Ministerio de Educación

“PRIMER CONGRESO INTERNACIONAL DE EDUCACIÓN PARA LA ZONA 6”

YO EDUCO

Eje temático central: “La resiliencia educativa como respuesta a la pandemia”

EL PAPEL DE LA HEURÍSTICA EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA - APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN TIEMPOS DE PANDEMIA

PhD. Arelys García Chávez

PhD. José Enrique Martínez Serra

RESUMEN

Dado que la mayoría de los problemas a los que nos enfrentamos no pueden ser resueltos mediante algoritmos, deben emplearse procedimientos heurísticos para tener éxito, sobre todo en los momentos actuales de modalidad virtual en el proceso de enseñanza – aprendizaje, como consecuencia de la emergencia sanitaria a la que estamos sometidos.

Hoy la Heurística es aplicada en varias ramas del saber y es entendida como la capacidad de un sistema para realizar innovaciones positivas para sus fines, es el arte y la ciencia del descubrimiento y la invención mediante la creatividad y el pensamiento lateral-divergente; de ahí la conveniencia del empleo de la Heurística en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la resolución de problemas, viendo los procesos de formación, definición y caracterización de conceptos, así como la obtención, formulación y demostración de teoremas, como variantes de problemas.

Sin embargo, persisten dificultades de nuestros estudiantes ante la resolución de problemas, pues en las clases solo se plantean problemas solubles empleando recursos cuasialgorítmicos, a pesar de que existe una amplia gama de recursos heurísticos desconocidos por los docentes o que son empleados parcialmente.

Por ello se plantea como objetivo: contribuir al empleo eficiente de los recursos heurísticos durante el proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática.

Como conclusión, se afirma que la aplicación coherente de la Heurística, incrementa los saberes declarativos, procedimentales y actitudinales de los estudiantes para enfrentarse a la resolución de problemas durante las clases virtuales.

PALABRAS CLAVES: Heurística, recursos heurísticos, proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática, modalidad virtual

INTRODUCCIÓN

El vocablo “heurística” o “Eurística” proviene del griego y significa: hallar, descubrir, inventar. En la actualidad, la Heurística es aplicada en varias ramas del saber y, en general, es entendida como la capacidad de un sistema para realizar de forma inmediata innovaciones positivas para sus fines. La capacidad heurística es un rasgo característico de los humanos desde cuyo punto de vista puede describirse como el arte y la ciencia del descubrimiento y de la invención o de resolver problemas mediante la creatividad y el pensamiento lateral o divergente.

Como metodología científica, la heurística es aplicable a cualquier ciencia y en cualquier modalidad de enseñanza: presencial o virtual e incluye la elaboración de medios auxiliares, principios, reglas, estrategias y programas que faciliten la búsqueda de vías de solución a problemas; o sea, para resolver tareas de cualquier tipo para las que no se cuente con un procedimiento algorítmico de solución. Según Horst Müller: «Los procedimientos heurísticos son formas de trabajo y de pensamiento que apoyan la realización consciente de actividades mentales exigentes». Los procedimientos heurísticos pueden dividirse en principios, reglas y estrategias.

Los principios heurísticos constituyen sugerencias para encontrar —directamente— la idea de solución; posibilita determinar, por tanto, a la vez, los medios y la vía de solución. Dentro de estos principios se destacan la analogía y la reducción (modelización).

Las reglas heurísticas actúan como impulsos generales dentro del proceso de búsqueda y ayudan a encontrar, especialmente, los medios para resolver los problemas. Entre las reglas heurísticas que más se emplean están: separar lo dado de lo buscado, confeccionar figuras de análisis: esquemas, tablas, mapas, representar magnitudes dadas y buscadas con variables, determinar si se tienen fórmulas adecuadas, utilizar estructuras más simples, reformular el problema, etc.

Las estrategias heurísticas se comportan como recursos organizativos del proceso de resolución, que contribuyen especialmente a determinar la vía de solución del problema abordado. Existen dos estrategias: el trabajo hacia adelante, en el cual se parte de lo dado para realizar las reflexiones que han de conducir a la solución del problema y el trabajo hacia atrás, donde se examina primeramente lo que se busca y, apoyándose en los conocimientos que se tienen, se analizan posibles resultados intermedios de lo que se puede deducir lo buscado, hasta llegar a los dados.

Mediante el empleo de la Heurística, el maestro no les informa a los alumnos los conocimientos terminados, sino que los lleva al redescubrimiento de las suposiciones y reglas correspondientes, mediante el trabajo independiente o el trabajo cooperado.

Algunas de las ventajas del empleo de la heurística en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática son: contribuye al logro de la independencia cognoscitiva y al trabajo cooperativo real, permite la integración armónica de los nuevos conocimientos con los ya asimilados, favorece el desarrollo de:

- Las operaciones mentales: comparación, análisis, abstracción, síntesis, generalización, clasificación, etc.
- Las formas de trabajo propias de la ciencia matemática, tales como: variación de condiciones, búsqueda de relaciones y dependencias, analogías, etc.
- Las capacidades mentales: intuición, productividad, originalidad, creatividad, etc.

Sin embargo, a pesar de las potencialidades que posee el empleo de la Heurística en el PEA de la Matemática, se han podido constatar una serie de **necesidades didácticas** durante el planteamiento y la resolución de problemas en las clases de Matemática, entre las que se encuentran:

- Dificultades de nuestros estudiantes ante el planteamiento y la resolución de problemas.
- En general, no existen procedimientos algorítmicos para el planteamiento y la resolución de problemas, por lo que se requieren procedimientos heurísticos en ambos procesos.
- En general, solo se plantean conjuntos de problemas que se resuelven empleando recursos cuasialgorítmicos semejantes; de ahí la gran limitación que presenta el tratamiento didáctico de los problemas que se plantean.
- Existe una amplia variedad de recursos heurísticos que no son conocidos por los docentes y solo son empleados de manera intuitiva, sin una incorporación metacognitiva que facilite su empleo.
- Resulta muy complejo de lograr el desarrollo de las destrezas de los estudiantes durante la resolución de problemas durante la modalidad virtual; es por ello que con el empleo eficiente de la heurística, pueden tenerse resultados favorables en este sentido.

Para contribuir a resolver estas dificultades detectadas, se plantea como **objetivo general** de la puesta en práctica de este proyecto: Contribuir al empleo eficiente de los recursos heurísticos durante el proceso de enseñanza - aprendizaje del planteamiento y la resolución de problemas.

DESARROLLO

Metodologías, técnicas, instrumentos y recursos didácticos

Como parte de la Metodología Heurística se han empleado:

- Medios auxiliares heurísticos, los cuales favorecen la organización de la información que se ofrece en un problema (datos, incógnitas y sus relaciones) y la inducción a posibles planes de solución; entre ellos: Figuras ilustrativas, Esbozos, Tablas, Organigramas, Mapas conceptuales, Arboles de datos, Mementos (resúmenes organizados…), etc

- Procedimientos heurísticos, los cuales favorecen la realización consciente de actividades mentales complejas y exigentes, entre ellos: Principios, Reglas y Estrategias heurísticas.

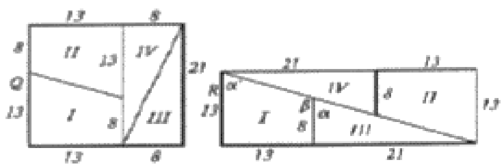
Ejemplos de empleo de los medios auxiliares heurísticos.

Problema 1: De un depósito lleno de agua se saca la tercera parte del contenido, después la mitad del resto y aún quedan 1.200 litros de agua ¿Qué capacidad tiene el depósito?

Ideas de empleo: Aunque este problema se resuelve fácilmente operando con fracciones o planteando una ecuación, resulta más fácil haciendo una figura que al dividirla en partes se obtiene la solución con una simple operación mental.

Problema 2: ¿Un cuadrado de lado 21 cm tiene la misma área que un rectángulo 34 x 13 cm?

El cuadrado lo descomponemos en dos trapecios I y II de las dimensiones indicadas y en dos triángulos III y IV. Con los cuatro trozos componemos el rectángulo. Y sin embargo $21^2 \neq 34 \bullet 13$



Ideas de empleo: Al utilizar figuras para resolver problemas tenemos el peligro de llegar a una solución falsa al razonar sobre ella, por lo que es conveniente tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- Una figura inexacta puede sugerir una solución errónea.
- Una figura debe expresar relaciones lógicas.
- Las figuras no deben incluir ninguna relación que no esté indicada en el enunciado del problema.

Ejemplos de empleo de los principios heurísticos:

- Principio de analogía: Consiste en la utilización de semejanzas de contenido o de forma con respecto a otros problemas conocidos. Este se emplea en tres direcciones:

- Para el descubrimiento de la formulación de una proposición. **Ejemplo:** Al obtener la fórmula del volumen de un cono comparándolo con el volumen de un cilindro, puede realizarse el manejo de material concreto análogamente a como se hizo con la pirámide respecto al prisma.
- Durante el descubrimiento de la demostración de una proposición. **Ejemplo:** Para demostrar los productos notables, se utilizan propiedades análogas en cada caso.
- Durante el descubrimiento de la vía de solución de un problema.
  - ✓ **Ejemplo geométrico:** En un problema geométrico donde se requiera la determinación de la longitud de una lado o la amplitud de un ángulo donde se necesite utilizar la igualdad o semejanza de dos triángulos, análogamente a como se han resuelto varios problemas anteriores.
  - ✓ **Ejemplo algebraico:** Al descomponer en factores: $x^2 + y^2 - z^2 - 2xy$, debe resolverse análogamente a ejercicios donde se hayan realizado agrupamientos convenientes.

- Principio de reducción: Reducción del problema a otro (s) más sencillo (s).
  - Reducción del problema a otro ya resuelto. **Ejemplo algebraico:** Al resolver las ecuaciones cuadráticas, estas pueden reducirse a dos ecuaciones lineales, mediante la descomposición factorial.
  - Recursión. **Ejemplo aritmético:** Al calcular números combinatorios $\binom{n}{p}$, puede recurrirse a factoriales cómodos, sin calcular estos completamente, logrando su simplificación oportuna.
  - Descomposición del problema en subproblemas. **Ejemplo:** Halla los valores naturales de las variables, tales que: $\frac{1}{x+\frac{1}{y+\frac{1}{z}}} = \frac{7}{10}$. En este problema generalmente los estudiantes parten del miembro izquierdo mediante operaciones algebraicas;

sin embargo, por esta vía se presentan considerables complicaciones. No obstante, si se parte del miembro derecho, la solución sería más sencilla, por medio del establecimiento y resolución de los siguientes subproblemas:

- ✓ Subproblema 1: A partir del $\frac{7}{10}$ del miembro derecho, buscar el 1 en el numerador requerido en el miembro izquierdo, de donde resulta $\frac{7}{10} = \frac{1}{\frac{10}{7}}$
- ✓ Subproblema 2: A partir del $\frac{10}{7}$, buscar el número natural más la fracción, de donde resulta, a partir de la división euclideana, que: $\frac{10}{7} = 1 + \frac{3}{7}$. Luego, hasta el momento se tiene que: $\frac{7}{10} = \frac{1}{1+\frac{3}{7}}$.
- ✓ Subproblema 3: A partir del $\frac{3}{7}$, buscar el número 1 en el numerador, de donde resulta $\frac{3}{7} = \frac{1}{\frac{7}{3}}$.
- ✓ Subproblema 4: A partir del $\frac{7}{3}$, buscar el número natural más la fracción, de donde resulta, a partir de la división euclideana, que: $\frac{7}{3} = 2 + \frac{1}{3}$. Luego, finalmente se tiene que: $\frac{7}{10} = \frac{1}{1+\frac{1}{2+\frac{1}{3}}}$. Con lo cual se obtiene que las soluciones buscadas son $x = 1, y = 2, z = 3$.

- Diferenciación de casos. **Ejemplo:** para determinar el área de un triángulo, diferenciando los casos de la altura.
- Reducción de una proposición a otra equivalente. **Ejemplo:** cuando se demuestra una proposición mediante el contrarrecíproco (teorema de la desigualdad triangular).
- Demostración de refutaciones por contraejemplo. **Ejemplo:** Demuestre la veracidad o falsedad de las sumas finitas: $1 + 2 + 3 + \cdots + n = n(n + 3)/2$ ó $1 + 2 + 3 + \cdots + n = n(n + 1)/2$

- Modelación: Buscar una interpretación (un modelo) del problema dado en otro dominio, con el objetivo de aplicar las leyes en el nuevo dominio para resolverlo, y posteriormente, hacer la interpretación de la solución obtenida en el modelo original. **Ejemplo:** Deducción del trinomio cuadrado perfecto mediante un problema geométrico sencillo que consiste en armar un rompecabezas consistente en un cuadrado grande, con 4 piezas: dos cuadrados de diferentes lados y dos rectángulos iguales, cuyos lados consecutivos son iguales a los lados de los cuadrados anteriores.
- Inducción: a partir de casos particulares llegar a una formulación general. **Ejemplo:** Obtención del teorema de la suma de los ángulos interiores de un triángulo, a partir del trabajo en grupos con hojas de trabajos contenedoras de tres problemas cada una, en cada uno de los cuales se presenta un triángulo, al cual los estudiantes deben medir, utilizando el graduador, las amplitudes de sus tres ángulos y después realizar la suma de los mismos. A partir de la comparación, análisis, abstracción, síntesis y generalización mental de los resultados obtenidos, cada equipo llega a la conjetura de que la suma de las amplitudes de dichos ángulos es 180°, lo cual es muestra de las posibilidades de empleo del método inductivo en el descubrimiento de los resultados de la ciencia matemática.
- Movilidad: poner en movimiento uno o varios datos del problema para determinar ideas que conducen a la solución. **Ejemplos:** En el análisis del comportamiento de las pendientes de rectas verticales, puede irse moviendo una recta que pasa por el origen de coordenadas desde la posición horizontal, paulatinamente, hasta la posición vertical, notando que la pendiente va aumentando, hasta notar que en la posición vertical la pendiente es tan grande como se quiera, o sea, infinita. En la división por cero, puede irse moviendo el denominador de una fracción con numerados constante, haciéndolo cada vez más pequeño, hasta llegar a cero, haciendo notar que el resultado va aumentando, hasta notar que cuando llegue a ser cero, el resultado es tan grande como se quiera, o sea, infinito.

- Consideración de casos especiales y casos límites. **Ejemplo:** sería muy interesante analizar si existe una función que sea par e impar a la vez.

Ejemplos de empleo de las reglas heurísticas: Operaciones a realizar en la búsqueda de la vía y los medios matemáticos para resolver un problema. Pueden ser generales: cuando se aplican para la búsqueda de la idea de solución para una gran variedad de problemas; o especiales, cuando se aplican a un tipo específico de problemas.

- Ejemplo de reglas generales: impulsos que se pueden dar cuando se aplica el Modelo de Polya durante la resolución de problemas.
- Ejemplo de reglas especiales: para la determinación de longitudes de segmentos o amplitudes de ángulos en geometría, se pueden buscar parejas de triángulos iguales o semejantes, para posteriormente, establecer la proporcionalidad entre lados homólogos y determinar la igualdad de dos razones convenientes, que tenga como incógnita la longitud del segmento que se busca y los otros elementos, sean las longitudes conocidas de tres segmentos.

Estrategias heurísticas

- Trabajo hacia adelante: Se parte de los datos y se deduce a partir de ellos lo que se busca, transcurriendo por una serie de pasos intermedios que permiten elaborar, ejecutar el plan de solución y obtener el resultado esperado.
- Trabajo hacia atrás: Se parte de lo que se busca y, apoyándose en los conocimientos que se tienen, se analizan los resultados intermedios, hasta llegar a la forma de obtener lo que se busca a partir de los datos. En el caso de las demostraciones suele obtenerse una proposición verdadera.
    - **Ejemplo**: Demuestre que en todo triángulo, el semiperímetro es mayor que la longitud de cada lado. Puede hacerse por cualquier vía, sin embargo el trabajo hacia atrás resulta más fructífero.

- **Ejemplo**: Determinar el área de un trapecio de bases “a” y “b” y altura “h”. Debe hacerse empleando el trabajo hacia adelante, utilizando como ya conocidas las áreas de los rectángulos y los triángulos.

CONCLUSIONES

A partir de los resultados obtenidos, se puede arribar a la conclusión de que la aplicación coherente de la Heurística, incrementa los saberes declarativos, procedimentales y actitudinales de los estudiantes para enfrentarse a la resolución de problemas durante las clases virtuales en tiempos de pandemia.

REFERENCIAS

Álvarez, F. & otros. (2017). Modelo Pedagógico de la UNAE. Dirección Editorial UNAE, 9-12.

Ballester, S. y otros. (1992). Metodología de la Enseñanza de la Matemática. La Habana. Editorial Pueblo y Educación, 134-146.

Beltrán, J. (1993). Procesos, estrategias y técnicas de aprendizaje. Madrid: Síntesis.

Case, R., Hayward, S., Lewis, M. y Hurst, P. (1988). Toward a neo-Piagetian theory of cognitive and emotional development. Developmental Review, 8(1), 1-51.

Coll, C. (2001). Constructivismo y educación: la concepción constructivista de la enseñanza y el aprendizaje. En C. Coll, J. Palacios y A. Marchesi (comps.), Desarrollo psicológico y educación 2. Psicología de la educación escolar (pp. 157-186). Madrid: Alianza Editorial.

Junta Académica de la UE “Francisca Dávila de Muñoz”. (2016). PLANIFICACIÓN CURRICULAR INSTITUCIONAL 2016-2020. Aprobada por COORDINACIÓN DE EDUCACIÓN ZONAL 6 – AUDITORÍA / ASESORÍA EDUCATIVA.

Novak, J. D. (1982). Teoría de la educación. Madrid: Alianza Editorial.

Novak, J. D. (1998). Conocimiento y aprendizaje. Madrid: Alianza Editorial.

Nuthall, G. (2000). El razonamiento y el aprendizaje del alumno en el aula. En B. J. Biddle, T. L. Good y I. F. Goodson (Eds.), La enseñanza y los profesores. 2: La enseñanza y sus contextos (pp. 19-114). Barcelona: Paidós.

Serrano, J. M. & Pons Parra, R. M. (2011). El Constructivismo hoy: enfoques constructivistas en educación. Revista Electrónica de Investigación Educativa. ISSN: 1607-4041. Vol. 13, Núm. 1. Consultado el día 25 del mes de septiembre del año 2018 en: http://redie.uabc.mx/vol13no1/contenido-serranopons.html. México.

Serrano, J. M. y Pons, R. M. (2008). La concepción constructivista de la instrucción: Hacia un replanteamiento del triángulo interactivo. Revista Mexicana de Investigación Educativa, 38, 681-712.