo circundante, y con ello contribuir al aprendizaje significativo y contextualizado en nuestro entorno.

Curvas que se obtienen mediante la generalización de la ecuación de la circunferencia

Durante el bachillerato ecuatoriano, nuestros estudiantes llegan a conocer la ecuación general de una circunferencia con centro en el punto $(h; k)$ y radio “ r ”:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

Y cuando el centro de la circunferencia es el origen de coordenadas, la ecuación será:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Y su representación gráfica, es muy sencilla, tanto para realizarla a mano alzada, con regla y compás o con cualquier calculadora gráfica o software de Geometría.

Sin embargo, una pregunta muy interesante que se deriva de estos saberes, y que da lugar a todo un mundo fascinante de curvas en el plano es:

¿Cuál será el gráfico de la curva que se obtiene al representar en el plano cartesiano la ecuación que generaliza la ecuación de la circunferencia $x^n + y^n = r^n$?

Al intentar responder esta pregunta introduciendo dicha ecuación en la barra de entrada de GeoGebra, evidentemente GeoGebra reconoce por defecto las variables “ x ” e “ y ”, pero

³² UNAE, jose.martinez@unae.edu.ec

“n” y “r” los reconoce como parámetros de la ecuación y nos pregunta si queremos hacer deslizadores para dichos parámetros.

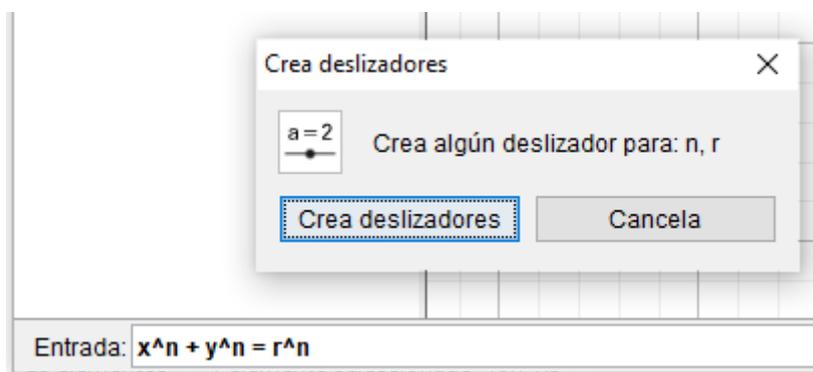


Figura 34. Figura donde se muestra la solicitud de GeoGebra para incluir deslizadores en la ecuación que generaliza la ecuación de la circunferencia

Y al permitir la animación de los deslizadores, puede verse una gran variedad de curvas que se obtienen, las cuales incitan a realizar la siguiente pregunta:

¿Cuáles son las familias de curvas que aparecen para los diferentes valores de los parámetros “n” y “r” en la ecuación que generaliza la ecuación de la circunferencia?

Mediante la experimentación con los deslizadores en GeoGebra, los estudiantes, bajo la guía del docente, y mediante el empleo del método de búsquedas parciales con adecuados recursos heurísticos, arriban a los siguientes casos, relacionados desde los más sencillos hasta los más sofisticados:

- **Caso 1:** Cuando $r=0$, n par positivo, se obtiene solo el punto origen de coordenadas, lo cual puede corroborarse algebraicamente, de manera sencilla, mediante un despeje en la ecuación.

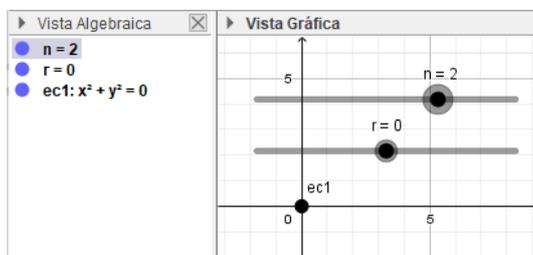


Figura 35. Caso elemental que se reduce a un punto

- **Caso 2:** Cuando $r=0$, n impar positivo, se obtiene la recta $x + y = 0$, bisectriz del segundo y cuarto cuadrante, lo cual puede corroborarse algebraicamente, de manera sencilla, mediante un despeje en la ecuación

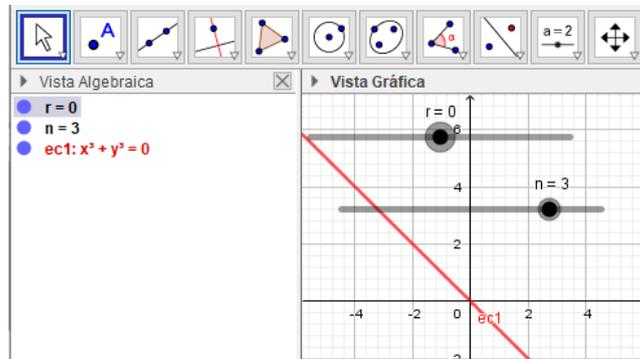


Figura 36. Caso elemental que se reduce a una recta

- **Caso 3:** Cuando $n=1$, $r \in \mathbb{R}$, se obtienen la familia de rectas, muy conocidas de la educación básica, con ecuación: $x + y = r$, cuyos gráficos son rectas paralelas a la bisectriz del segundo y cuarto cuadrante.

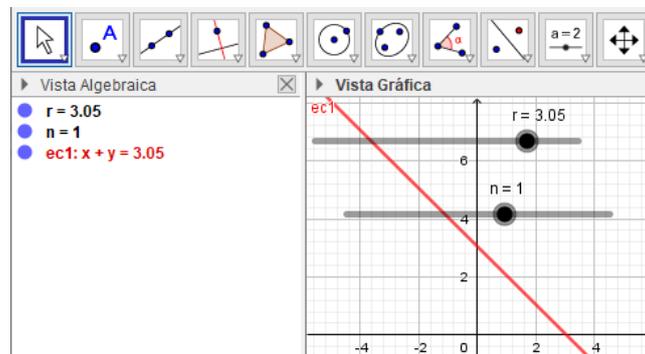


Figura 37. Familia de rectas $x+y=r$, cuyos gráficos son rectas paralelas a la bisectriz del segundo y cuarto cuadrante.

- **Caso 4:** Cuando n es par positivo, $r \in \mathbb{R}$, se obtienen la familia de curvas cerradas que quedan por fuera de la circunferencia clásica y por dentro del cuadrado $[-r, r] \times [-r, r]$

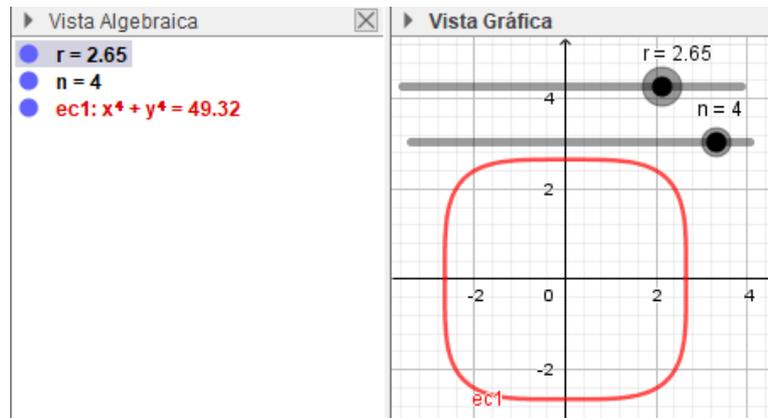


Figura 38. Familia de curvas cerradas fuera del círculo y dentro del cuadrado

- **Caso 5:** Cuando n es impar positivo, $r \in \mathbb{R}$, se obtiene la familia de curvas abiertas con un arco en el primer o tercer cuadrante (en dependencia del signo de “ r ”) semejante al del caso anterior, y otros dos arcos infinitos en el segundo y cuarto cuadrante, con asíntota oblicua en la recta bisectriz del segundo y cuarto cuadrante.

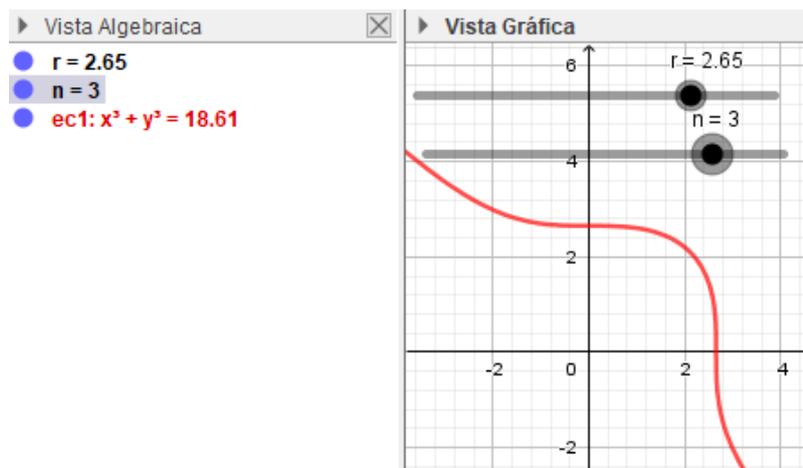


Figura 39. Curva abierta con un arco en el primer o tercer cuadrante y otros dos arcos infinitos en el segundo y cuarto cuadrante, con asíntota oblicua en la recta bisectriz del segundo y cuarto cuadrante.

- **Caso 6:** Cuando n es par negativo, $r \in \mathbb{R}$, se obtienen la familia de curvas abiertas con un arco en cada cuadrante que tiene como asíntotas a los ejes de coordenadas.

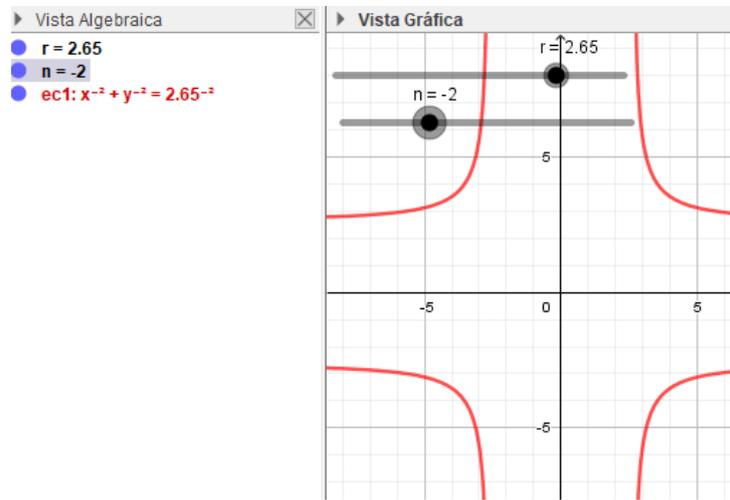


Figura 40. familia de curvas abiertas con un arco en cada cuadrante que tiene como asíntotas a los ejes de coordenadas

- **Caso 7:** Cuando n es impar negativo, $r \in \mathbb{R}$, se obtienen la familia de curvas abiertas con dos ramas que tienen asíntotas verticales y horizontales que pasan por “ r ” en cada eje de coordenada y en el origen de coordenadas tienen un punto de discontinuidad evitable. Estas propiedades pueden demostrarse de manera muy sencilla despejando “ y ” en la ecuación, buscando el límite cuando “ $x \rightarrow 0$ ” y determinado las asíntotas.

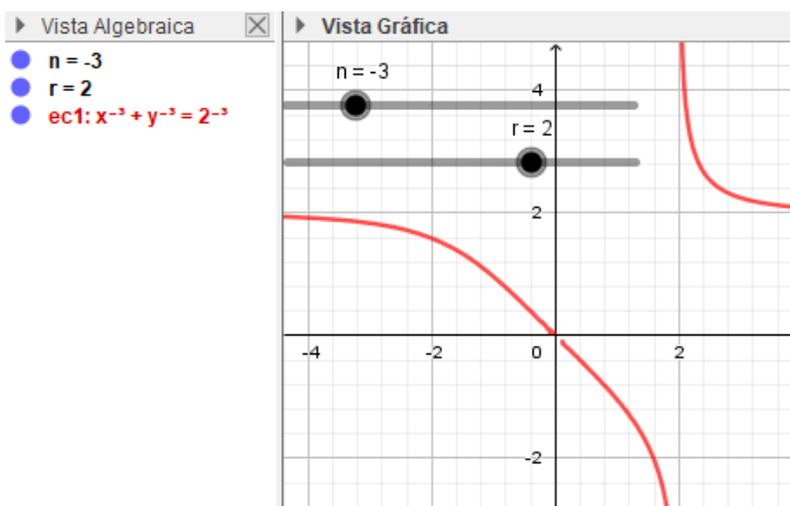


Figura 41. familia de curvas abiertas con dos ramas que tienen asíntotas verticales y horizontales que pasan por “ r ” en cada eje de coordenada

- **Caso 8:** Cuando n es una fracción positiva, con numerador par, menor que el denominador impar, $r \in \mathbb{R}$, se obtienen la familia de curvas cerradas que cortan a los ejes en “ $-r$ ” y “ r ” que quedan por dentro de la circunferencia de radio “ r ”. Estas curvas se llaman astroides.

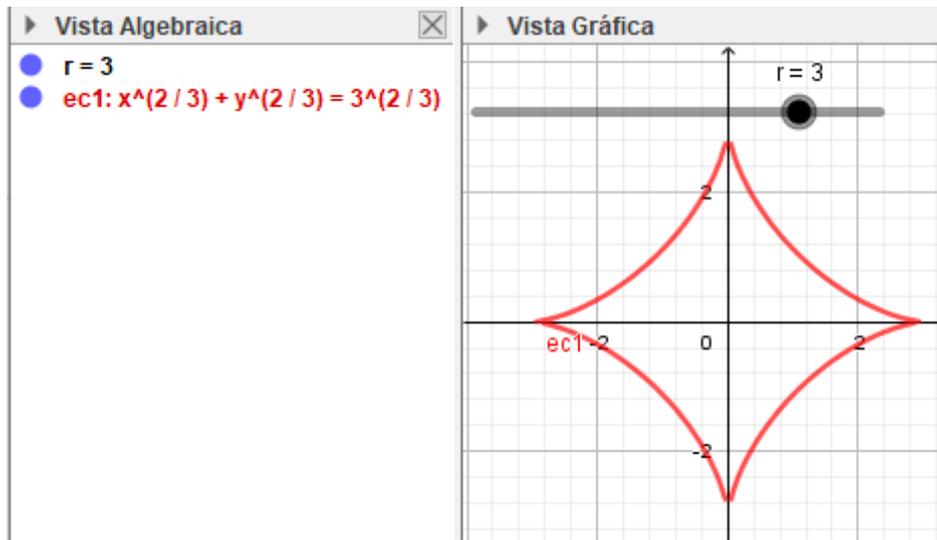


Figura 42. Familia de astroides

- **Caso 9:** Cuando n es una fracción positiva, con numerador par, mayor que el denominador impar, $r \in \mathbb{R}$, se obtienen la familia de curvas cerradas que cortan a los ejes en “ $-r$ ” y “ r ” que quedan por fuera de la circunferencia de radio “ r ”

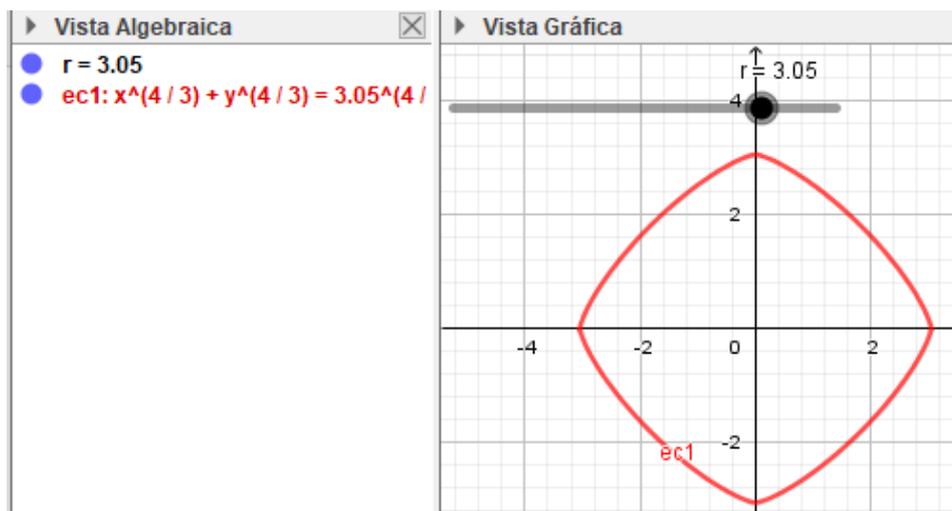


Figura 43. familia de curvas cerradas que cortan a los ejes en “ $-r$ ” y “ r ” que quedan por fuera de la circunferencia de radio “ r ”

Otra curva maravillosa que crea mucho interés entre los jóvenes es el “**corazón**”

- Un “corazón redondeado” en GeoGebra puede representarse mediante la ecuación implícita:

$$(x^2 + y^2 - 1)^3 - x^2 y^3 = 0$$

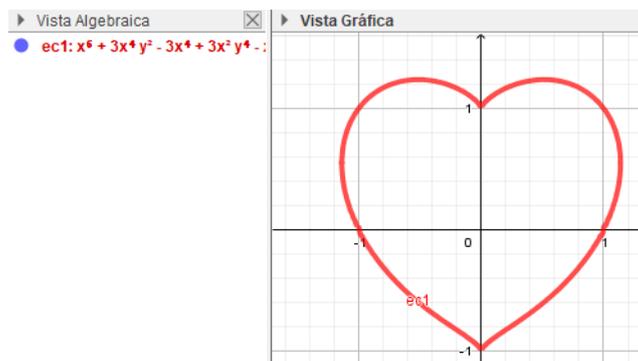


Figura 44. Corazón plano con ecuación implícita

- Otro corazón, que más se parece a los que comparten los enamorados, puede representarse mediante la ecuación paramétrica:

$$\left. \begin{aligned} x &= b \left(\sin t \frac{\sqrt{|\cos t|}}{\sin t + \frac{5}{7}} - 2 \sin t + 2 \right) \cos t \\ y &= b \left(\sin t \frac{\sqrt{|\cos t|}}{\sin t + \frac{5}{7}} - 2 \sin t + 2 \right) \sin t \end{aligned} \right\} 1 \leq t \leq 10$$

Mediante la instrucción:

Curva(<Expresión>, <Expresión>, <Parámetro>, <Valor inicial>, <Valor final>)

Sustituyendo las componentes respectivas, con un deslizador para el parámetro “b”, resulta:

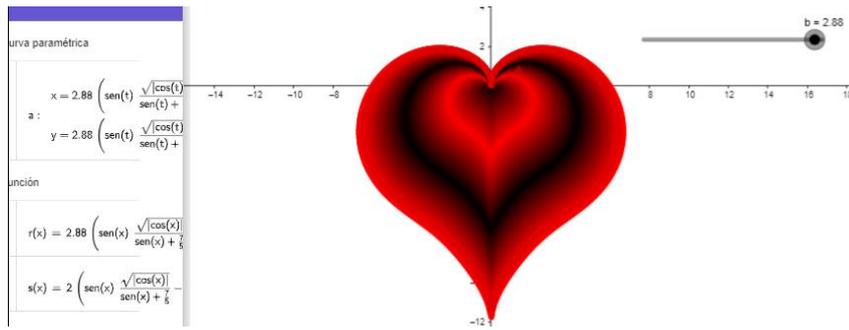
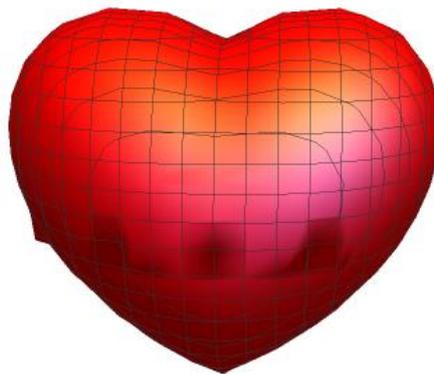


Figura 45. Corazón plano con ecuación paramétrica. Fuente: <https://www.geogebra.org/m/JXzuhjQz>

- Un corazón tridimensional, puede construirse mediante la ecuación implícita:

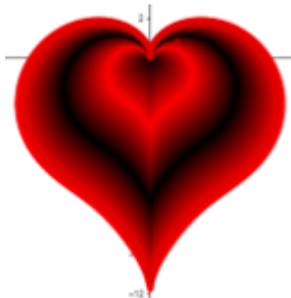
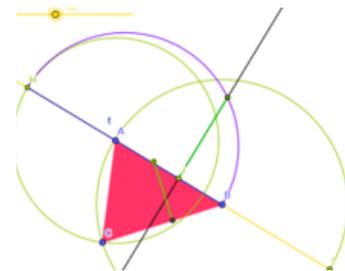
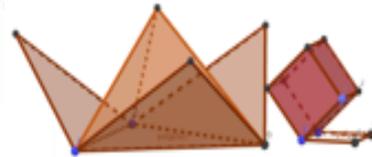
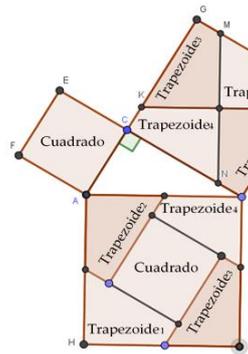
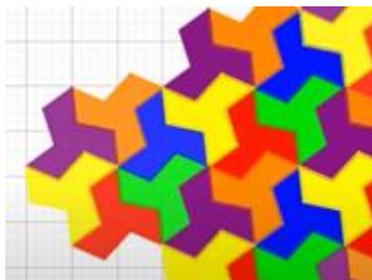
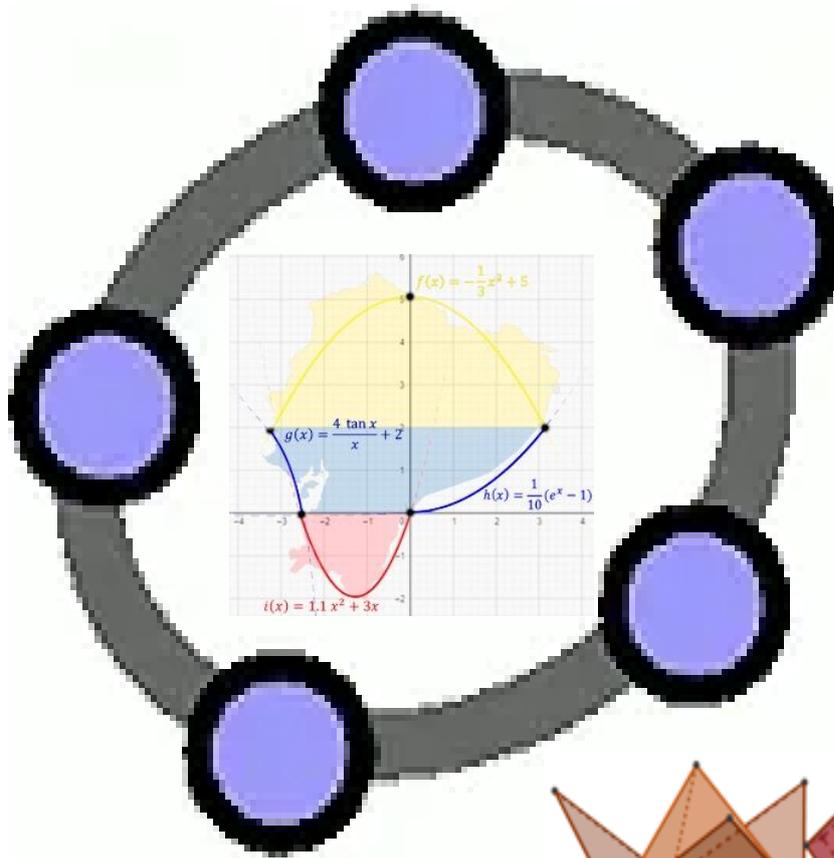
$$(2x^2 + 2y^2 + z^2 - 1)^3 - \frac{1}{10}x^2z^3 - y^2z^3 = 0$$



$$(2x^2 + y^2 + z^2 - 1)^3 - \frac{1}{10}x^2z^3 - y^2z^3 = 0$$

Figura 46. Corazón tridimensional con ecuación implícita. Fuente: <https://mathworld.wolfram.com/HeartSurface.html>

Manipular estos tipos de curvas y superficies, pueden constituir móviles para emprender la incursión en el impresionante mundo de las curvas maravillosas: Óvalos de Cassini, Cisoides, Concoides, Espirales, Cicloides, Flores de n-pétalos, Ruletas, lemniscatas, etc.



Ha sido un enorme placer para los autores de este libro, miembros del Instituto Ecuatoriano de GeoGebra, del grupo de investigación de la UNAE “Eureka 4i” y del Proyecto de investigación “Impacto de GeoGebra en el Ecuador”, haber ofrecido una amplia panorámica sobre el uso, importancia, empleo e impacto de GeoGebra en el Sistema Educativo Ecuatoriano, estableciendo como conclusiones importantes la necesidad de capacitar a todos los docentes ecuatorianos en el empleo de este software y de generalizar su empleo en el proceso de enseñanza de la Matemática para poder alcanzar el desarrollo de las destrezas declaradas en el curriculum y los estándares de calidad en el aprendizaje a los que aspiramos con nuestros estudiantes de todos los niveles de enseñanza.