

## ESTUDIO DE UN CASO SOBRE EL ANÁLISIS DIDÁCTICO REALIZADO EN UN TRABAJO FINAL DE UN MÁSTER PARA PROFESORES DE MATEMÁTICAS EN SERVICIO

**Adriana Breda, Valdez Marina do Rosário Lima, Vicenç Font**

PUCRS, PUCRS, Universitat de Barcelona (Brasil, España)

adriana.breda@ulagos.cl; valdez.lima@puers.br; vfont@ub.edu

**RESUMEN:** Este Reporte de Investigación muestra el análisis de las reflexiones hechas por un maestro de escuela básica, en la implementación de una propuesta didáctica que fue diseñada con el propósito de mejorar la enseñanza de las matemáticas que se enseñan comúnmente en ese nivel escolar en el contexto brasileño, a través de la introducción de las nociones de cálculo integral. Como resultado del análisis fue posible notar que los "criterios" empíricos que utiliza el maestro para reflexionar sobre su práctica está en correspondencia con los indicadores de idoneidad didáctica introducidas por el Enfoque Ontosemiótico. En este sentido se concluye que estos criterios pueden ser considerados como herramientas útiles para el diseño de los ciclos formativos que promueven la reflexión entre los maestros sobre sus propias prácticas.

**Palabras clave:** análisis didáctico, criterios de idoneidad, trabajo de fin de máster.

**ABSTRACT:** This research report shows the analysis of a basic-school teacher's reflections on the implementation of a didactic proposal which was designed to improve mathematics teaching by introducing integral calculus notions, at the basic-school level in the Brazilian context. The outcomes of such analysis allow noticing that the teacher's empiric criteria to think about his practice are in correspondence with the didactic suitability indicators introduced by the onto-semiotic approach. In this sense, the authors conclude that such criteria can be considered useful tools for the design of the formative cycles that promote the reflection among the teachers about their own practices.

**Key words:** didactic analysis, suitability criteria, final report for a master's degree.



## ■ Introducción

La tendencia a una convergencia internacional en la planificación de los estudios universitarios y, en particular, a los que se refieren a la formación en maestría profesional centrado en la formación del profesorado, ha impulsado una serie de reformas en diferentes países, de manera que presenta un modelo organizado por un cierto refinamiento y la evolución en torno a las competencias profesionales. En el escenario de Brasil, la *Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes)* propone los Másteres Profesionales (MP) como un modo de Postgrado direccionado a la formación de profesionales en los diversos campos del conocimiento, mediante el estudio de técnicas, procesos o cuestiones que cumplen parte de la demanda del mercado de trabajo que proporciona, entre los objetivos principales, la formación de profesionales cualificados para el ejercicio de la práctica profesional avanzada y transformadora, dirigidas a mejorar la eficacia y eficiencia de las organizaciones públicas y privadas a través de la resolución de problemas apropiada, y la generación y aplicación de los procesos de innovación. En el contexto brasileño, en un intento de formar a los profesores de matemáticas en ejercicio, se inició en 2010, a través de la recomendación del *Conselho Técnico-Científico da Educação Superior da Capes*, el Máster Profesional en Matemáticas en la Red Nacional (PROFMAT) que constituye un postgrado, presencial y a distancia, ofrecido en todo el territorio nacional de Brasil, coordinado por la *Sociedade Brasileira de Matemática (SBM)*, que tiene como objetivo principal, atender a los profesores de matemáticas que trabajan en la educación primaria, especialmente en las escuelas públicas, que van al encuentro de la mejora en su formación profesional, con énfasis en el dominio profundo contenido matemático relevante para sus actividades de enseñanza (Brasil, 2013), teniendo en cuenta la misión estatutaria de la SBM "Fomentar la mejora de la enseñanza de las matemáticas en todos los niveles".

El trabajo que se presenta aquí, forma parte de una investigación más amplia que tiene como finalidad investigar cuáles son los criterios y en qué medida son utilizados por los profesores (alumnos participantes del PROFMAT) para justificar que sus propuestas de trabajo final de maestría (TFMs) implican una mejora en la enseñanza de las matemáticas en la Educación Básica. Para esto analizamos las memorias de los trabajos finales de dicho curso, dado que en ellas los profesores consideran trabajos de reflexión mediante los cuales deben demostrar que adquirieron los objetivos de la maestría, los cuales los capacita para dar continuidad a su actuación como docentes de matemáticas en la Educación Básica, ya que las directrices proporcionadas por PROFMAT demuestran que el trabajo final debe ser desarrollado de acuerdo con temas específicos del currículo de matemáticas de Enseñanza Básica, de forma innovadora y que tenga aplicación directa en el aula. El objetivo de este trabajo es presentar un estudio de caso mediante el cual se analiza el proceso de reflexión que realiza un profesor al que llamaremos Lopes, para mejorar la implementación de nuevos contenidos relacionados con la integral de Riemann en la Educación Básica, lo cual propone como TFM en el programa PROFMAT. Como resultado se evidencia que los criterios utilizados por el autor, de forma empírica, para justificar que su propuesta didáctica representa una mejora para la enseñanza de las matemáticas de Educación Básica, se corresponden en cierta medida con los *criterios de*

*idoneidad didáctica* propuestos por el Enfoque Ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemáticos (Godino, Batanero y Font, 2007).

### ■ Aspectos teóricos y metodológicos

En este trabajo partimos suponiendo que el trabajo de fin de master (TFM) es una tarea que implica, de forma implícita o explícita, un ejercicio de análisis didáctico, ya que en el TFM los profesores deben explicar una propuesta didáctica y justificar por qué esta significa una mejora para la enseñanza. Como referente teórico para analizar las reflexiones realizadas por los profesores sobre cómo mejorar su práctica docente, relacionada con la implementación de la propuesta didáctica que propusieron como parte de su TFM, utilizamos los *criterios de idoneidad didáctica* propuestos por el Enfoque Ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemáticos (Godino, Batanero y Font, 2007; Godino, 2011; Breda, Font y Lima, 2015):

1. Idoneidad Epistémica, para evaluar si las matemáticas que están siendo enseñadas son “buenas matemáticas”.
2. Idoneidad Cognitiva, para evaluar, antes de iniciar el proceso de instrucción, si lo que se quiere enseñar está a una distancia razonable de aquello que los alumnos saben, y después del proceso, si los aprendizajes adquiridos están cerca de aquello que se pretendía enseñar.
3. Idoneidad Interaccional, para evaluar si las interacciones resuelven dudas y dificultades de los alumnos.
4. Idoneidad Mediacional, para evaluar la adecuación de los recursos materiales y temporales utilizados en el proceso de instrucción.
5. Idoneidad Emocional, para evaluar la implicación (intereses, motivaciones,...) de los alumnos durante el proceso de instrucción.
6. Idoneidad Ecológica, para evaluar la adecuación del proceso de instrucción al proyecto educativo del centro, las directrices curriculares, las condiciones del entorno social y profesional (Font, Planas y Godino, 2010, p. 101).

La propuesta didáctica del profesor Lopes

El TFM de Lopes (2014) se titula “Un relato sobre la introducción de las sumas de Riemann en la Educación Básica”, y en él se presenta el diseño y la implementación de una propuesta didáctica para un grupo de estudiantes de tercer año de enseñanza básica, para introducir de manera intuitiva el cálculo integral por medio del estudio de las áreas de figuras geométricas planas. Lopes (2014) explica que es posible introducir en la enseñanza básica métodos y nociones del cálculo integral, de manera intuitiva, a partir de problemas de cálculo de áreas con contornos curvilíneos. Es decir, se trata de

ampliar el cálculo de áreas que se estudia en la enseñanza básica a través del estudio del cálculo de áreas de figuras con contornos curvilíneos, mediante el uso de los métodos de Arquímedes y Riemann. En la siguiente sección presentamos el análisis que realiza el profesor Lopes de su implementación. Dicho análisis se basa en los criterios de idoneidad didáctica del EOS conforme se hizo en Breda y Lima (2016).

#### Análisis del profesor lopes sobre su implementación

Cuando los profesores tienen que reflexionar sobre una propuesta didáctica que significa un cambio o una innovación sobre su propia práctica, utilizan de manera implícita algunos *criterios de idoneidad didáctica*. El TFM de Lopes (2014) también nos ha permitido inferir el uso de algunos de estos criterios en la justificación y reflexión de la propuesta que realiza. A continuación evidenciamos en qué medida los criterios de idoneidad propuestos por el EOS son contemplados por el autor, de manera explícita e implícita, para tratar de justificar que su propuesta didáctica representa una mejora para la enseñanza de las matemáticas.

#### Idoneidad Epistémica

De manera general, a partir de la lectura del relato que el profesor realiza, se puede concluir que presenta las definiciones y procedimientos de manera clara y correctamente enunciados. Así mismo, presenta explicaciones, comprobaciones, demostraciones, etc., de forma adecuada, considerando el nivel educativo en el que está trabajando. Lopes (2014) justifica la calidad de 'innovadora' de su propuesta, señalando que ésta fomenta que los alumnos realicen procesos matemáticos relevantes, en especial, el proceso de modelaje matemático. Él lo señala de la siguiente manera:

De esta forma, el trabajo de aplicación, dividido en tres etapas, busca construir el conocimiento mediante el uso de modelos matemáticos. A partir de la primera construcción, a medida que el asunto es profundizado y surgen nuevos elementos, otros modelos son construidos, basados en los anteriores [...]. (Lopes, 2014, p. 22)

El profesor también consideró que su propuesta innovadora permite que los alumnos realicen otros procesos matemáticos relevantes tales como conexiones, construcciones significativas, resolución de problemas, etc. Lopes (2014, p. 21) lo señala así:

En ese sentido, se busca: introducir conceptos de matemática avanzada, por medio del cálculo de áreas, considerar las numerosas aplicaciones que el estudio de la geometría proporciona, orientar al alumno en la construcción e identificación de diferentes formas geométricas, proporcionar al alumno la construcción geométrica y aritmética de conceptos y entes

matemáticos, despertar en el alumno la creatividad y la voluntad de aprender geometría, crear con el alumno modelos geométricos, estableciendo conexiones con la realidad, proporcionar situaciones-problemas con enfoque geométrico[...].

En su relato se observa que algunos de los procesos que menciona efectivamente fueron profundizados durante la implementación de la propuesta. Por ejemplo, Lopes (2014, p. 76) presenta evidencia de que los alumnos realizaron, respectivamente, procesos de resolución de problemas, argumentación y analogías (entre el cálculo del área de la elipse y del círculo):

- 1 P: ¿Cómo podemos resolver ese problema?
- 2 P: ¿Cuál de los dos métodos estudiados resuelve mejor esta situación-problema?
- 3 E: [Intercambiando ideas, la mayoría de los alumnos concuerdan que el mejor método para resolver el problema sería el método de Riemann. Un grupo de estudiantes (Ss) lo expresan:] Es sólo dividir la medida de la base en intervalos iguales y escribir rectángulos, como ocurre en el cálculo del área del círculo y del área de la elipse.
- 4 P: [El profesor proporciona a cada alumno una copia impresa de la construcción gráfica y, los orienta a dividir la medida de la base (eje horizontal), inicialmente en 10 partes iguales, calculando el valor aproximado para el área.

En general, el profesor nos presenta en su trabajo reflexiones explícitas sobre el hecho de que su propuesta didáctica para la enseñanza del cálculo de áreas es más representativa (pues aborda con profundidad el cálculo de áreas de figuras de contorno curvilíneos) que las propuestas que son implementadas habitualmente en la enseñanza media.

#### Idoneidad Cognitiva

Con relación a este tipo de idoneidad, en el trabajo de Lopes (2014) se observan comentarios, reflexiones, etc., que permiten concluir que el autor toma en cuenta, en la mayoría de los casos de forma implícita, indicadores de idoneidad cognitiva.

*Conocimientos previos.* El profesor realiza una evaluación inicial para conocer si los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema. Así mismo, el se asegura de que los alumnos tengan dichos conocimientos previos, concretamente, dedica una parte del tiempo destinado a su implementación, para revisar el cálculo de áreas de cuadriláteros y triángulos, y el estudio de las razones trigonométricas. Por otro lado, los resultados de aprendizaje, según el profesor, fueron alcanzados por los alumnos, “para lo cual se tiene una confirmación de que los métodos de

Arquímedes y de *Riemann* se encuentran en la zona de desarrollo próximo de los estudiantes” (Lopes, 2014, p. 19).

*Adaptación curricular a las diferencias individuales.* Con el relato del profesor no se puede concluir si tiene en cuenta o no actividades de ampliación o reforzamiento. No obstante, cuando evalúa los aprendizajes del método de *Riemann*, llega a la conclusión de que muchos alumnos no conseguirán dicho aprendizaje, y argumenta: “[...] sería necesario un período de estudio un poco mayor, para exigir a los alumnos, en una actividad evaluativa, la interpretación de resultados con mayor profundidad, considerando que cada alumno es único y por eso necesita de un tiempo de aprendizaje, sea mayor o menor” (Lopes, 2014, p. 92).

En cuanto al *aprendizaje*, el profesor presenta de forma muy clara que debe realizar una evaluación para comprobar que su propuesta innovadora alcanza el aprendizaje de los alumnos. Así, además de la evaluación inicial el profesor realiza tres evaluaciones formativas que muestran la apropiación de los conocimientos/competencias implementadas. Con dichas evaluaciones el profesor concluye que el aprendizaje fue alcanzado claramente para el tema del cálculo de áreas de cuadriláteros y triángulos, y para el método de Arquímedes, pero no se puede afirmar lo mismo para el método de Riemann, lo cual atribuye a la falta de tiempo.

*Alta demanda cognitiva.* El autor considera que su propuesta contempla una alta demanda cognitiva para sus alumnos, ya que activa procesos cognitivos relevantes. De hecho, la alta demanda cognitiva es la otra cara de la moneda de la riqueza de procesos comentado en la idoneidad epistémica. Es decir, el profesor al optar por una propuesta didáctica que implica la realización de procesos matemáticos relevantes (buenas matemáticas), está proponiendo a sus alumnos tareas que los lleva a un alta demanda cognitiva.

#### Idoneidad Interaccional

*Interacción docente-discente.* El profesor describe en su trabajo una interacción profesor-grupo grande, mediante una dinámica de preguntas del profesor y respuestas de los alumnos, lo cual según él “facilita la comprensión de los alumnos” (Lopes, 2014, p. 32). El profesor también presenta ejemplos de cómo este tipo de interacción clarifica y resuelve las dudas de los alumnos.

*Interacción entre discentes.* En su relato, el profesor también concluye que los alumnos trabajaron en pequeños grupos, y que esta organización permitió que algunos alumnos que difícilmente participaban en el aula, se expresaran en el grupo grande.

*Autonomía.* A partir del TFM del profesor es posible concluir que hubo momentos de fomento de la autonomía de los alumnos. Por un lado, “el alumno debía realizar tareas en casa” (Lopes, 2014, p. 67); por otro lado, fueron contemplados momentos en los cuales los estudiantes asumían la responsabilidad del estudio (exploración, formulación y validación).

*Evaluación formativa.* Tal como se comentó en la idoneidad cognitiva, el profesor realizó una evaluación formativa que le permitió la observación sistemática del progreso cognitivo de los alumnos.

#### Idoneidad Mediacional

Tanto en la planificación como en la implementación es posible apreciar el uso de *recursos materiales* tales como manipulativos, calculadoras y computadora. El profesor explica que utilizó el Software *GeoGebra* y la calculadora en su proceso de instrucción. Con relación al *GeoGebra*, presenta comentarios evaluativos implícitos sobre la conveniencia de incorporar este software de geometría dinámica en el proceso de instrucción.

*Número de alumnos, horario y condiciones de la sala de clase.* En relación a este componente, el profesor realiza muchos comentarios. De manera relevante, explica que el número de alumnos y las condiciones de la sala de clase (tanto el espacio físico, como el laboratorio de informática), condicionaron de alguna forma el uso del *GeoGebra*. Así, el software fue usado mayoritariamente por el profesor, para ilustrar y visualizar prácticas matemáticas (e.g., el cálculo de áreas de cuadriláteros y triángulos).

En relación al *tiempo –de enseñanza colectiva y del aprendizaje–*, el profesor presenta comentarios y evaluaciones sobre tres indicadores de este componente: adecuación de los significados pretendidos en el tiempo disponible, tiempo invertido en los contenidos más importantes o centrales, y tiempo invertido en los contenidos que presentan mayor dificultad. Respecto del primer indicador el profesor deja muy claro que no consiguió adecuar los significados pretendidos en el tiempo disponible. En particular indica que no tuvo tiempo suficiente para terminar de explicar lo que había planeado del método de *Riemann*. Respecto del segundo indicador, el profesor indica que le llevó mucho tiempo asegurar los conocimientos previos necesarios y que, por otro lado, le faltó tiempo para resolver el problema inicial contextualizado con el cual pretendía la introducción de los métodos de Arquímedes y Riemann. Finalmente, sobre el tercer indicador, los comentarios del profesor permiten inferir que no fue posible realizar todo el estudio por falta de tiempo (e.g., faltó tiempo para explicar con profundidad el método de Riemann).

#### Idoneidad Emocional

Con relación a esta idoneidad, no se encontraron en el TFM de Lopes (2014) comentarios referentes a los *intereses* y *necesidades de los estudiantes*, ni sobre las *actitudes* de los mismos. En cuando a las *emociones*, el profesor señala que la propia implementación realizada promueve la autoestima de los estudiantes.

### Idoneidad Ecológica

De acuerdo a los criterios y objetivos que los profesores debían contemplar en la elaboración de sus TFM, el profesor Lopes justifica que su propuesta es una *innovación didáctica* que se *adapta al currículo* de Educación Básica y, según sus alumnos, que ayuda a la inserción social-laboral (*utilidad socio-laboral*) y que presenta una *conexión* intramatemática con matemáticas de niveles superiores (*conexiones intra e interdisciplinarias*).

### ■ Reflexiones finales

Una ventaja con la que se encuentra el lector de la propuesta didáctica de Lopes (2014), es que el autor justifica la calidad de una propuesta que fue implementada, con un relato muy completo. El profesor, de manera implícita o explícita, utiliza todos los criterios de idoneidad didáctica propuestos por el EOS (Godino, 2011). Un problema a resaltar es que el profesor evidencia el problema de encontrar un equilibrio entre los criterios de idoneidad; por un lado, el autor planea una innovación con una alta idoneidad epistémica y en su reflexión se evidencia que además e preocupa por conseguir una alta demanda cognitiva. No obstante, para lograr esto renuncia a algunos contenidos previamente planificados, y en particular, no consigue resolver el problema inicial que había propuesto, en ese sentido el aprendizaje no fue completo (en partículas lo referente al método de Riemann). El profesor indica que esto se debió a falta de tiempo, es decir, no logró una buena idoneidad mediacional.

En general con el análisis del trabajo del profesor Lopes, muestra como en los procesos de reflexión de los profesores sobre su propia práctica, están presentes los criterios e indicadores de *idoneidad didáctica* propuestos por el EOS, por lo que dichos criterios se prevén como herramientas metodológicas potentes para el diseño de ciclos formativos orientados a potenciar la dimensión “meta” del conocimiento didáctico-matemático de los profesores de matemáticas (Pino-Fan, Assis y Castro, 2015).

### ■ Agradecimientos

Este trabajo fue financiado por el programa PDSE/CAPES bajo proceso número 99999.004658/2014-00.

### ■ Referencias bibliográficas

Brasil. (2013). Un análisis cualitativo y cuantitativo de los perfiles de los candidatos a la Maestría Profesional en Matemáticas en la Red Nacional (PROFMAT). *Informe final del procedimiento de análisis cualitativo y cuantitativo de los perfiles de los candidatos aprobados en el Máster Profesional en Matemáticas en la Red Nacional (PROFMAT)*. Sociedad Brasileña de Matemáticas (SBM).



- Breda, A., Font, V., y Lima, V. (2015). A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de matemática. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 8(1), 4-41.
- Breda, A.; Lima, V. M. R. (2016). Estudio de caso sobre el análisis didáctico realizado en un trabajo final de un máster para profesores de matemáticas en servicio. *REDIMAT - Journal of Research in Mathematics Education*, 5(1), 74-103.
- Godino, J. D. (2011). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas [Indicators of didactical suitability of process of teaching and learning of mathematics]. *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM-IACME)*. Recife, Brasil.
- Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1), 127 – 135. doi: 10.1007/s11858-006-0004-1
- Lopes, A. (2014). *Um relato sobre a introdução às somas de Riemann na Educação Básica* (Dissertação de Mestrado) –Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT–. Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, Brasil.
- Pino-Fan, L., Assis, A., y Castro, W. F. (2015). Towards a methodology for the characterization of teachers' didactic-mathematical knowledge. *EURASIA Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 11(6), 1429-1456. doi: 10.12973/eurasia.2015.1403a